













ESEN-CPS-BK-0000000791-ESE

**445794**

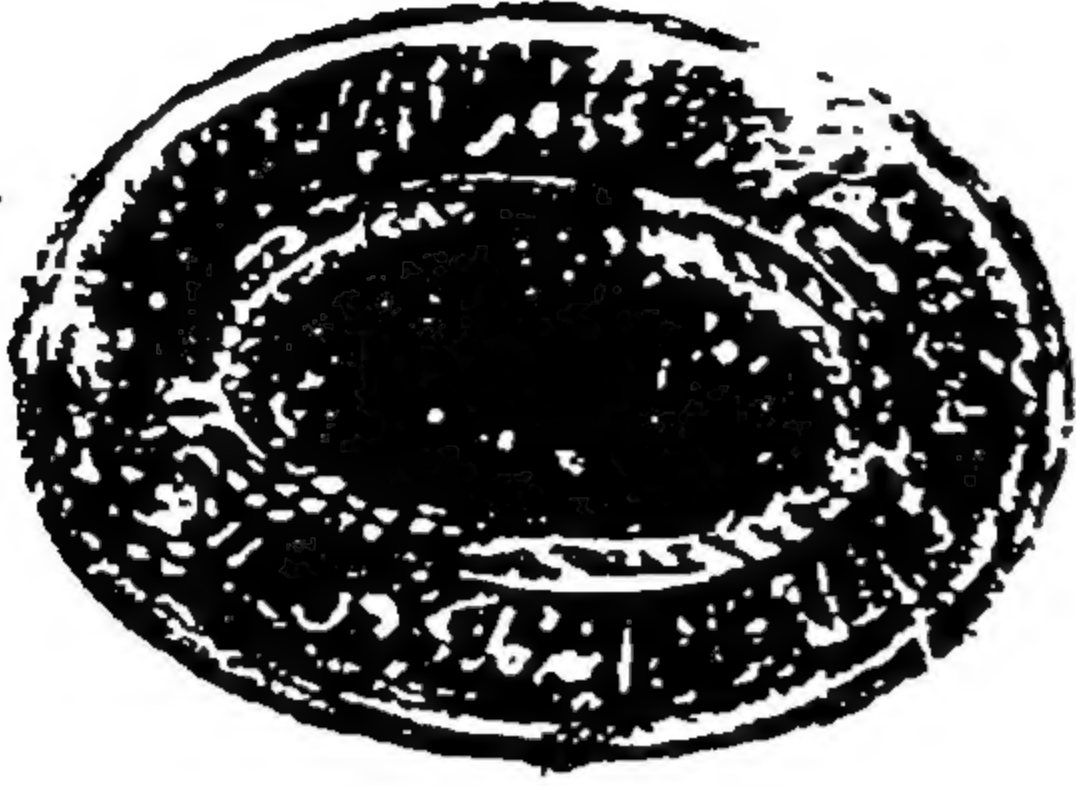
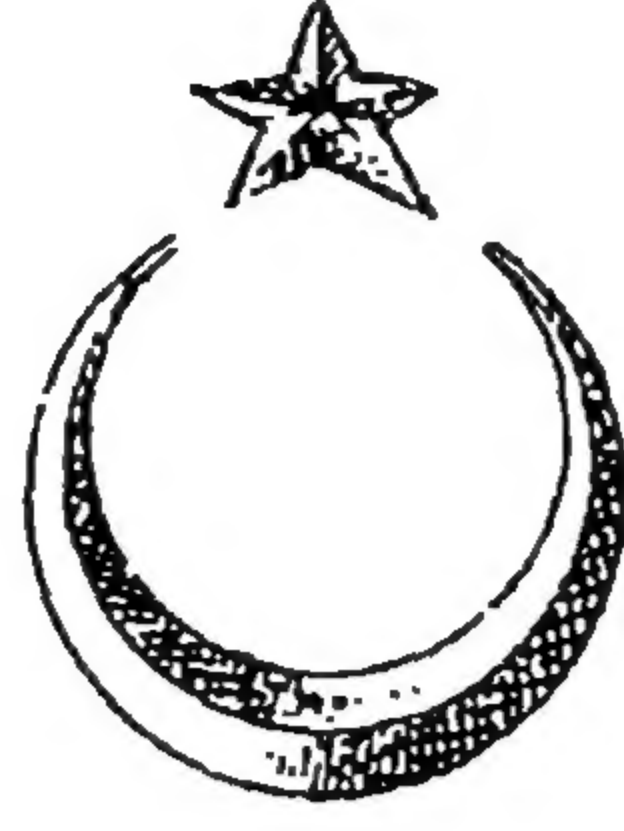












## دروس مقاومة المواد

الجارى تدريسها لتلامذة السنة الثالثة مهندسين ومعماريين من مدرسة المهندسخانه الخديويه  
بمعرفة  
حضرة احمد بك ذهني  
ناظر المدرسة

على حسب الجداول التفصيلية للعلوم الجارى تدريسها بمدرسة المهندسخانه الخديويه  
الصادر عليها قرار نظارة المعارف العموميّه في ٣٠ اغسطس سنة ١٨٩٤ المجعولة ذيل  
لقانون المدرسة المذكورة المصدق عليه من مجلس النظار في ٨ يونيه سنة ١٨٩٤

طبع  
بمدرسة المهندسخانه الخديويه بسرّاي درب الجماميز  
سنة ١٨٩٧ افريقيه

لحقوق الطبع محفوظه للمدرس





# بِسْمِ اللَّهِ الرَّحْمَنِ الرَّحِيمِ

ميكانيكا تطبيقية

مقاومة المواد

تطبيق حسابات المقاومة على القناطر الخشبية والمعدنية

مقدمة - الحمل العارضى في الممرات الخشبية المعدة لمرور المشاة فقط يعتبر ٣٠٠ كيلوجرام على المتر المربع

أما الحمل المستديم فإنه يجب بناء على الاحمال الثابتة المحملة على العتب  
ثم يجب بناء على الحمل المستديم والحمل العارضى المذكورين مقدار الحمل الموزع بانتظام على المتر الطولى  
من الاعتاب والقطع الحاملة ويجب بعد ذلك عزز الانحناء كاسيأتى وهذا في حالة ما يكون الممر مركبا من  
فتحة واحدة وأما اذا كان مركبا من عدة فتحات فيجب لحمل الموزع بانتظام على المتر الطولى من العتب بالنسبة  
لكل من الحمل المستديم والحمل العارضى على الانفراد ثم تحسب عزز الانحناء بالنسبة لكل منها كاسيأتى  
وانتقال عربات الاحمال المعتبة وحسابات قناطر الطرق هي

طوفان

٦	للعبية ذات العجلتين	{	عربات خفيفة
٨	للعبية ذات الاربع عجلات		
١١	للعبية ذات العجلتين	{	عربات ثقيلة
١٦	للعبية ذات الاربع عجلات		

وفي العربات ذات الاربع عجلات يعتبر البعد بين الدنجلين ٣٠٠ متر اذا كانت العربة ثقيلة ١٠٠٠ متر

اذا



إذا كانت خفيفة

وأما الحمل العارضى على تور وتوارات القناطر على العموم سواء كانت طرق أو سلك حديد فإنه يعتبر ٣٠٠ كيلوجرام بالنسبة للمتر المربع وانتقال وابورات السكة الحديد مع عربات الذخائر وأطوالها المستعملة في حسابات القناطر المعدة للسكن الحديد هي في المتوسط كما يأتي

طول عدد	طول متر
٤٤	٩
٣٠	٦٥
٧٤	١٥٥

ويتجب الاعتبار المعدنية الطولية المعدة لحمل سكة حديد باعتبار حمل عارضى موزع بانتظام على المتر الطولى من السكة الحديد الواحدة أى من الشريط الواحد بالنسبة لمقدار فتحة القطر من الجدول الآتى

متر	الحمل العارضى الموزع بانتظام على المتر الطولى من الشريط الواحد	متر	الحمل العارضى الموزع بانتظام على المتر الطولى من الشريط الواحد	متر	الحمل العارضى الموزع بانتظام على المتر الطولى من الشريط الواحد	متر	الحمل العارضى الموزع بانتظام على المتر الطولى من الشريط الواحد
٢	١٢٠٠٠	١٠	٦٢٠٠	١٨	٥٤٠٠	٥٠	٢٩٠٠
٣	١٠٥٠٠	١١	٦٩٠٠	١٩	٥١٠٠	٥٥	٢٨٠٠
٤	١٠٢٠٠	١٢	٦٥٠٠	٢٠	٤٩٠٠	٦٠	٢٧٠٠
٥	٩٨٠٠	١٣	٦٢٠٠	٢٥	٤٥٠٠	٧٠	٢٥٠٠
٦	٩٥٠٠	١٤	٥٩٠٠	٣٠	٤٣٠٠	٨٠	٢٤٠٠
٧	٨٩٠٠	١٥	٥٧٠٠	٣٥	٤٢٠٠	٩٠	٢٣٠٠
٨	٨٣٠٠	١٦	٥٥٠٠	٤٠	٤١٠٠	١٠٠	٢٢٠٠
٩	٧٨٠٠	١٧	٥٤٠٠	٤٥	٤٠٠٠	١٢٥	٣١٠٠
						من ١٥٠ فأكثر	٣٠٠٠

والثقل المستديم المتوسط مقدرا بالكيلوجرامات بالنسبة للمتر الطولى من القناطر المعدنية التى من الصاج الكاملة لسلك حديد يتعين من القانونين الآتيين



$$\text{ث} = 51 \sqrt{50 + (28 + س)^2} - 2420 \dots (1)$$

$$\text{ث} = 9282 \sqrt{50 + (28 + س)^2} - 4404 \dots (2)$$

فقانون (١) يستعمل للقناطر الحاملة لسكة حديد واحدة

وقانون (٢) يستعمل للقناطر الحاملة لسككتي حديد

وتقل المتر المربع من القناطر الصاج الحاملة لسكة حديد يتعين من القانون

$$\text{ث} = 1159 \sqrt{50 + (21 + س)^2} - 550 \dots (3)$$

وهذا القانون يتحصل من القانون الأول بقسمة الطرف الثاني على ٤ متر الذي هو عرض القطر الحاملة لسكة حديد واحدة ويتحصل من القانون الثاني بقسمة الطرف الثاني منه على ٨ متر الذي هو عرض قطر حاملة لسككتي حديد

وتقل المتر المربع من القناطر الصاج الحاملة لطريق معتاد يتعين من القانون

$$\text{ث} = 180 \sqrt{50 + (20 + س)^2} - 375 \dots (4)$$

وإذا كانت القطر من الزهر وحاملة لطريق معتاد يتعين تقل المتر المربع منها من القانون

$$\text{ث} = 922 \sqrt{50 + (30 + س)^2} - 410 \dots (5)$$

وفي هذه الخمسة قوانين من رموز لفتحة القطر أول فتحة العين الواحدة والأنتال الناجمة منها تختص بالأجزاء المعدنية فقط بدون الدكة والعقود التي تلزم للعرشة

وبالمجملة فإنه يمكن استعمال الجدول الآتي عوضاً عن القوانين السابقة

متر	قناطر من الصاج تحمل السكك الحديدية		قناطر تحمل طريق معتاد		متر	متر	قناطر من الصاج تحمل السكك الحديدية		قناطر تحمل طريق معتاد		متر
	بالنسبة لسكة حديد واحدة	بالنسبة لسككتي حديد	بالنسبة لسكة حديد واحدة	بالنسبة لسككتي حديد			بالنسبة لسكة حديد واحدة	بالنسبة لسككتي حديد	بالنسبة لسكة حديد واحدة	بالنسبة لسككتي حديد	
٥	٦٣٥	١١٥٦	١٤٤	١٠٠	٦٥	٦٥	٦٣٥	١١٥٦	١٤٤	١٠٠	٦٥
١٠	٧٨٣	١٤٤٥	١٧٨	١٢١	٧٠	٧٠	٧٨٣	١٤٤٥	١٧٨	١٢١	٧٠
١٥	٩٤٣	١٧١٦	٢١٤	١٤٤	٧٥	٧٥	٩٤٣	١٧١٦	٢١٤	١٤٤	٧٥
٢٠	١١١٥	٢٠٤٩	٢٥٣	١٦٩	٨٠	٨٠	١١١٥	٢٠٤٩	٢٥٣	١٦٩	٨٠
٢٥	١٢٩٥	٢٣٥٣	٢٩٤	١٩٣	٨٥	٨٥	١٢٩٥	٢٣٥٣	٢٩٤	١٩٣	٨٥
٣٠	١٤٨٥	٢٧٠٣	٣٣٧	٢٢٦	٩٠	٩٠	١٤٨٥	٢٧٠٣	٣٣٧	٢٢٦	٩٠
٣٥	١٦٨٠	٣٠٥٨	٣٨٢	٢٥٧	٩٥	٩٥	١٦٨٠	٣٠٥٨	٣٨٢	٢٥٧	٩٥
٤٠	١٨٨٤	٣٤٤٩	٤٢٨	٢٨٩	١٠٠	١٠٠	١٨٨٤	٣٤٤٩	٤٢٨	٢٨٩	١٠٠
٤٥	٢٠٩١	٣٨٠٦	٤٧٥	٣٢٢	١٠٥	١٠٥	٢٠٩١	٣٨٠٦	٤٧٥	٣٢٢	١٠٥
٥٠	٢٣٠٥	٤١٩٥	٥٢٤	٣٥٦	١١٠	١١٠	٢٣٠٥	٤١٩٥	٥٢٤	٣٥٦	١١٠
٥٥	٢٥٢٢	٤٥٩٠	٥٧٣	٣٩١	١١٥	١١٥	٢٥٢٢	٤٥٩٠	٥٧٣	٣٩١	١١٥
٦٠	٢٧٤١	٤٩٨٩	٦٢٣	٤٢٧			٢٧٤١	٤٩٨٩	٦٢٣	٤٢٧	



## تابع الجدول السابق

رقم	قطار من الصاج يحمل السكك الحديدية			رقم	قطار من الصاج يحمل السكك الحديدية		
	بالنسبة لسكة حديد واحدة	بالنسبة لسكتي حديد	نقل المتر الطولي بالكيلوجرام		بالنسبة لسكة حديد واحدة	بالنسبة لسكتي حديد	نقل المتر الطولي بالكيلوجرام
١٢٠	٥٥٤٧	١٠٠٩٥	١٢٦٢	١٤٥	٥٧٨٩	١٠٥٣٦	١٣١٦
١٣٠	٦٠٣١	١٠٩٧٦	١٣٧١	١٥٥	٦٤٧٦	١١٤٢٢	١٤٢٦
١٤٠	٦٥١٩	١١٨٦٤	١٤٨١	١٦٠	٧٠٠٩	١٢٥٠٤	١٥٩٣
١٥٠	٧٠٠٩	١٢٥٠٤	١٦٠	١٧٠	٧٥٠١	١٣٦٥٤	١٧٠٥
١٦٠	٧٥٠١	١٣٦٥٤	١٧٠	١٨٠	٨٠٠١	١٤٨١٩	١٨٠٥
١٧٠	٨٠٠١	١٤٨١٩	١٨٠	١٩٠	٨٥٠١	١٥٩٧٦	١٩٠٥
١٨٠	٨٥٠١	١٥٩٧٦	١٩٠	٢٠٠	٩٠٠١	١٧١٤٢	٢٠٠٥
١٩٠	٩٠٠١	١٧١٤٢	٢٠٠	٢١٠	٩٥٠١	١٨٣٠٧	٢١٠٥
٢٠٠	٩٥٠١	١٨٣٠٧	٢١٠	٢٢٠	١٠٠٠١	١٩٤٧٦	٢٢٠٥

وهناك جد ولا يشتمل على أبعاد بعض حديد على شكل ضعف حرف T اعنى على شكل I مأخوذة من أطالس بعض القاطرات

رقم	نوع	أبعاد الحديد بالسنتيمتر		نوع	نوع	القوة الفعلية وهي عبارة عن مجموع الاحمال الواقعة في وسط العتب مضروباً في طول العتب مقدره بالكيلوجرام
		العرض	السمك			
١	١٠	٤٠٣	١٨٥	١٠	١١٠٥٠	٨٥٤
٢	١٤	٤٠٥٠	٢٧٠	١٤	١٣٧٠٠	١٠٨٤
٣	١٤	٤٠٧٠	٢٧٥	١٤	١٥١٠٠	١٤٤٠
٤	١٤	٨٠٠٠	١٠٥	١٤	٢٧٩٠٠	٢٨٢٨
٥	١٦	٤٠٨٠	٢٧٠	١٦	١٩٠٩٠	١٨٨٠
٦	١٦	٨٠٠٠	١٠٥	١٦	٢٨٠٦٠	٣٣٩٤
٧	١٦	١٤٠٠٠	١٠٤	١٦	٤٤٠٥٠	٥٦٨٤
٨	١٨	٥٠٥٠	٢٩٠	١٨	٤٥٠٤٠	٢٩٤٠
٩	١٨	١٠٠٠٠	٢٩٠	١٨	٤٠٠٨٠	٥٧١٦
١٠	٢٠	١١٠٠٠	١٣٥	٢٠	٤٧٠٠٠	٧٢٤٤
١١	٢٤	٦٠٤	١١٥	٢٤	٣٢٠٥٠	٤٧٤٤
١٢	٢٤	١٠٠١٥	١٣٦	٢٤	٥١٠٩٠	٨٩٥٤
١٣	٢٥	١٣٠٠٠	١٦٠	٢٥	٦٩٠٩٠	١٣١٠٨
١٤	٢٦	١٣٠٠٠	١٣٨	٢٦	٦٣٠٨٠	١٤٣٦٤
١٥	٣٠	١٤٠٨٠	٢٠٧	٣٠	١٠٠٠١٠	٢٢٦١٤
١٦	٤٠	١٤٠٤٠	٢٠٠	٤٠	١١٤٠٦٠	٣١٨٦٠
١٧	٥٠	١٦٠٠٠	٣٠٨	٥٠	٢٠٦٠٠	٧٤٦٤٨



ولبيان القوة العملية لعب ما على شكل I نفرض عتبا من هذا القبيل طوله ٨ ر. متر وثقل المتر الطولي منه ٨٠٠ كيلوجرام وحاملا يحمل موزع بانتظام على المتر الطولي بمقدار

٣٠٠ كيلوجرام

١٠٠٠ كيلوجرام

٦٠٠ كيلوجرام

٦٤٠ كيلوجرام

٣٤٠

والمحمل الموزع بانتظام بالنسبة للعب بتمامه يساوي  $300 \times 8 = 2400$  ونصفه يحمل وسط اللعب أعني ١٢٠٠

١٠٠٠

والثقل الموزع في وسط اللعب يساوي

١٨٠

فيكون مقدار مجموع الاحمال المحملة في وسط اللعب هو

ويضرب هذا المقدار في طول اللعب وهو ٨ ر. متريكون الحاصل وهو ١٦٠٠ كيلوجرام هو القوة العملية للعب

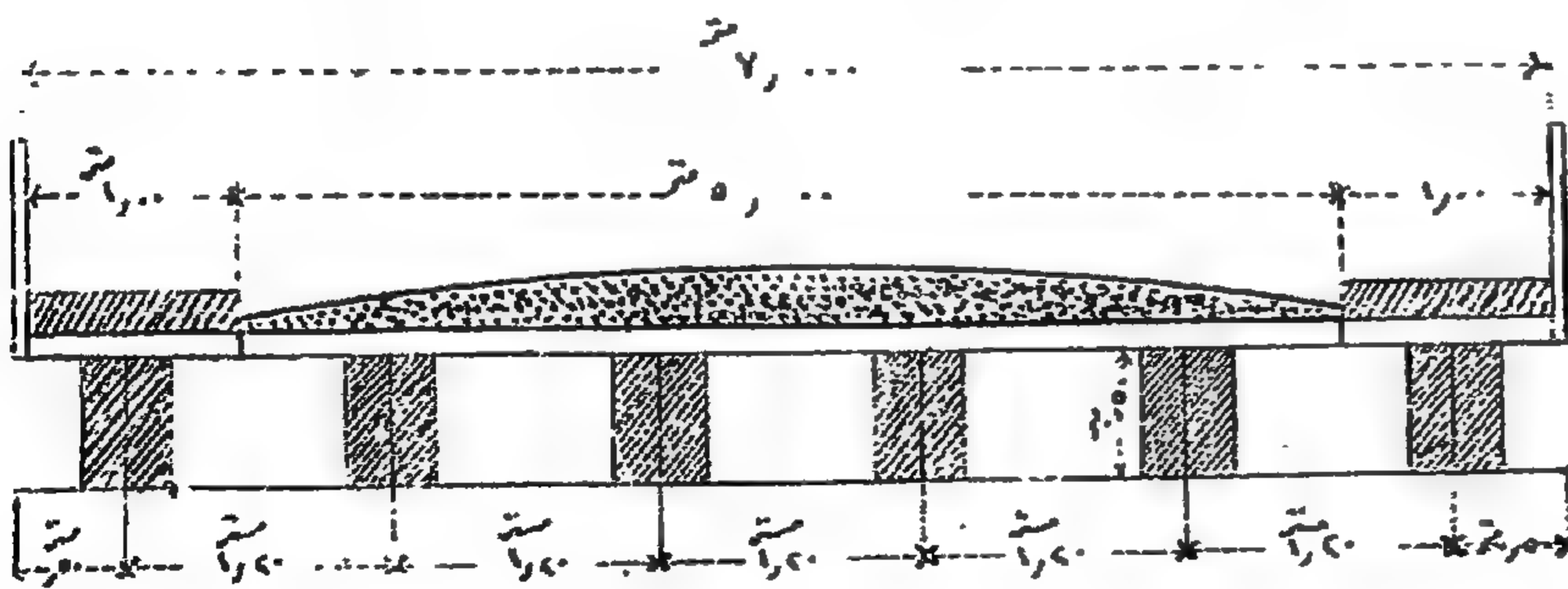
المفروض

وحينئذ يكون اللعب المذكور هو اللعب المقابل لتمر ١٥ تقريبا حيث ان ١٦٠٠ كيلوجرام يقرب من المقدار

١٦٠٠ الجداولي

### في حساب قنطرة خشبية

نفرض ان مقدار فتحة قنطرة خشبية ثمانية أمتار وعرضها سبعة أمتار وتركب من ستة أعتاب أصلية ارتفاع كل منها ٦ ر. والبعد الكائن بينها من محور الى آخر يساوي ٤٠ ر. امتر كما هو موضح في شكل وان القنطرة المذكورة معدة لمرو طريق معتاد والمطلوب حساب عرض كل من الأعتاب المذكورة



لذلك يبدأ أولا بتعيين ما يخص

المتر الطولي من كل لعب من الأعتاب

المذكورة من الحمل المستديم الموزع

بانتظام وحينئذ فيبحث عن سطح

الجزء المحصور بين محوري عتبتين

حيثما اتفق فيكون ٩ ر. ٦٠ متر ثم

يضرب هذا العدد في السمن المتوسط لدكة الطريق والتورتارين ولكن ٤٠ ر. متر فيكون الناتج وهو ٤٠٠

متر مكعب وحيث أن ثقل المتر المكعب من الدكة المذكورة يساوي ٤٠٠ كيلوجرام تقريبا فيكون ثقل الدكة

المحصورة بين عتبتين متاليتين هو ٤٨٠٠ كيلوجرام ويكون حينئذ مقدار الحمل المستديم الموزع بانتظام

على المتر الطولي من اللعب هو ٦٠٠ كيلوجرام ومن حيث أن الطريق معد لمرو العربات وكان ثقل أثقل عربة

يساوي ١٦ طن فلاته أعني ١٦٠٠٠ كيلوجرام والبعد الكائن بين دنجلى العربة الواحدة يساوي ٣٠ ر. متر

حينئذ



فحينئذ يخص المتر الطولى ٥٣٣٣ كيلوجرام وحيث انه يمكن مرور عريتين مجاورتين لبعضهما فيكون الثقل على المتر الطولى هو ١٠٦٦٦ كيلوجرام وكان هذا الثقل موزعا على اربعة أعتاب كما هو مشاهد من الشكل فيكون مقدار ما يخص المتر الطولى من العتب الواحد بالنسبة للحمل العارضى الموزع بانتظام هو ٢٦٦٦ كيلوجرام تقريبا ويمكن اعتبار هذا الحمل للسهولة ٢٠٠٠ كيلوجرام فقط

وحينئذ فيمكن حساب عرض كل من الاعتاب المتوسطة المذكورة بناء على أن الحمل الموزع بانتظام على طول كل عتب هو مجموع الحملين المستديم والعارضى حيث أن القطر ذات فتحة واحدة وعليه فيكون مقدار الحمل الداخلى فى الحساب هو ٢٦٠٠ كيلوجرام بالنسبة للمتر الطولى من العتب

ومع ملاحظة اعتبار الاعتاب مركزا بنهايتها فقط فإنه من معادلة

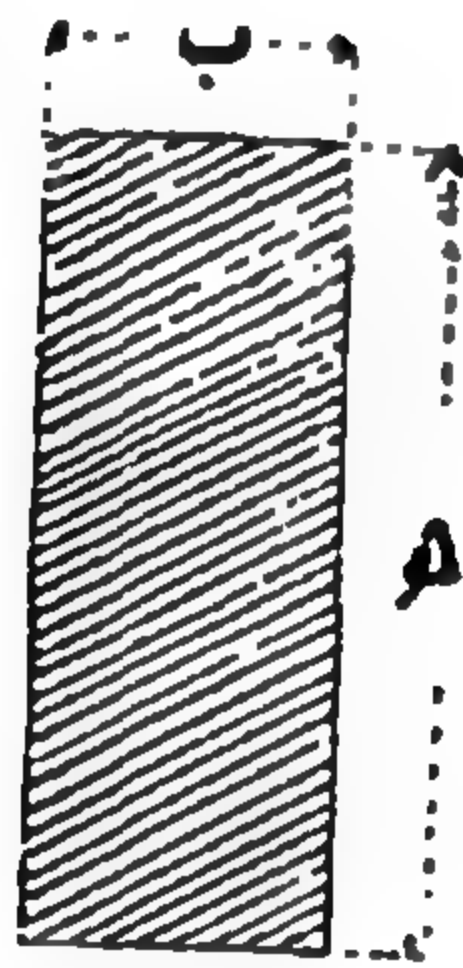
$$ع = \frac{1}{8} \text{ م}$$

التي فيها ع رمز لعرض الاعطاء الاعظم ما يمكن انه لمقدار الثقل الموزع بانتظام على المتر الطولى ا ل رمز لطول

العتب يجب مقدار ع فيكون ع = ٢٠٨٠٠

ثم يوضع مقدار ع هذا فى معادلة

$$ع = \frac{٢٠٨٠٠}{٧٨}$$



ش ٢

التي فيها م = ١٠ × ٨ بالنسبة للعتب ا هـ = ٦٠ م، ا هـ رمز لعرض قصور قطاع العتب الذى هو هنا مستطيل كما فى شكل فيكون

$$\frac{٢٠٨٠٠ \times ١٠ \times ٨}{٦٠} = \frac{٢٠٨٠٠ \times ١٦}{٧٨} = ٢٠٨٠٠$$

$$٢٠٨٠٠ \times ٦ = \frac{٢٠٨٠٠ \times ٦}{٦٠ \times ١٦} = ٢٠٨٠٠$$

$$\frac{٢٠٨٠٠}{١٦} = ١٣٠٠٠$$

$$\frac{١٣٠٠٠ \times ١٦}{٧٨} = ٢٠٨٠٠$$

$$٢٠٨٠٠ = ٢٠٨٠٠$$

وهذا المقدار الأخير هو بالنسبة للأربعة أعتاب المتوسطة كما ذكر اعنى عرض كل منها يساوى ١٠ م أما بالنسبة لكل من العتين المتطرفين فيكون العرض اقل من ذلك حيث ان كلا منهما حامل للتور وتوارات فقط تقريبا وحيث أن الحمل العارضى على التور وتوارات هو ٣٠٠ كيلوجرام على المتر المربع فيكون الحمل الكلى الموزع بانتظام بالنسبة للمتر الطولى هو لكل من العتين المتطرفين المذكورين هو ١٠٠ كيلوجرام أو لزيادة الأمانة ١٠٠٠ كيلوجرام حيث أن السعة المحمولة تساوى ١٠ م وحينئذ يكون

$$ع = \frac{1}{8} \text{ م} = ٨٠٠٠$$

$$\frac{٨٠٠٠ \times ١٠ \times ٨}{٦٠} = \frac{٨٠٠٠ \times ١٦}{٧٨} = ٨٠٠٠$$

$$\frac{٨٠٠٠ \times ٦}{٦٠ \times ١٦} = ٣٠٠٣$$

$$\frac{٣٠٠٣ \times ١٦}{٧٨} = ٦٠٠٠$$

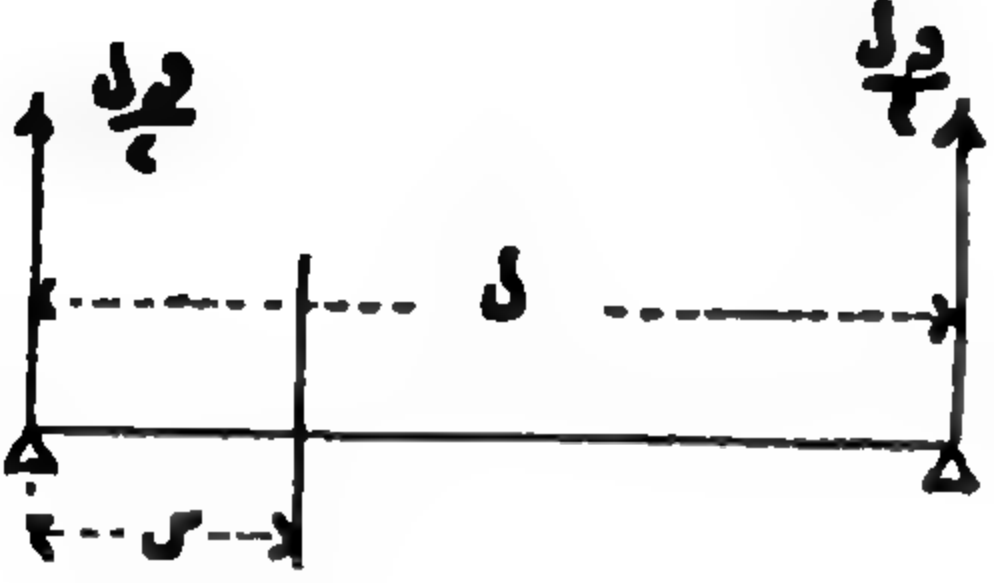


$$b = \frac{200.3 \times 12}{216} = \frac{36}{216} = 17 \text{ متر}$$

اعني عرض كل من العتبتين المتطرفتين يساوي ١٧ متر  
ومن حيث أن عزم الانحناء في أي نقطة متباعدة عن إحدى نقطتي الارتكاز بالبعد  $s$  (شكل ٣) يعطى بالمعادلة

$$E = \frac{W}{L} s - \frac{W}{L} s$$

وكان الحمل القاطع هو المشتقة برتبة أولى لعزم الانحناء فاذا رمز له بحرف  $H$  يكون



شكل ٣

$$H = \frac{W}{L} s - \frac{W}{L} s = 0 \quad \left( \frac{W}{L} s - \frac{W}{L} s \right)$$

ومن هذه المعادلة يرى أن اعظم مقدار للحمل القاطع يكون في نقطتي الارتكاز ومقداره  $\frac{W}{L}$

وحينئذ يلزم أن يكون قطاع أحد الاعتاب المتوسطة محققاً للحمل القاطع وكذلك قطاع أحد العتبتين المتطرفتين وحيث أن قطاع أحد الاعتاب المتوسطة يساوي  $600 \times 170 = 102000$  ميليمتر مربع وكان معامل مقاومة الخشب يساوي ٨ كيلوجرام بالنسبة للميليمتر المربع فيكون مقاومة القطاع المذكور مساوية إلى ٨٠٦٤٠٠ كيلوجرام وهي أكبر بكثير عن مقدار الحمل القاطع وهو  $\frac{W}{L} = 10400$  كيلوجرام وكذا بالنسبة لأحد العتبتين المتطرفتين فإن مقدار القطاع لأحدهما هو

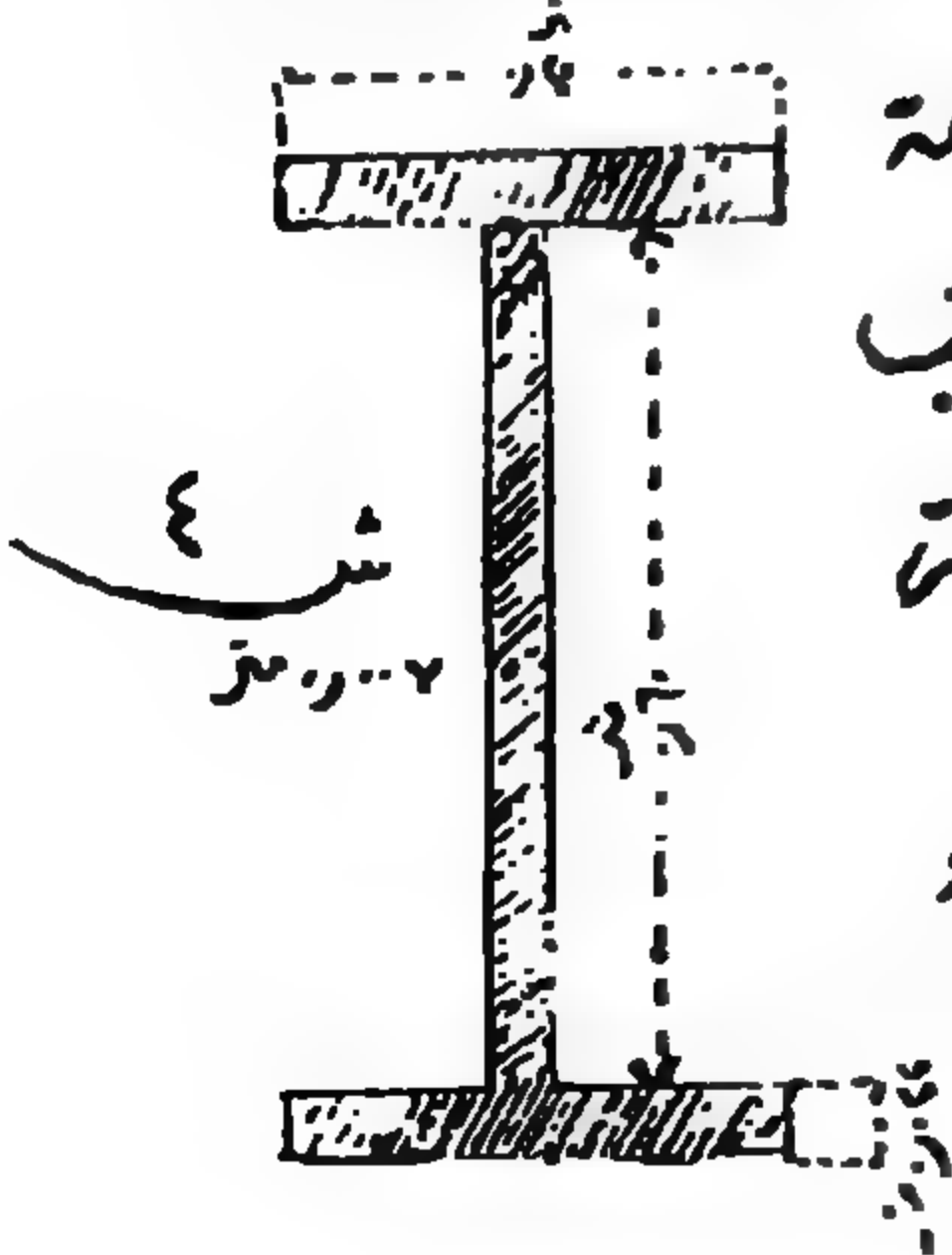
$$600 \times 170 = 102000 \text{ ميليمتر مربع ويقاوم إلى } 81600 \text{ كيلوجرام وهذا المقدار أكبر بكثير}$$

أيضاً عن الحمل القاطع بالنسبة للعتب المتطرف وهو  $\frac{W}{L} = 10400$  كيلوجرام

ويفهم من ذلك أن قطاعات جميع الاعتاب محققة وزيادة للحمل القاطع وعليه فتكون موافقة لحمل المسألة وقد قطع النظر في الحساب عن ثقل العتب حيث أنه قليل بجانب كل من الحمل المستديم والحمل العارض

في حساب قنطرة من الحديد ذات فتحة واحدة

باعتبار أن القنطرة المذكورة تتركب من عتبتين أصليتين فقط من الحديد على شكل ضعف حرف T بحسابها يرجع إلى حساب أحد العتبتين المذكورين فاذا فرض مثلاً أن طول أحد العتبتين ٦٠ متر وارتفاعه ٦٠ متر وأن سلك البدن أو الروح يساوي ٧٠٠٠ متر وأن عرض كل من الرأسين يساوي ٤٠ متر كما في شكل ٤



شكل ٤

وكان المطلوب حساب سلك كل من الرأسين المذكورين بعد معلومية أن معامل مقاومة الحديد  $= 6$  كيلوجرام على الميليمتر المربع وأن الحمل الثابت بالنسبة للمتر الطولي من العتب يساوي ١٢٠٠ كيلوجرام بما فيه ثقله بالتقريب وأن الحمل العارض بالنسبة للمتر الطولي هو ٩٠٠ كيلوجرام

مثلاً يقال أنه في هذه الحالة يكون الحمل الكلي منه بالنسبة للمتر الطولي هو ٢١٠٠ كيلوجرام وبالنسبة للعتب بتمامه هو ١٢٦٠٠ كيلوجرام

وحيث أن القوة القاطعة تكون اعظم ما يمكن على نقطتي الارتكاز فتكون مساوية لنصف الحمل الكلي



أعني مساوية الى ٦٣٠٠ كيلوجرام وعزم الانثناء ع في نقطة مثل م شكل متباعدة عن نقطة ١ بالبعد س يكون معينا بالمعادلة

$$ع = \frac{قيد س}{٤} - \frac{قيد س}{٤} = \frac{قيد س}{٤} (ل - س)$$

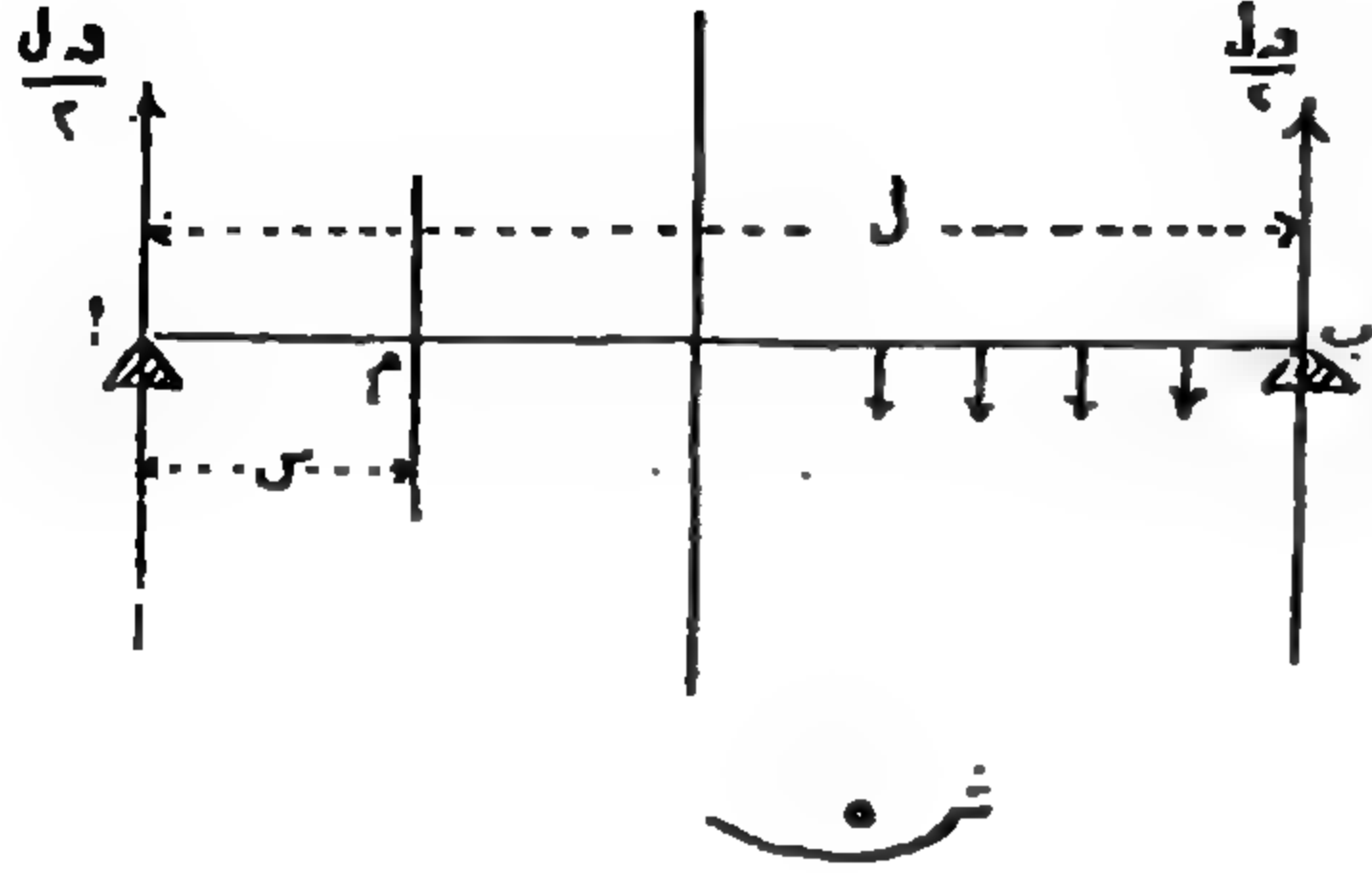
وهذا العزم يكون نهاية عظمي حينما يكون س =  $\frac{١}{٤} ل$  أعني في وسط العتب

وحينئذ على بعد  $١٠٠$  متر من نقطة ١ يكون

$$ع = ٥٢٥٠ \text{ وعلى بعد } ١٠٠ \text{ متر يكون}$$

$$ع = ٨٤٠٠ \text{ وعلى بعد } ١٠٠ \text{ متر يكون}$$

$$ع = ٩٤٥٠$$



وهذه الثلاثة رأسيات كافية لرسم المنحنى المكافئ البياقي للعزم

وقطاع العتب يتعين بالقانون

$$م = \frac{ع}{٤}$$

الذي يلزم ان يجعل فيه  $م = ٦٠٠٠٠٠ = ٦٠ \times ١٠٠٠٠$   $\frac{١}{٤} \times ٩٤٥٠ = ٢٣٦٢٥$  ومنها يحدث

$$٢٣٦٢٥ = \frac{٩٤٥٠}{١٠ \times ١٠} = \frac{٩٤٥٠}{١٠٠} = ٩٤٥٠$$

ولكن عزم قصور الروح هو تقريبا  $\frac{١}{١٤} \times ٢٣٦٢٥ = ١٦٩٤٦٥$  وحينئذ يكون عزم قصور مجموع الرأسين هو  $٣٤٦٥٠$

حينئذ اذا مر جرف س لسلك كل من الرأسين المذكورين يكون مساحة كل منها هو  $١٠٨ \times ٢٣٦٢٥ = ٢٥٥٠٠٠٠$  ومنها يحدث

$$س = \frac{٣٤٦٥٠}{٢٥٥٠٠٠٠} = ٠٠٠٠٠٣٤٦٥$$

وحينئذ يكون سلك كل من الرأسين  $٠٠٠٠٠٣٤٦٥$  متر

فاذا أريد تركيب الرأسين المذكورين من زوايا وصفائح من الصاج المبرشم مع بعضه او المبرشم ايضا على البدن المكون من الصاج أيضا فيستعمل مثلا كافي شكل ١ زوايا  $\frac{٨٠ \times ٨٠}{١٠٠}$  وكل زاوية يكون سطحها  $٠٠٠١٥$  والجزء المتوسط لهذا السطح هو تقريبا على بعد  $٤٥$  متر من المحور العرضي للعتب بحيث

يكون عزم قصور الاربعة زوايا مجمعة مع بعضها هو

$$٩٣٧٥٠ = ٢٤٥ \times ٠٠٠١٥ \times ٤$$

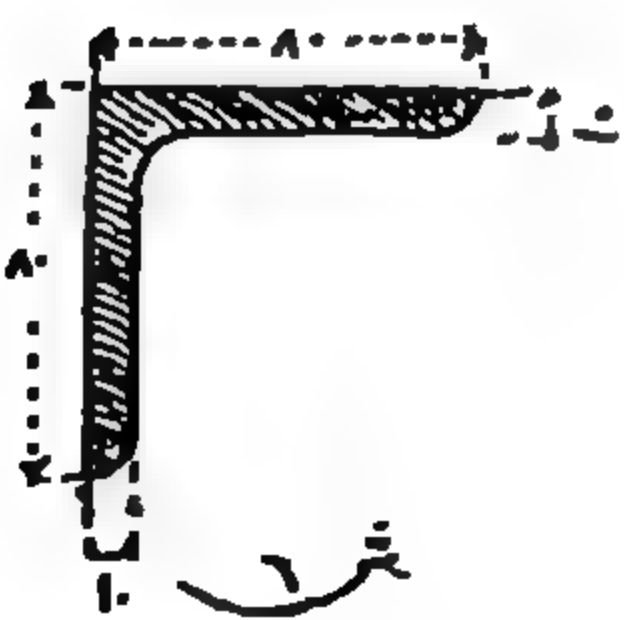
ولا يبقى سوى البحث في الرأسين عزم قصور يكون مساويا الى

$$(٣٤٦٥٠ - ٩٣٧٥٠) = ٠٠٠٠٠٩٣٧٥$$

$$٠٠٠٠٠٤٥٠٥٥$$

وحينئذ يمين السلك س لكل من الرأسين من القافون

م . ق . مقاومة مراد





$$س = \frac{20000000}{20108} = 994.000 \text{ متر}$$

وحينئذ فيمكن ان تكون كل رأس من لوحين من الصاج سمك كل منها ٠.١٤ متر ومن ثلاثة ألواح سمك كل منها ٠.٠٨ متر كاف في شكل ٧

ومزية تكوين العتب من ألواح من الصاج ومن زوايا هي عدم الاضطراب الى مد ألواح الرأس بطول العتب بتمامه وحيث أن عزم الانثناء آخذ في النقص ابتداء من وسط العتب لغاية نهايتيه اللتين ينعدم فيها فينبغي تقصير ألواح الرأسين على التوالي من الوسط الى حدمعين وهاك بيان ذلك

أن الروح والزوايا واللوح الأول الذي سمكه ٠.٠٨ متر ينتج عنها مع عزم قصور

$$0.000126 + 0.0009375 + 0.0008618 = 0.003093 \text{ متر}$$

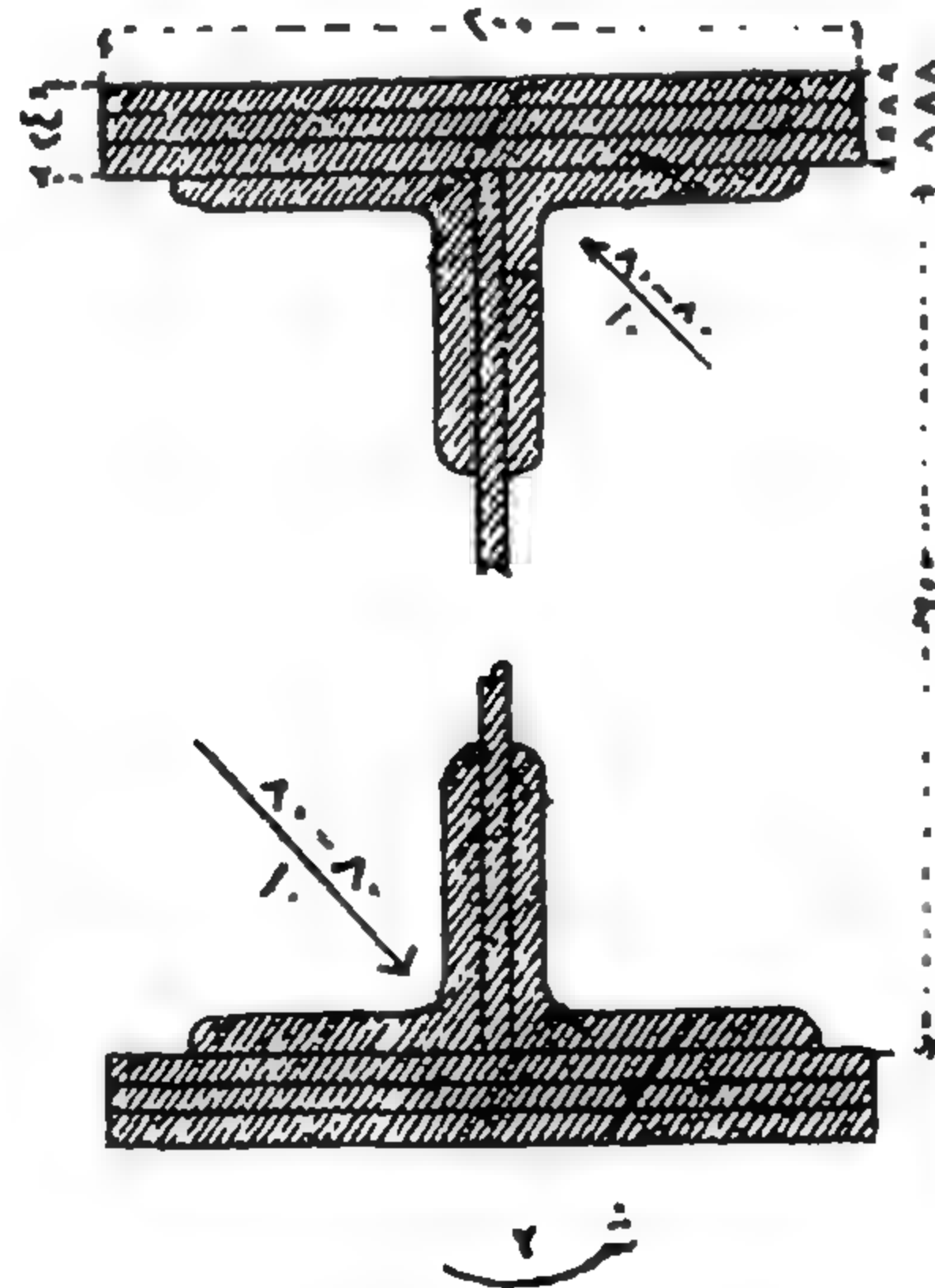
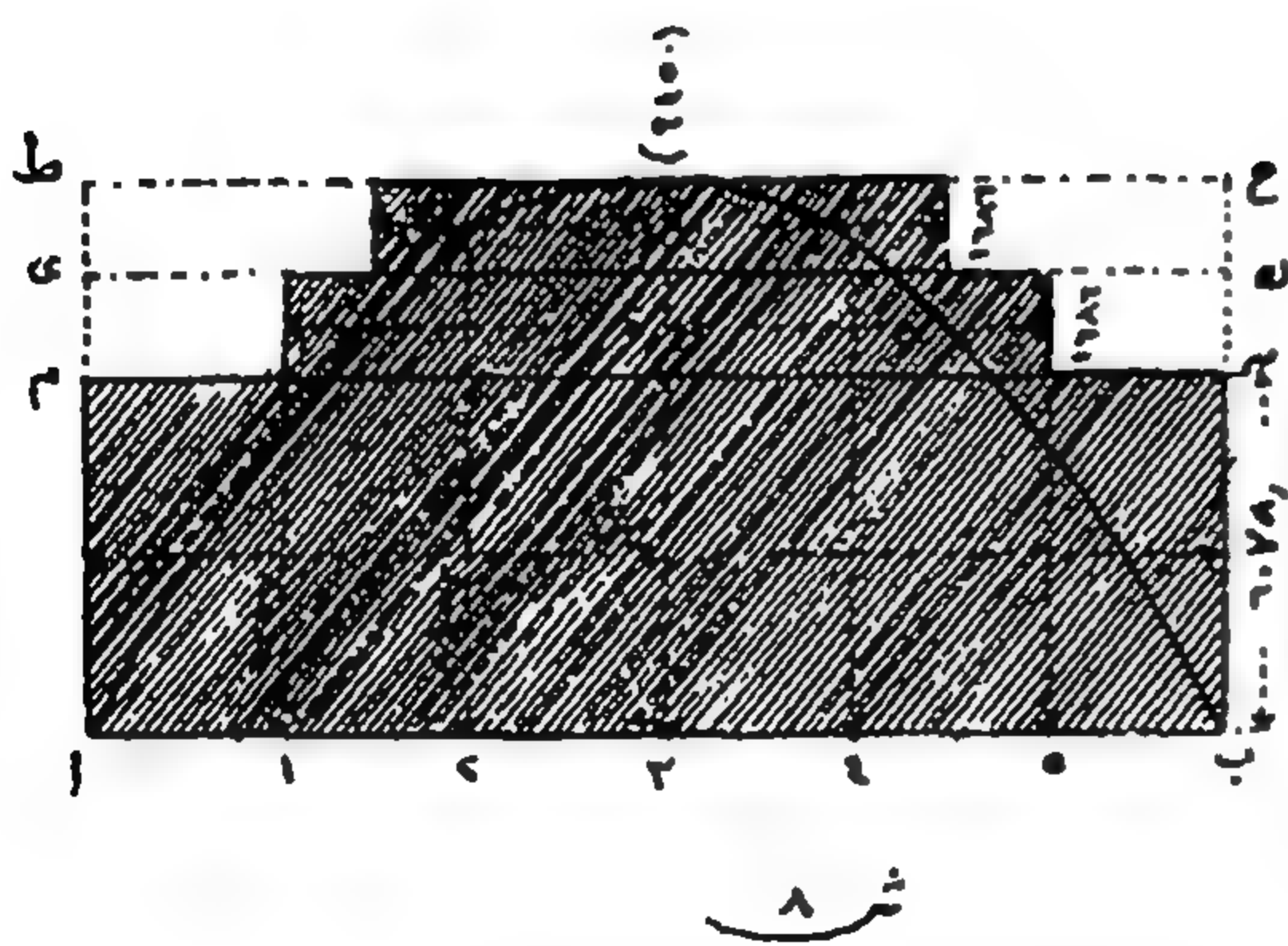
وعزم القصور هذا ع كاف لان يزن مع عزم انثناء ع =  $\frac{4}{3} = 1.33$  متر

ولنفرض أن الروح والزوايا واللوح الأول تمتد بطول العتب بتمامه وعزم الانثناء المقابل لذلك يكون مبينا في كل نقطة بالرأس المستطيل م م ب شكل ٨ الدال على العدد ٠.٧٨ مقدرا بالمقياس وحيث أن عزم قصور اللوح الثاني من الرأسين هو ٠.٠٠٠٨٦١٨ ويقابل لعزم انثناء

$$ع = \frac{4}{3} = 1.33 \text{ متر}$$

الذي يتقدير بالمقياس يكون مبينا بالمستطيل م م ب ك ي وبالمثل يكون اللوح الثالث مقابله لعزم انثناء مبين بالمستطيل ي ك ح ط المساوي للأول فاذا مدت الثلاث ألواح بطول العتب بتمامه فإنه يمكن ان يقاوم في كل قطاع عزم كسر مقدرا بالرأس الثابت للمستطيل ا ط ح ب لكن لا يحتاج الأمر لوجود هذه الزيادة من

القوة حيث يكفي أن العتب يلزم أن يقاوم عزم انثناء مقدرا بالأحادي الرأس للقطع المكافئ وحينئذ فيمكن أن يحذف من المستطيل العمودي كل ما كان خارجا عن القطع المكافئ المذكور وفي الحقيقة لا يلزم حذف جميع ما كان خارجا على التمام حيث أنه يتقضى قطع الألواح الصاج من أطرافها على الزاوية القائمة وليس بالاعراف مع تحديده الألواح على التوالي على بعد





قليل من القطع المكافئ وحينئذ في الحالة التي نحن بصدد ما يكون طول اللوح الابعد ما يكون ... ٣ متر والثاني ... ٤ متر وأما من جهة اللوح الأخر فانه يمتد بطول العتب بتمامه وكذلك الروح والزوايا

في حساب قنطرة من الحديد ذات أربعة فتحات

باعتبار أن القنطرة المذكورة تتكون من عتين أصليتين فقط من الحديد على شكل ضعف حرف T لحسابها يرجع الى حساب أحد العتين المذكورتين ولذلك يقال إذا كان المطلوب حساب عتب ذي أربع فتحات منها الفتحان المتطرفان سعة كل منهما ٤.٠ متر والفتحتان المتوسطتان سعة كل منهما ٥.٠ متر

بفرض أن الحمل العارضى الثابت مقدار ٤٠٠٠ كيلوجرام على المتر الطولى وأن الحمل العارضى المتحرك مقداره ٤٠٠٠ كيلوجرام بالنسبة للمتر الطولى كذلك فمنه بالرموز  $E$   $e$   $\frac{1}{4}L$  كما في الشكل لعزرا الانحناء على الإكاف المتوسطة أى المحصورة بين الكتفين المتطرفين مع ملاحظة أن عزرا الانحناء على الكتفين المتطرفين معدومان ثم نطبق نظرية العزرا المذكورة ونجعل فيها  $L = \frac{1}{4}L = ٤.٠$  متر  $\frac{1}{4}L = ٥.٠$  متر

فأولا تأثر الحمل الثابت أى المستديم - ولنختار

ابتداء تأثير الحمل الثابت الموزع بانتظام على طول القنطرة وحينئذ يلزم أن يجعل في القوانين

$$P_1 = P_2 = P_3 = P_4 = \dots = \text{كجرام}$$

وحينئذ بتطبيق المعادلة العمومية التي هي

$$\frac{E}{1+m} + \frac{e}{m} + \frac{L}{1+m} = \frac{E}{1+m} + \frac{e}{m} + \frac{L}{1+m} = \frac{E}{1+m} + \frac{e}{m} + \frac{L}{1+m}$$

على عتب ذي أربع فتحات تنبع الثلاث معادلات الآتية

$$E + ٥.٠ + ٤.٠ = ٥.٠ \times \frac{1}{4}L + \frac{E}{1+m} + \frac{e}{m} + \frac{L}{1+m}$$

$$E + ٥.٠ + ٥.٠ = ٥.٠ \times \frac{1}{4}L + \frac{E}{1+m} + \frac{e}{m} + \frac{L}{1+m}$$

$$E + ٥.٠ + ٥.٠ = ٥.٠ \times \frac{1}{4}L + \frac{E}{1+m} + \frac{e}{m} + \frac{L}{1+m}$$

وبالتحليل مع الاختصار يحدث

$$٩٤٥ \times ١٠٠٠ = ٥.٠ + ٤.٠$$

$$٤٥٠ \times ١٠٠٠ = ٥.٠ + ٤.٠$$

$$٩٤٥ \times ١٠٠٠ = ٥.٠ + ٤.٠$$

وحل هذه المعادلات الثلاث سهل حيث أنه يكفي استخراج  $E$  من المعادلة الأولى والثالثة بدلالة  $E$  ووضع مقدارها في المعادلة الثانية واستخراج  $e$  منها لكن لا يتبع الطريقة العمومية لضرب المعادلة الأخيرة في واحد والثانية في ١ والأولى في ١ ثم تجمع هذه المعادلات على بعضها طرفاً بطرف فيحدث

$$E + ٥.٠ + ٤.٠ + ٥.٠ + ٤.٠ + ٥.٠ + ٤.٠ = ٥.٠ + ٤.٠ + ٥.٠ + ٤.٠ + ٥.٠ + ٤.٠ + ٥.٠ + ٤.٠$$

ولاجل تعيين  $E$   $e$   $L$  نساوى كلا من معاملي  $E$   $e$   $L$  بصفر فيحدث



وبوضع مقدارى  $y$ ،  $z$  فى معادلة (١) واجراء العمل ينتج مقدار  $x$  وبوضعه فى المعادلة الأولى والاخيرة من الجملة الاصلية ينتج مقدار  $a$ ،  $b$  وحينئذ يكون

3 4.8.70 -  $\Xi = \xi$

$$25.470 = \bar{x}$$

ولنجث الآن عن تعيين المخفيات الدالة على عزم الانحاء في كل فتحة من فتحات العتب كما في اشكال ١٧٦١١٠٤١١ على التوالي  
ولأجل ذلك نقول أنه بالنسبة لفتحة نمر ترتيبها فأن العزم على لقطعاع من من هذه الفتحة [ التي فيها من  
محسوب من نقطة أصل الفتحة ] يبين بالقانون الآتي وهو

$$(2) \dots\dots\dots \left(\frac{1}{m} - \frac{1}{n}\right) s + \frac{\frac{1}{n} + \left(\frac{1}{m} - \frac{1}{n}\right) \frac{1}{n}}{\frac{1}{n}} = \frac{1}{n}$$

الفتحة المتطرفة — أ بالنسبة للفتحة المتطرفة شكل ١ يلزم أن يجعل في القانون المذكور

$\frac{e}{1-3} = \frac{6}{m} = \frac{6}{n} = \frac{8}{m} = \frac{7}{n} = \dots$  فيقول الى

ع = ۲۹۷۹۸ - ۱۰۰۰ س

والقطع المكافئ المدلول عليه بهذه المعادلة يقطع محور السينات أعني أن عزم الانحناء ينعدم بالنسبة  
للمقدارين  $s = 0$  و  $s = 8.9$  والمماس الأفقي يقابل بداهة المقدار  $s = 8.9$  <sup>متري</sup> ويكون <sup>متري</sup> التماثل المقابل لغز الانحناء جتد  
مساويا إلى  $990.0$  وهذه المعاليم كافية لرسم القطع المكافئ البينائي بكم ضبط لغز الانحناء التي تكون واحدة في كلا الفتحين المتطرفين  
ويرى أن عزم الانحناء ينعدم في نقطة الأصل ويكون موجبا لغاية  $8.9$  متر وأخذ في التزايد من الأبداء  
لغاية  $9.1$  متر ثم يأخذ في النقص بعد ذلك وينعدم على بعد  $8.9$  متر وبعد ذلك يصير سالباً  
ويأخذ في التزايد باستمرار لغاية نقطة الارتكاز ويرى من ذلك أن قطاع العقب على بعد  $8.9$  متر من نقطة  
الأصل يلزم أن يكون معدوماً نظرياً ولكن على الأقل يلزم أن يكون كافياً لمقاومة الحمل القاطع  
الفتحان المتوسطان - في الفتحين المتوسطين شكلت المنحنيان البيانيان لغز الانحناء متحدان بسبب حصول  
التماثل وكيفي حساب أحدهما فقط «وحيث أنه يعمل في قانون (٤)

$$r \dots = \sum_p^L \{ 0.970 - = \sum_p^L 0. = \sum_p^L \{ 2.8.70 - = \sum = \frac{\sum}{1-p}$$

نیوڈالہی  $\text{ع} = 40.8.0.0 + 49.7.6.5 - 1.0.0.0$

والقطع المكافئ المدلول عليه بهذه المعادلة يتقطع محور السينات على جدى ١٠٠٥٣ متر ٣٨٩٥٠ متر من  
أحد الكنتين والمماس الأفقى المقابل لعزم الانحناء الموجب الأعظم ما يمكن يقابل المتوسط العدوى للعدوين  
المذكورين أعنى يقابل العدد ٧٤٠٠ متر، وحينئذ يكون مقدار العزم المذكور هو ١٩١٤٧٧ وهذه  
المعالية كافية لرسم المنحنى المكافئ بالتأمر كما هو شاهد من شكله وما أجريناه لغاية هنا من الحسابات هو  
بخصوص الحمل المستديم أى الثابت



وثانياً تأثير الحمل العارضى المتحرك - حيث أن الحمل العارضى هو ٤٠٠٠ كيلو جرام وأن الفتحة الواحدة يلزم أن تكون محملة بالكامل بخلاف الفتحات المتعددة فإنها قد تكون محملة بالانفراد أو ثلث أو الأربعة معاً فيلزم معرفة كل قطاع من العتب بالنسبة لتوافق الحمل الاعظم خطراً ولمعرفة عدد التوافق المذكورة فنقول أنه يمكن تحمیل كل فتحة على حدة وحينئذ ينتج عن ذلك أربعة توافق كما في شكل ١١ التي تقول الى اثنين بسبب التماثل

ثم يلزم تحصيل الفتحان مشق فينج<sup>التوافق</sup> (٢١) ، (٣١) ، (٤١) ،  
 (٣١) ، (٤١) ، (٥١) كما في شكل ١٢ التي تؤول الى  
 اربع حالات فقط حيث أن الحاليتين الاخيرتين مكررتان  
 ثم يلزم تحصيل الفتحات ثلاث فينج التوافيق (٣١) ، (٤١) ،  
 (٥١) ، (٦١) ، (٧١) كما في شكل ١٣ التي تؤول الى اثنين  
 حيث أن الحاليتين الاخيرة والاولى متحدتان والحاليتين  
 المتوسطتين هما متحدتان كذلك

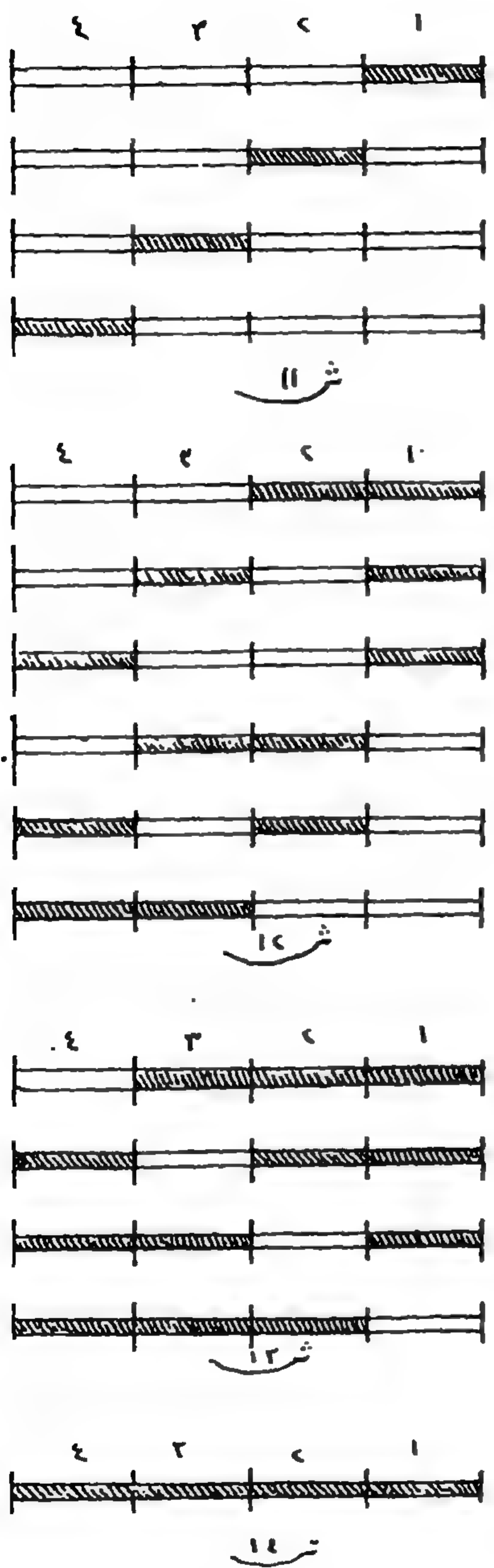
ثم يلزم تحميل الفئات جميعها معا فينتج عن ذلك توفيق واحد فقط كما في شكل ١٤ وحينئذ فيحدث تسعة توافيق مختلفة ومن الصعب تكرار الحساب بالنسبة لكل منها والأحسن تسهيل العمل باستعمال الطريقة الرسمية لبعض الحالات فغلبنا ابتداء الحمل على فئة واحدة تماما فينتج عندنا توفيقان كما ذكر فلحساب عمر الأبناء فيها نجري العمل كما يات

التوفيق الأول - الحمل على الفحة الأولى - حيث ان مقدار الحمل  
العارضى ٢٠٠٠ كيلوجرام فتستعمل نظرية العزم ونقطع النظر  
عن الحمل المستديم الذى سبق اختباره على حدة وحينئذ يلزم  
ان يجعل فى القانون  $\rho = 2000$  وكل من  $\rho$   $\frac{1}{3}$   $\frac{1}{4}$   $\frac{1}{5}$  مساويا  
للصفر فتحدث الثلاث معادلات الآتية لعزم الانحناء  $E$   $\alpha$   $\beta$   
 $\gamma$  فى نقاط الارتكاز وهى

$$\begin{aligned} 2 \quad \xi \cdot x_1 \dots x_{\frac{1}{\xi}} &= \sum_{i=1}^{\xi} x_i \frac{1}{\xi} = 0 \cdot x_1 \xi + (0 \cdot + 1 \cdot) \xi \\ &= 0 \cdot x_1 \xi + (0 \cdot + 0 \cdot) \xi + 0 \cdot x_{\xi} \\ &= (1 \cdot + 0 \cdot) \xi + 0 \cdot x_{\xi} \end{aligned}$$

وليتيج من هذه الثلاث معادلات أن

$$15330 = \sum_i 10171.0 + = \sum_i 19615.0 = \sum_i$$





ثم من قانون (٢) تحسب عزز الانحناء في النقط المختلفة من كل فتحة كما تقدر وحينئذ يكون بالنسبة للفتحة الأولى

$$\begin{aligned} \frac{E}{1000} &= \frac{E}{1000} = \frac{E}{1000} = \frac{E}{1000} = \frac{E}{1000} \\ \text{وبناء على هذه المعاليم فإن قانون (٢) يقول بعد اجراء الحساب الى} \\ E &= 30197 \text{ س} - 1000 \text{ س} \end{aligned}$$

وهذه المعادلة تدل على قطع مكافئ ينحدر الأعداء الرأسى بالنسبة الى س = ٤٠ س = ٣٠٩١٩ متر والمماس الأفقى أو عزز الانحناء الموجب الأعظم ما يمكن يقابل النقطة التي فيها س =  $\frac{30197}{4}$  = ٧٥٤٩.٢٥ متر ويكون  $E = 29970.7$  وهذه النتائج كافية لرسم القطع المكافئ الموضح في شكله وبالنسبة للفتحة الثانية

$$\begin{aligned} \frac{E}{1000} &= \frac{E}{1000} = \frac{E}{1000} = \frac{E}{1000} = \frac{E}{1000} \\ \text{وبناء على هذه المعاليم فإن قانون (٢) يقول الى} \\ E &= 195110 + 4876 \text{ س} \end{aligned}$$

وهذه المعادلة تدل على خط مستقيم يقطع محور السينات في نقطة بعدها س = ٣٩٩٠ متر يمكن رسمه بسهولة حيث أنه يكفي أن يوصل بين نهايتي العزمين ع' ع'' وبالنسبة للفتحة الثالثة يقال

حيث أن المنحنى البياض للعزم خط مستقيم أيضا فهذه الفتحة وان هذا الخط هو الواصل بين نهايتي العزمين لنقطتي الارتكاز ع' ع'' فلا يلزم كتابة معادلاته وبالنسبة للفتحة الرابعة

فإن منحنى العزم هو المستقيم الواصل بين النهاية ع' وبين مبدأ العتب وما ذكرناه هو بخصوص جميع منحنيات العزم الناتجة من تحميل الفتحة الأولى بالحمل العارضى وأما المنحنيات الناتجة من تحميل الفتحة الرابعة فهي مساوية للمنحنيات السابقة ولكنها موضوعة بعكس للمنحنيات المذكورة كما هو واضح من شكله

الترفيف الثاني - الحمل على الفتحة الثانية - حيث ان الحمل العارضى هو ٤٠٠٠ كيلوجرام فنستعمل أيضا نظرية العزم ونقطع النظر عن الحمل المستديم الذي سبق اختباره على حدة وحينئذ يلزم أن يجعل في القانون كل من  $\frac{E}{1000}$  مساويا للصفر ،  $E = 0$  فنحدث الثاوث معادلات الآتية بالنسبة لعزم الانحناء ص ، ص' ، ص'' فينقط الارتكاز وهي

$$18 \text{ ص} + 5 \text{ ص}' = 0$$

$$5 \text{ ص} + 4 \text{ ص}' + 3 \text{ ص}'' = 0$$

$$5 \text{ ص} + 18 \text{ ص}' = 0$$



ومن هذه المعادلات الثلاث ينتج أن

$$ص = - ٢٧٤٣٦٠ - ص = - ٢٦٤٠٩٧ - ص = ٧٤٨٦٠$$

وبناء على هذه المقادير فإنه يمكن أن يستخرج من قانون (٢) مقدار عزم الانحناء في النقط المختلفة من كل فتحة الفتحة الأولى - الخط البياني للعزم الانحناء هو المستقيم الواصل من نهاية العتب إلى نهاية العزم السالب من

$$\text{الفتحة الثانية} - م = ١٠٠٠ - ع = ٢٧٤٣٦٠ - ع = ٢٦٤٠٩٧ - ع = ٢٠٠٠$$

وبواسطة هذه المعاليم فإن معادلة (٢) تؤوّل إلى

$$ع = ١٠٠٠ - ص + ٢٦٤٠٩٧ - ص = ٢٧٤٣٦٠ - ص$$

وهذه المعادلة تدل على قطع مكافئ أحادي اتجاهه الرأسية تنعكس بالمقدارين

$$ص = ٢٦٤٠٩٧ - ع = ٢٠٠٠$$

والمماس الأفقي أو عزم الانحناء الأعظم ما يمكن يقابل للنقطة التي فيها  $ص = ٢٠٠٠$

ويكون حينئذ عزم الانحناء مساويا إلى ٣٥٦٦٤٠

وهذه المقادير كافية لرسم القطع المكافئ المبين في شكل ١٥

الفتحة الثالثة - الخط البياني للعزم هو المستقيم الواصل بين نهايتي العزمين  $ص$  ،  $ص$

الفتحة الرابعة - الخط البياني للعزم هو المستقيم الواصل من نهاية العزم  $ص$  إلى مبدأ العتب

وما ذكرناه من التوفيق الثاني هو بخصوص جميع منحنيات العزم الناتجة من تحميل الفتحة الثانية بالحمل العارض

وأما المنحنيات الناتجة من تحميل الفتحة الثالثة فهي مساوية للمنحنيات الناتجة من تحميل الفتحة الثانية لكنهما مقلوبة

بعكسها كما هو مشاهد من الشكل ١٥

تحقيق مكد - الخطان المستقيمان الواصلان بين  $ص$  ،  $ص$  وبين  $ص$  ،  $ص$  يلزم أن يقابلا المحور الأفقي

في نقطتي (١١) ، (١٢) اللتين هما نقطتا تقابل المستقيمين الواصلين بين  $ع$  ،  $ع$  وبين  $ع$  ،  $ع$  ويجب تحقيق

ذلك على الرسم

وهالك ارتباطا عموميا حقيقيا مهما كان عدد الفتحات نذكر لتحقيق نتائج الحسابات فنقول

البحث عن عزم الانحناء الأعظم ما يمكن الموجبة والسالبة الناتجة من الحمل العارض المتحرك - يرعى

من شكل ١٥ أنه يوجد في كل نقطة عزم انحناء ناتج من الحمل العارض للفتحة حيثما اتفقت وهذا

يؤدي لوجود أربعة عزم مختلفة كل منها ينتج على حدة من حمل الفتحة التابع لها ذلك العزم بمفردها لكن

من حمل أكثر من فتحة في آن واحد فقد يوجد عزمها أو ثلاثة أو أربعة عزم في آن واحد كذلك ويكون

العزم الناتج من هذه العزم هو المجموع الجبري

لكن من ضمن العزم الجزئية يوجد عزم موجب وعزم سالب بحيث أن عزم الانحناء الأعظم ما يمكن لا يقابل

الحالة التي فيها تكون جميع الفتحات محملة في آن واحد

والحمل العارض يمكن أن يحدث في كل نقطة عزمين كلاهما أعظم ما يمكن



احدهما موجب وهو عبارة عن حاصل جمع العزم الجزئية الموجبة  
والثاني سالب وهو عبارة عن حاصل جمع العزم الجزئية السالبة  
وحينئذ يرى أنه على اتجاه الخط الرأسى المار بنقطة الارتكاز نمق ١ أن عزم الانحناء الاعظم ما يمكن الموجب  
يحصل متى كانت الفتحة الثالثة هي المحملة فقط ويساوى  $٧٢٨٦٠$   
وأما من جهة عزم الانحناء الاعظم ما يمكن السالب فإنه يحصل متى كانت الفتحة الأولى والثانية والرابعة  
محملة مع بقاء الفتحة الثالثة بدون تحميل والمقدار المطلق لهذا العزم الاعظم ما يمكن هو

$$٢٧٤٣٦٠ + ١٩٠١١٠ + ١٤٣٣٥$$

وإذا اخذت الآن النقطة التي تبعد عنها  $١٢٠$  سم في الفتحة الثانية يرى أن عزم الانحناء الاعظم ما يمكن  
الموجب ينتج متى كانت الفتحة الثانية والفتحة الرابعة هما المحملتان فقط

وحينئذ فيفهم بالسهولة أنه يجمع الاحداثيات الرأسية على بعضها يمكن تكوين في مدة قليلة منحنى شكل ١٦  
الذين يعلم من أحدهما بالنسبة لكل نقطة عزم الانحناء الاعظم ما يمكن الموجبة ومن الثاني عزم الانحناء الاعظم  
ما يمكن السالبة المنسوبة جميعها للحمل العارضى وهذان المنحنيان المتصلان يجمع رأسيات الخطوط المستقيمة مع رأسيات  
الخطوط المستقيمة أو القطاعات المكافئة تتركب من اقواس من قطاعات مكافئة ومن خطوط مستقيمة ونقطة  
المرو فيها سهلة التعيين ومع ذلك ففى واضحة في الرسم

البحث عن عزم الانحناء الاعظم ما يمكن الكلى في كل نقطة - لايجاد عزم الانحناء الاعظم ما يمكن الكلى في كل  
نقطة يلزم تحقيق الحمل الثابت مع الحمل العارضى أعنى ايجاد النتائج المتحصلة من شكل ١٦ معاً ولكن يعلم  
أنه يوجد في كل نقطة - أولاً عزم انحناء ع منسوب للحمل الثابت وثانياً عزم انحناء اعظم ما يمكن  
موجب الذى يمكن أن يحدثه الحمل العارضى وثالثاً عزم انحناء اعظم ما يمكن سالب الذى يمكن أن يحدثه  
الحمل العارضى

فأما العزم ع فموجود دائماً ولا يمكن تعقيقه اما مع ع واما مع ع وحينئذ فيكون المجموعان الجزئيان (ع+ع)  
(ع+ع) فأكبرهما في المقدار المطلق يدل على أكبر العزم الذى يمكن استنتاجه من الحمل الثابت المؤثر فى آن  
واحد مع جميع المتوائف الممكن تصورهما للحمل العارضى

وبواسطة طريقة رسميه ابسط ما يكون التى هى عبارة عن ضم طولين على بعضهما يمكن حينئذ تكوين العزم الاعظم  
ما يمكن الكلية فى كل نقطة فحيث ان شدة الاحمال الناتجة من تأثير عزم انحناء على قطاع من العتب غير  
متعلقة باشارة العزم المذكور حينئذ يمكن قطع النظر عن اشارة العزم الاعظم ما يمكن الكلى واعتبار  
مقدار المطلق فقط ثم يقام من كل نقطة من المحور الافقى احداثيات رأسية ويؤخذ عليها مقادير العزم  
المذكورة على التناظر ويكون حينئذ منحنى شكل ١٧

وحينئذ يقتضى عمل الانتخاب بين الحاصلين (ع+ع) (ع+ع) لعزم الانحناء السالفة الذكر وهذا يودى الى نوع  
تجريد ولا يوصل الى الاقرار على العزم المطلوب اخذه بسهولة



تكن بناء على ملحوظة المعلم بريس وهي

ان نهاية المقدار المطلق لعزم الانحناء بالنسبة لنقطة حيثما اتفقت من البت تساوى حاصل جمع المقادير المطلقة للعزم الحاصلة في هذه النقطة التي هي أولا بالنسبة لعزم الانحناء ع الناشئ عن الحمل الثابت وثانيا بالنسبة للعزمين النهائيين ع وع اللذين اشارتهما عين اشارة العزم ع التي يمكن ايضا كتابتها  $E$  وهوان في نقطة حيثما اتفقت من البت فان الحمل العارض لبعض الفتح يحدث عزمًا موجبة والحمل العارض للفتحات الباقية يحدث عزمًا سالبة وأن أحد هذه الأعمال مكمل للآخر اعني أنه اذا اعتبر وجودها في آن واحد تكون جميع الفتح بحلة في آن واحد وهذا بديهي

يكون عزم الانحناء الناتج من الحمل العارض للموضع عبارة عن المجموع الجبري لعزم الانحناء الناتجين من حملين عارضين محليين

ومن جهة أخرى فان جميع عزم الانحناء تتغير بنسبة مقدار الحمل العارض في الموضع بانتظام بالنسبة للمسافة الطولي وعلى هذا اذا مر بحرف  $E$  للحمل المستديم وبحرف  $E$  للحمل العارض فان الحاصل  $(E + E)$  للعزم المنسوب الى التوفيقين محليين للحمل العارض يكون مساويا للعزم  $E$  للحمل المستديم بحيث يضرب العزم المذكور في النسبة  $\frac{1}{2}$  وحينئذ يكون

$$E = (E + E) \frac{1}{2} \dots \dots \dots (1)$$

وحيث ان معرفة مخفي شكل تكون ناشئة عن معرفة مخفي شكل مباشرة بضرب حاصل الجمع الجبري لاحداثيتها في النسبة  $\frac{1}{2}$  او بطريقة عمومية يقال أنه بمعرفة مخنيين من الثلاثة مخفيات يمكن استنتاج الثالث منها ولكن الاحسن في العمل انشاء الثلاثة مخفيات مباشرة واستعمال الارتباط السابق للتحقيقات

وأما من جهة المخفي شكل للعزم الأعظم ما يمكن الكلي فانه يحصل كما شاهدنا بان يؤخذ في كل نقطة الرأس الذي يكون أكبر المجموعين  $(E + E)$  ولكن من الارتباط (1) يستنتج

$$E + E = (E + E) \frac{1}{2} \dots \dots \dots (2)$$

$$E + E = (E + E) \frac{1}{2} \dots \dots \dots (3)$$

ولحاصل  $E + E$  تكون اشارة عين اشارة  $E$  او ع بحسب كون  $E$  أكبر او أصغر من  $E$  في المقدار المطلق وحينئذ اذا كان  $E$  أكبر فبقطع النظر عن اشارة فان  $(E + E)$  يكون بالمثل أكبر من  $(E + E)$  لانه في المجموع (2) الحدان متساويان اشارة واحدهما مساو والاخر أكبر من حدى الحاصل (3) اللذين فضلا عن ذلك فأنهما مختلفا الاشارة

ويرى بالبرهان عينه أنه اذا كان  $E$  أكبر من  $E$  في المقدار المطلق فان  $(E + E)$  يكون أكبر من  $(E + E)$  وعليه فالقضية التي ذكرناها تكون مثبتة

وحيث انشاء مخفي العزم الكلية يكون سهلا ولناخذ مثالا الفتح الأول

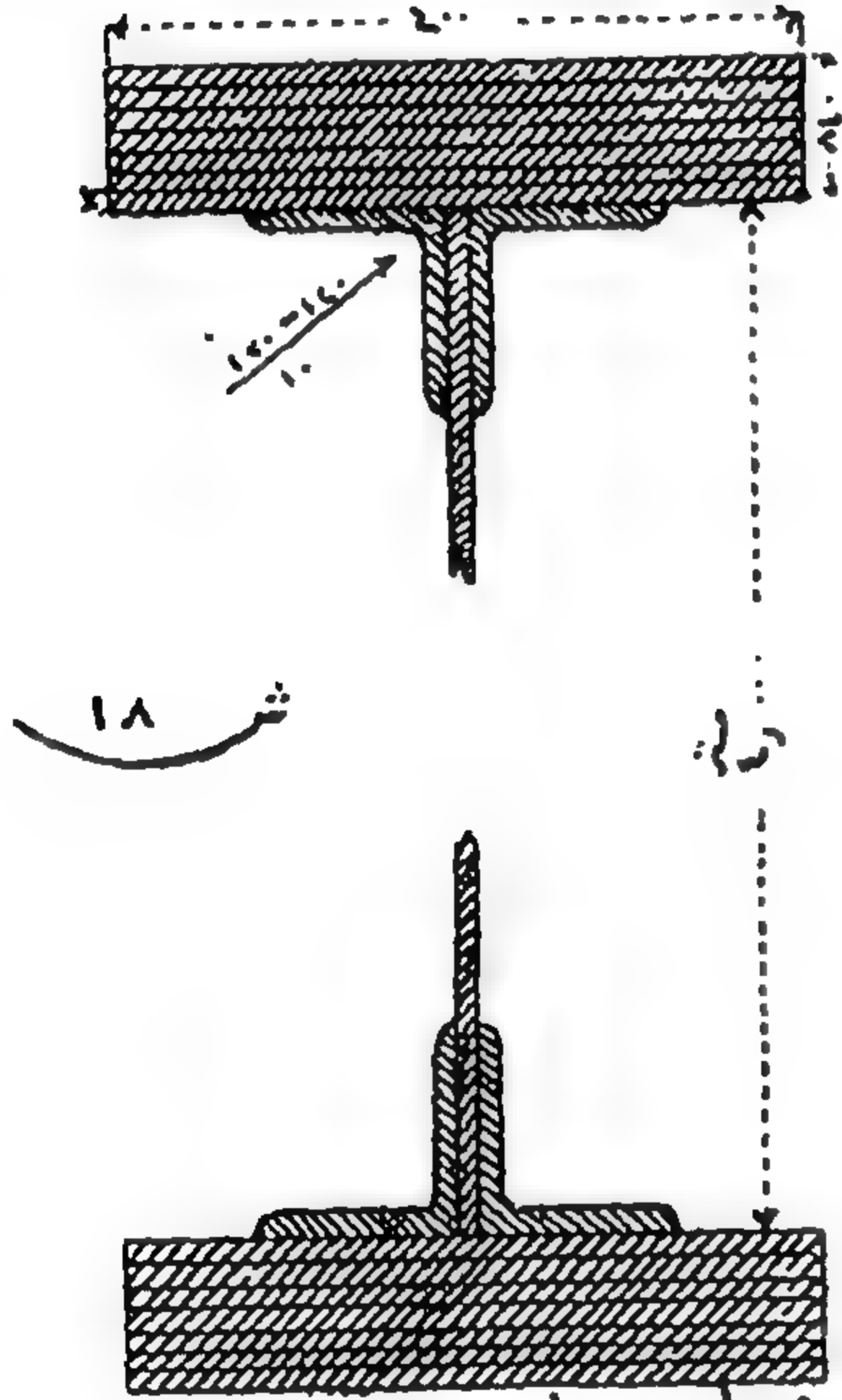
فترى أنه من ابتداء الصفر لغاية ٩٠ ر ٨ شكل اعزم الانحناء المنسوب للحمل المستديم موجبة وحينئذ يلزم اضافة الاحداثيات الرأسية الدالة عليها الى الاحداثيات الرأسية للمخفي الأعلى شكل ١٦ وبلا ابتداء من ٩٠ ر ٨ الى



٤. متر أعني على جميع الباقي من الفتحة فإن عزم الانحناء المنسوب للحمل المستديم سالبة ويلزم حينئذ إضافة الاحداثيات الرأسية الدالة عليها الى الاحداثيات الرأسية للمخني الأسفل شكل ١٧  
ثم يجري العمل على هذا المنوال بالنسبة لباقي الفتحات مع ملاحظة أن نقط تقاطع المخني المنسوب للحمل المستديم بالمحور الأفقي هي المقابلة لنقط الانعكاس المشاهدة في مخني عزم الانحناء الكلية الموضع في شكل ١٧

### في توزيع الصاج

حيث ان مخني شكل ١٧ يدل في كل نقطة على مقدار العزم الأعظم ما يمكن الكلي فبواسطة يمكن إجراء توزيع الصاج بكل سهولة كما أجريناه سابقا بالنسبة لعب ذى فتحة واحدة  
وقد سلم أنه بالنسبة للتوزيع الجيد للعدن يلزم أن يكون ارتفاع العتب محصورا بين  $\frac{1}{4}$  و  $\frac{1}{3}$  من طوله ففى المثال الذى انتخبناه يمكننا أن نأخذ حينئذ عتبا ارتفاعه أربعة أمتار شكل ١٨



وهذا العتب الذى على شكل ضعف حرف T يكون له روح أو بدن شبكى ممد فى مرتبط من أعلاه ومن أسفل بزائيتين أبعاد كل منهما  $140 \times 140$  وهذا الرمز الاصطلاحي يدل على زوايا أحد جناحي كل منها ١٤ درمة والجناح الآخر ١٤ درمة كذلك وممكنها ٠.١ درمة وعلى هاتين الزاويتين المرتبطتين معا بكل متانة ترشم الواح من الصاج أفقية عرض كل منها ٤٠ متر وسماك كل منها ١٢ درمة وعدد الواح الصاج المذكورة متغير بحسب العزم الكلى المؤثر فى كل قطاع من العتب

وحينئذ يقتضى حساب عزم قصور الاجزاء المختلفة لعب فكون بهذه الصورة

وابتداء لا يراعى مقاومة الروح التى القصد منها على المحصور موضع تقارب رأسى العتب من بعضها بعضا ولتعويض هذا الخطأ يفرض أن القطاع الكلى للزوايا موجود على بعد من محور المحول مساو لنصف ارتفاع العتب

٠.٠٤٣

وهنا مساحة قطاع زاوية تساوى

٠.٠٩٢

ومساحة اربع زوايا تساوى

٠.٣٦٨

وعزم قصور قطاع هذه الزوايا يساوى لهذه المساحة مضروبة فى  $(\frac{1}{4})$  أو  $0.368$

٠.٠٤٨

ومساحة قطاع لوح من الصاج عرضه ٤٠ متر وسماك ١٢ درمة ففى

٠.٣٨٤

وعزم قصور قطاع لوحين متروحين يكون حينئذ

وبفرض تشميل الحديد بمقدار ٦ كيلوجرام بالنسبة لليلمتر المربع فنستعمل القانون المعلوم وهو

$$M = \frac{E \cdot I}{L}$$

ونجعل فيه  $M = 3$  ،  $I = 10 \times 7$  ،  $E = 21000$  ،  $L = 4$  = عزم قصور اربعة زوايا اولوحين من الصاج فىرى أن الأربعة



الأربع زوايا كافية لأن تتزن بمقاومتها العنصرية مع عزم انحناء مقدار ١١-٤٠٠ وان اللوحين من الصاج كافياً لأن يتزنا مع عزم قدره ١١٥٢٠٠

وعينئذ يؤخذ على شكل ١٧ بواسطة المقياس رأسى مساو إلى ١١-٤٠٠ ثم نمد على التوالي بمقدار مساو إلى ١١٥٢٠٠ إلى أن يتجاوز الرأسى الأعلا ما يكون من المنحنى ثم نمد من نهايات الرأسيات المتتابعة مستقيماً أفقية فیرى أنه يلزم سبعة ألواح من الصاج بالنسبة للرأس الواحدة بل ويلزم ثمانية ألواح لأن الرأس الأعلى ما يكون للمنحنى تتجاوز قليلاً اللوح السابع إلا أنه يكفي بسبعة ألواح حيث أن الرأس الأعلى ما يكون مسامتة لنقطة ارتكاز أعنى مسامتة لموضع فيه يجب تقويض الروح الشبكية بروح مصمتة فإذا صار مد الزوايا والسبعة ألواح الصاج بطول العتب بتمامه فإنه لا شك بتحقيق من المقاومة لكن في كثير من المواضع يصير المعدن زيادة على أنه يكفي للحصول الأمر أن يكون عزم المقاومة العنصرية للصاج في كل نقطة زائداً قليلاً عن عزم المقاومة الكلية المتحصل من تأثير القوى الخارجية

وهذا يؤدي إلى القول بأنه يقتضى نظرياً أن يكون المنحنى البيناني للعزم المطلوبة من المعدن مشتملاً على المنحنى البيناني للعزم الكلية وقريباً منه ما أمكن

وحينئذ يمكن قطع لوح أو جملة ألواح من الصاج في المواضع التي لا يكون لوجودها فيها ضرورة وبهذه الكيفية يتحصل على وفر عظيم من المعدن

وبالتأمل فقط لشكل ١٧ يفرم جلياً هذه الطريقة ويرى أن الأربع زوايا تمتد طبعاً بطول العتب بتمامه وكذا اللوح الأول الصاج يمتد بطول العتب بتمامه واللوح الثاني يكون مقطوعاً بمسافات خالية مقدارها ٣ م ١ م [ إلا أنه في العمل لا يستعمل ذلك من غير شك ] واللوح الثالث يكون مقطوعاً بمسافات خالية مقدارها ٥ م و ٦ م واللوح الرابع يكون مقطوعاً بمسافات خالية مقدارها ٢ م و ١٠ م و ١١ م واللوح الخامس لا يمتد إلا بمقدار عشرة أمتار في مسافة الثلاث نقاط ارتكاز واللوح السادس يمتد بمقدار ٧ م واللوح السابع يمتد بمقدار ١٠ م فقط

وهذا ليس إلا مثلاً نظرياً ففي العمل يكون عدد ألواح الصاج هذا أكبر جداً ويجب تقليله بجعل ارتفاع العتب ١٠ م مع تكبير أبعاد الزوايا قليلاً وجعل عرض كل من الرأسين ١٠ م

### الحمل القاطع

لم نشغل الآن في هذا المثال بالحمل القاطع الذي يتغير من قطاع إلى آخر ولا يتجاوز  $\frac{5}{8}$  الثقل الكلي للفتحة أعنى أنه لا يتجاوز  $(\frac{5}{8} \times 50 \times 4000) = 125000$  كيلوجرام

ولكن قطاع الأربع زوايا واللوح الأول من الصاج الممتد بطول العتب بتمامه هو ١٨٨٠٠ ميليمتر مربع وحيث أن كل ميليمتر مربع يمكن أن يشتغل بمقدار ٦ كيلوجرام فيكون حينئذ مقدار المقاومة هو ١١٢٨٠٠ ثم أن قطاع الروح أي البدن يؤدي وزيادته مقدار المقاومة المحملة للحصول على ١٢٥٠٠٠ كيلوجرام

وكذا بناء على ما ذكره المعلم بريس من أن اعتبار الحمل القاطع أمراً ثانوياً وأن ضرورة مقاومة العتب لعدم تقارب



رأسيه من بعضها بعضها تستوجب اعطاء روية صلبة كافية بحيث يكون العتب فيه الكفاية على مقاومة الحمل للقاطع

ومع ذلك فمن السهل دائما تكوين مخني الأحمال القاطعة الاعظم ما يمكن في كل نقطة لأنه بالنسبة لكل مخني من مخنيات عزم الانحناء التي رسمناها يوجد مخني للأحمال القاطعة مقابل له وكان الحمل القاطع هو مشتقة عزم الانحناء فينشد اذا كان عزم الانحناء ناتجا من معادلة مثل

$$E = S (S)$$

فالحمّل القاطع ينجم من المعادلة  $H = S (S)$

وحيث أن الدالة  $S (S)$  اما ان تكون قطعاً مكافئاً أو خطاً مستقيماً فالخط البياني للحمل القاطع  $E (S)$  يكون خطاً مستقيماً مائلاً على محور العتب أو موازاً للمحور المذكور وفي كلتا الحالتين رسم المخني البياني للحمل القاطع سهل ويمكن اجراء العمل بطريقة مشابهة لما اجريناه في عزم الانحناء كما يأتى

أولاً - يمين مخني الأحمال القاطعة المنسوبة للحمل المستديم

وثانياً - تعيين مخنيات الأحمال القاطعة حيث تكون الفتحات محملة على التوازي

وثالثاً - يمين مخيا الأحمال القاطعة الاعظم ما يمكن الموجبة والسالبة

ورابعاً - يمين اخير مخني الأحمال القاطعة الاعظم ما يمكن الكلية بتركيب الأحمال القاطعة المذكورة في أولاً

وفي ثالثاً مع بعضها كما فعلنا في عزم الانحناء

وقد تركنا الاشتغال بتفصيل ذلك الى الطالب

وفيما ذكرناه من المسائل قد اشتغلنا فقط بحساب الاعتبار الاصلية وأما الاعتبار الثأفوية بالنسبة للنقاط المعدنية وقطع القطر بالنسبة للقناطر الخشبية فقد تركنا الاشتغال بها الى الطالب حيث أن كلامنا عبارة عن عتب مركز على نقطتين فقط وحمل بحمل موزع بانتظام ناتج من الحمل المستديم والحمل العارضى في آن واحد وهذا الحمل يتعين مقدار بحسب ابعادها عن بعضها من محور الى آخر بناء على مقدارى كل من الحمل المستديم والحمل العارضى الاصليين

وهاك القوائين التي يجب بها اسهم الانحناء لاعتبار القناطر

$$F = \frac{S}{E} \times \frac{L}{P} \left( \frac{L}{P} \right)^2 \dots \dots \dots (1)$$

$$F = \frac{S}{E} \times \frac{L}{P} \left( \frac{L}{P} \right)^2 \dots \dots \dots (2)$$

$$F = \frac{S}{E} \times \frac{L}{P} \left( \frac{L}{P} \right)^2 \dots \dots \dots (3)$$

ففي هذه القوائين جميعها  $F$  ومن اسهم الانحناء في النقطة من العتب التي يكون فيها عزم الانحناء اعظم ما يمكن بين نقطتي الارتكاز سواء كان العتب مركزاً عليها فقط بالحريه أو مثبتاً فيها أو مركزاً على احديها ومثبتاً على الأخرى ١ ومن الحمل الموزع بانتظام على المتر الطولى الناتج عن الحمل المستديم والحمل العارضى معاً ٢ ومن طول العتب بين نقطتي الارتكاز ان كان مركزاً على نقطتين فقط أو بين نقطتي الارتكاز المتتاليه



ان كان مركزاً على أكثر من نقطتين ١ و ٢ ومن لمعامل المرونة ١ ع ومن لغزم قصور قطاع العتب وقانون (١) يستعمل في حالة ما يكون العتب مركزاً على نقطتين فقط بالاطلاق  
 وقانون (٢) يستعمل في حالة ما يكون العتب مثبتاً في نقطتين فقط وفي حالة ما يكون مركزاً على جملة نقط يستعمل أيضاً لمقيين اسمهم انحناء اجزائه للمركزة على النقط المتوسطة. أعني اسمهم انحناء فتحاته المتوسطة  
 وقانون (٣) يستعمل في حالة ما يكون العتب مركزاً على نقطة ومثبتاً في النقطة الأخرى وفي حالة ما يكون مركزاً على جملة نقط يستعمل أيضاً لمقيين اسمهم انحناء الجزئين المتطرفين منه أعني اسمهم انحناء فتحتيه المتطرفتين  
 وعلى الطالب ان يحجب اسمهم انحناء اعتبار الثلاث قناطر السابقة  
 في الأسقف

الأسقف التي من الحديد - دراسة الأسقف الحديدية مهمة جداً بسبب ان استعمال الحديد منتشر جداً من يوم الى آخر وانشائها وبسبب انه أيضاً غال في الثمن ثم ان الصلابة التي يسمح بها الحديد بالنسبة لجميع الانواع والأمن من الاحتراق هما السببان الاصليان لتفضيل الحديد عن الخشب في عملة الأسقف  
 ورغمما عن التقدم الحاصل في صناعة الحديد فإن تكاليف الأسقف الحديدية تبلغ ضعف تكاليف الأسقف الخشبية تقريباً والكسهر كان مستعملاً في تركيب الأسقف الحديدية الا أن تخمين الحجب واختراع الحديد المخصوصة ذات القطاعات الكبيرة المقاومة جداً كان سبباً في ترك استعماله في الأسقف  
 وقطع الأسقف يلزم اعتبارها كموضوعة بالبساطة على نقطتي ارتكاز لأن تثبيتها في البناء وربطها مع بعضها لا يحدث تثبيتاً تاماً أعني أنه لا يمكن ان يعتبر في الحساب أن المماس للمحور المحول في نقطة الارتكاز افقياً  
 ومن المعلوم أن شرط عدم التثبيت في نقطتي الارتكاز موضع بالحساب بالشرط الذي فيه تكون عزماً الانحناء في النقطتين المذكورتين معدومة أعني يكون فيها  $E = 0$

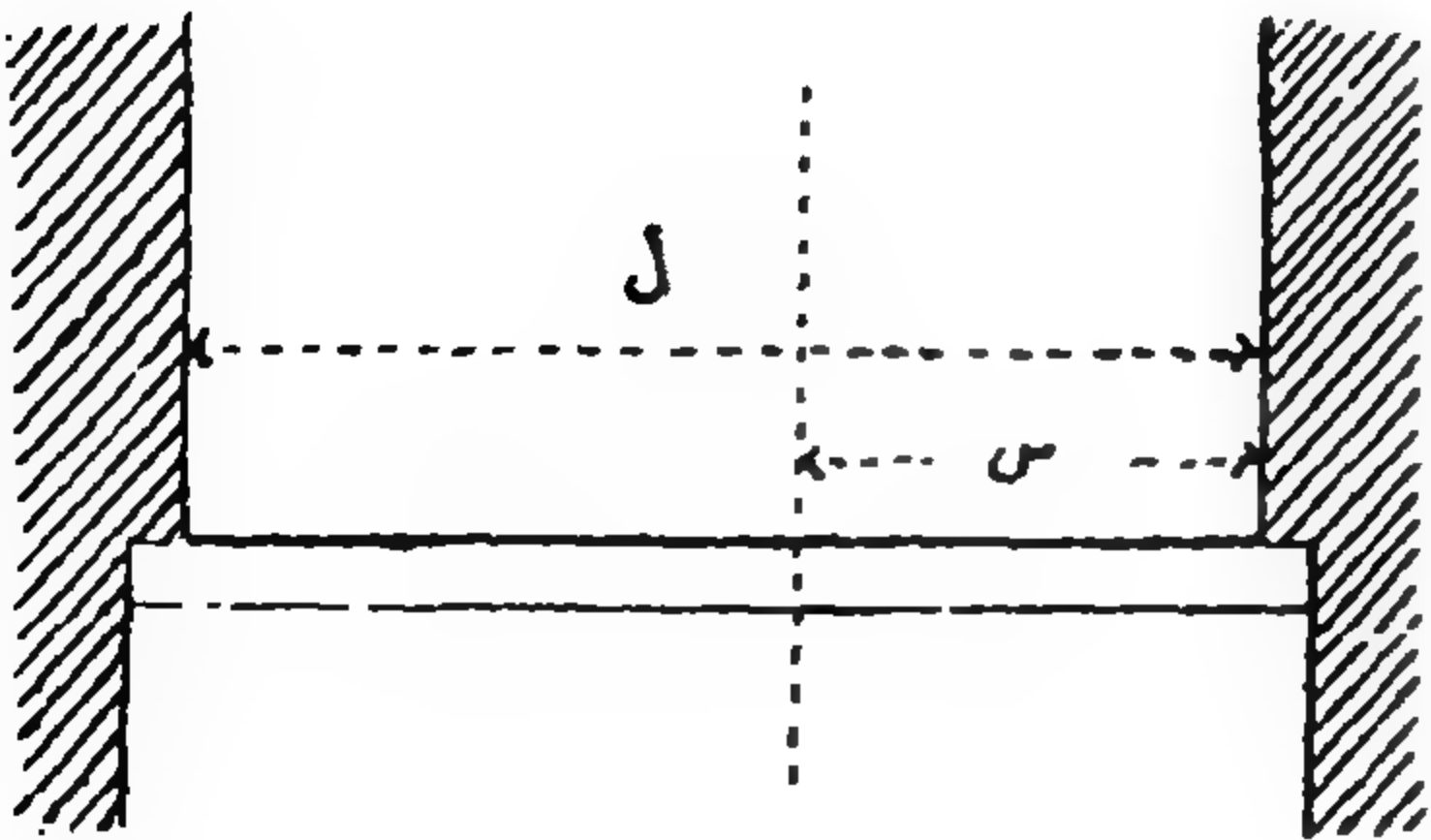
وان الحمل يعتبر على العمود موزعاً بانتظام بحيث أنه مكون من جزء مستديم منسوب للباني وتبسيط الموضوع على السقف موزع بانتظام بواسطة الانشاء ولأن تقارب ارتباط الاجزاء المختلفة من السقف يوزع الاحمال العارضية على سطح كبير نوعاً بانتظام

فإذا كان ه رمزاً للحمل الموزع بانتظام على المسار الطولي فإن ه ل يكون هو الحمل الكلي الواقع على الطول ل من شكل ١ ويكون رد فعل كل من نقطتي الارتكاز هو  $\frac{E}{2}$  وحينئذ يكون عزم الانحناء ع أعني عزم القوى الخارجة بالنسبة لمحور منقطع على مركز ثقل قطاع حينما اتفق هو

$$E = \frac{E}{2} \times \frac{L}{2} = \frac{E}{4} (L - \frac{L}{2})$$

وحيث ان العزم الأعظم لا يمكن يقابل الحالة التي فيها  $E = \frac{E}{4}$   
 فإذا اردنا لعزم المذكور بالرمز ع يكون

$$E = \frac{E}{4} (L - \frac{L}{2}) = \frac{E}{8} L$$



ش ١٩



وحيث أنه بناء على طرق صناعة الحديد يكون قطاع الحديد المستعملة منتظما فيكون حينئذ حساب القطاع المنسوب لوسط القطعة اعني بالنسبة للنقطة من طول القطعة التي فيها يكون التأثير اعظم ما يمكن وعليه فتكون النقط الأخرى فيها صلابة زيادة

وحينئذ فتجب ابعاد قطاع التطلع من المعادلة الآتية

$$\frac{L}{M} = \frac{E}{S}$$

التي فيها  $E$  رمز لعزم قصور القطاع  $S$  رمز لبعده ابدء خط عن محور الحمل  $M$  رمز لعامل المقاومة وقبل الاشتغال بحساب سقف مطلوب انشاؤه يلزم اختبار شروط التوضيب التي توصلوا اليها بالتجربة فالاسقف كانت تصنع ابتداء بواسطة اعتاب ذات قطاع مستطيلي من الحديد موضوعة على سيقان متباعدة عن بعضها بمقدار ٧٥٠ سم تقريبا كما في شكل ٢١ ٤٠ ومرتبطة مع بعضها بعوارض من الحديد قطاعها مربع ضلعه ١٦٠ سم متباعدة عن بعضها بمقدار ٧٥٠ سم وكان يوضع على تلك العوارض مربوعات أو قضبان مربعة من الحديد ضلع قطاعها ١١٠ سم متباعدة عن بعضها بمقدار ٢٥٠ سم

وكان يستعمل ايضا بالنسبة لشروط التباعد المذكورة اعتاب سمكها ٩ ميليمتر وارتفاعها بوصة بالنسبة لطول ثلاثة اقدار اعني ٣٠٠ سم

بالنسبة للتم الطولي وهذه القاعدة

التجريبية تطابق الحسابات تقريبا

حيث ان القانون

$$\frac{E}{M} = \frac{L}{S}$$

يؤول في هذه الحالة الى

$$\frac{L}{S} \times \frac{S}{M} = \frac{L}{M}$$

وحيث انه يلزم ان يكون  $S$  مناسباً

للطول  $L$  فاذا وضع

$$S = 3 \times L \text{ ا } 1 \text{ ا } 9 = 27 \times 1 \text{ ا } 9 \text{ يكون}$$

$$\frac{L}{S} = \frac{1}{9} = \frac{1}{27} \times 9 = \frac{1}{3}$$

$$\text{وبفرض ان } M = 6 \times 1 \text{ ا } 10 = 60 \text{ يكون}$$

$$\frac{L}{M} = \frac{1}{60} = \frac{1}{768} \times 128 = \frac{1}{6}$$

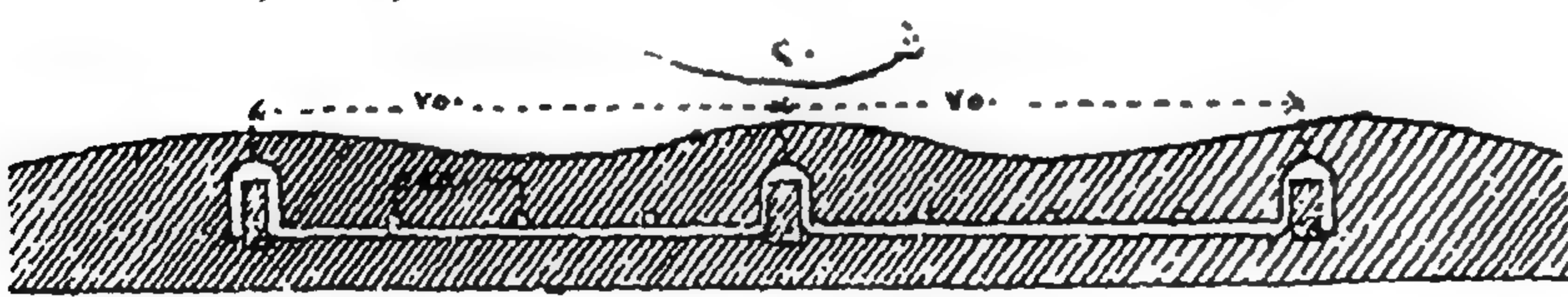
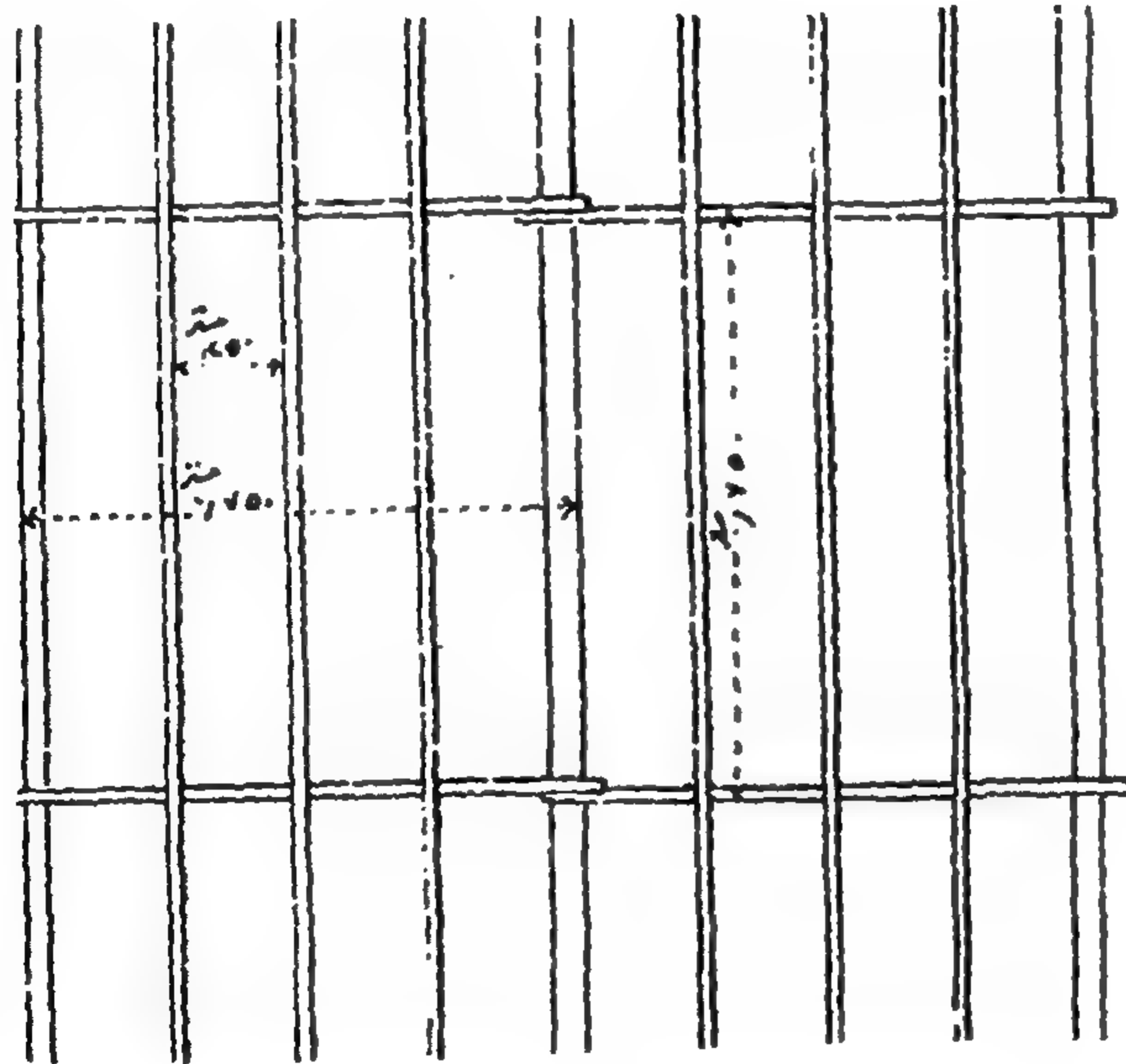
$$\frac{L}{M} = \frac{1}{6} = \frac{1}{768} \times 128 = \frac{1}{6}$$

وهذا هو مقدار  $S$  هو

بانتظام الذي يمكن توقيعه على القطعة بالنسبة للتم الطولي مع الأمن وهو يقابل الى ثقل قدره

$$\frac{768}{270} = 2.84 \text{ كيلو جرام بالنسبة للتم المربع من السقف}$$

وحينئذ



ش ٢١



وحينئذ فالحمل الواقع على القطع العرضية بالنسبة للمتر الطولي بعد الرزله بحرف قه يكون

$$قه = \frac{1.28}{4.1} = \frac{1.0 \times 6.8}{5.75 \times 6} = \frac{3.016}{34.5} = 0.087 \text{ كيلوجرام}$$

وهذا مطابق الى ثقل قدم

$$\frac{0.087}{5.75} = 0.015 \text{ كيلوجرام بالنسبة للمتر المربع}$$

وأما بالنسبة للمربعات فإنه اذا رزله بحرف قه للحمل الواقع على المتر الطولي منها يكون

$$قه = \frac{1.28}{4.1} = \frac{1.0 \times 6.8}{5.75 \times 6} = 0.087 \text{ كيلوجرام}$$

وهذا مطابق الى

$$\frac{1.28}{5.75} = 0.22 \text{ كيلوجرام بالنسبة للمتر المربع}$$

وبالحيلة فإنهم كانوا قد توصلوا عملا لاستعمال حديد متناسبة ومقابل جميعها حمل واحد تقريبا بالنسبة

للمتر المربع وهذا الحمل هو ٧٠ كيلوجرام تقريبا بفرض ان مقاومة الحديد هي

$$م = 7.0 \times 6$$

والحمل الذي قد مر ٧٠ كيلوجراما المذكور هو عبارة عن الحمل المتوسط للأسقف بالنسبة للمتر المربع ويشتمل

على المواد التي تتربك منها الاسقف المذكورة كالألواح والعقود الصنيغ والدكات وخلافها

وسنرى أنه يجب نوع كل مبنى تقديرا محال عارضية مخصوصة في الحسابات

فإذا أمكن التثبيت في ١ كما في شكل ٢ بواسطة كانات من الحديد أو بواسطة ثقل حائطي كاف فإن عزم

الكسر الاكبر ما يمكن ع يكون حاصل في النقطة ٢ المذكورة

ويكون مقدار

$$قك = عوضا عن \frac{قك}{1.2}$$

وحينئذ بالنسبة لقطعة معلومة من الحديد يكون

$$\frac{قك}{1.2} = \frac{4.2}{6} = \frac{قك}{1.2} \text{ ومنها يحدث}$$

$$قك = 0.14 = 0.15$$

وحينئذ يمكن الحصول على سقف تكون فيه نفس قطع الحديد محملة بمقدار ٥٠ قه في الماية زيادة أو أنه بالعكس

يمكن بالنسبة لسقف ذي ثقل معين استعمال حديد ثقلها

$$\frac{1}{1.5} = 0.666$$

من الثقل المستعمل بدون تثبيت وفي هذه الحالة يكون مقدار عزم الكسر في وسط العتب أو القطعة

$$ع = \frac{قك}{4.4}$$

هو

ويكون مقدارهم الانحناء معينا بالتانوت الآن وهو

$$و ه ف = \frac{1}{4} \approx \left( \frac{ك}{4} \right)$$

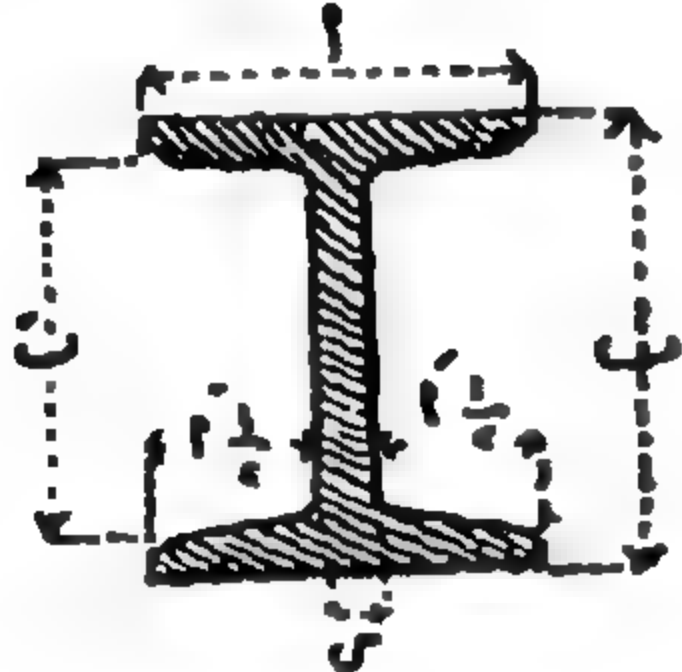
$$و ه ف = \frac{5}{4} \approx \left( \frac{ك}{4} \right)$$

عوضا عن القانون



المسوبة للقطعة الموضوعة على نقطتي ارتكاز بالحرية  
وفي هذين القانونين ف رمز لسم انحناء وسط القطعة أو العتب  
وحينئذ يقتضى عمل التثبيت اذ به يكون سهم الانحناء بمقدار خمس سهم الانحناء في حالة عدم التثبيت  
ولاجل تقليل ثقل الحديد المستعمل في الاسقف قد تصور استعمال حديد على شكل I الذي عزم قصوره أكبر بكثير من  
عزم قصور الحديد المستطيل الذي قطعها مع القطاع المذكور في المساحة خصوصا وان صناعة الحديد بالشكل  
السابق ليست صعبة كثيرا  
لكن حيث ان حساب عزم القصور المذكور متشعب نوعا فتسهل دراسة ابعاد القطاعات التي على شكل ضعف حرف  
T بالطرف الآتية وهي

أن سمح الحديد التي بشكل I يسمح بتغيير سمك ارجلها ( ابدانها ) بدون تغيير باقي اجزاء القطاع وقد يوجد جملة اشكال  
من الحديد التي على شكل I مبدية في اطالس الفابريقات المستخرجة منها تلك الحديد وانما بعضها هي الحديد المتماثلة  
بالنسبة لمتو افقي مار بوسط ارتفاعها وهي التي نحدث بالنسبة لقطاع معلوم عزم قصور اعظم ما يمكن بحمل  
مركز الثقل على أكبر بعد ممكن من طرفي قطاع القطعة  
واوفق النب هي الآتية



١ يتغير من ٢٥ ر. الى ٦٠ ر. م

٢ يتغير من ١٠ ر. الى ٦٠ ر. م = ١٠ ر. ١

وقد توجد في اطالس الحديد المخصوصة المقادير العظمى والصغرى للسكس التي يمكن لآلات السحب اجزاؤها كما في شكل ٢٣  
وقد سبب بالنسبة لكل نوع من الحديد النسبة  $\frac{c}{b}$  المقابلة للسكس الأصغر ما يمكن وكذلك التغير للكمية  $\frac{a}{b}$  في المقابل  
للتغير الحاصل في الروح بمقدار ميليمتر واحد

ثم يجب أيضا الثقل المقابل للذ المربع من الجسم عينه والتغير الحاصل للثقل المذكور بالنسبة للميليمتر الواحد من السكس  
فينتج الجدول الآتي

الارتفاع ب	الارتفاع ب	البروز $\frac{a}{b}$	السكس ١-٢	مقدار $\frac{c}{b}$	مقدار التغير $\frac{a}{b}$	الارتفاع ب	الارتفاع ب
١٤٠	١٢٠	٣٦	٦	١١٣ ٢٠	٣٤٧	٢٠	٧٠٩
١٦٠	١٤٠	٣٦	٨	١٣٥ ٥٠	٤٤٧	٢٤	١٠٤٥
١٨٠	١٥٤	٤٤	٩	١٤٤ ٢٠	٥٤٠	٣٤	١٠٤٠
٢٠٠	١٧٤	٥٠	١٠	١٤٤ ٠٠	٦٦٦	٣٤	١٠٥٦
٢٦٠	٢٢٨	٦٠	١٢	١٦١ ٢٠	١١٤٧	٥٤	٢٠٣



ولنفرض ان حساب  $\frac{L}{M} \times \frac{N}{P} = \frac{Q}{R}$   
 أحدث مقدار ارقيا ١ مثلا الى  $\frac{Q}{R}$  فن النادر وجود المقدار المذكور بالضبط في الجدول السابق ويلزم ان  
 يبحث عن المقدار القريب جدا منه ويكون صغيرا عنه ولكن  $\frac{Q}{R}$  ثم يبحث عن الفرق  $\frac{Q}{R} - \frac{Q}{R}$  ونقسمه على  
 التغير الحاصل للكمية  $\frac{Q}{R}$  يكون الخارج هو عدد المليمترات اللازم اضافته على السلك الموجود في الجدول  
 وحينئذ اذا فرض أن

$$\frac{Q}{R} = \frac{14800}{38} = \frac{3921}{1}$$

ففي أن المقدار الجدولي القريب من العدد المذكور هو

$$13550 \dots \text{واذا حسب الفرق}$$

$$14800 \dots +$$

$$13550 \dots =$$

$$1250 \dots$$

يكون

ونقسمه على مقدار تغير  $\frac{Q}{R}$  وهو ٤٢٧ ..... ن ف الخارج يكون ٣

وحيث ان في تقني اضافة ٣ مليمتر الى السلك ٣٨ الموجود في الجدول

واستعمال هذا الجدول يسمح بادخال مقدار م اللازم اتخاذه في الانشاء وانما لا يحدث تسهيلات للحسابات  
 بقدر الامكان الا اذا اتخذ مقدار معين للحاصل م والمقدار الذي يوافق لهذا النوع من الحديد والتطبيقاته

$$3 = 6 \times 10$$

هو

وحيث ان بالنسبة لقطعة من الحديد معلومة يكون

$$\frac{L}{M} = \frac{Q}{R} \text{ ومنها يحدث}$$

$$\frac{L}{M} \times 10 \times 48 = \frac{3921}{3}$$

وبالنسبة لزيادة ميل واحد في السلك يكون تغير  $\frac{L}{M} = \frac{3921}{3} \times 48 \times 10 = 80000$  م

وحيث ان فعل جدول مشابه للتقدم بحيث يكون محتويا على مقادير  $\frac{L}{M}$  ومقادير تغير  $\frac{L}{M}$

واستعمال الجدول المذكور عين استعمال الجدول السابق

الارتفاع	الارتفاع	البروز	السلك	مقدار	مقدار تغير	تغير	تغير
ب	ت	١-٢	١-٢	١-٢	١-٢	١-٢	١-٢
١٤٠	١٤٠	٣٦	٦	٥٤٣٣/٦٠	١٥٦/٨٠	٢٠	١٠٩
١٦٠	١٦٠	٣٦	٨	٦٠٠٤/٠٠	٢٠٤/٩٦	٢٢	١٠٥
١٨٠	١٨٠	٤٤	٩	١٠٧٦/٦٠	٢٠٩/٢٠	٣٢	١٠٤



فيحسب إذا فرض أن المطلوب تحميل سقف بمقدار ٢٥٠ كيلوجراما بالنسبة للمتر المربع وكان بعد القطع  
عن بعضها مساويا إلى ٧٠٠ متر وطولها مساويا إلى ٦٣٠٠ متر فإنه يوضع

$$٧٥٠ = ٢٥٠ \times ٧٠٠ \div ١٧٥ = ٩٠٤ \text{ كيلوجراما } ٩٠٤ \times ٦ = ٥٤٢٤$$

فالعدد الذي يقرب كثيرا من ٥٤٢٤ في هذا الجدول هو ٥٤٣٣ فبقسمة الفرق وهو ٥٤٣٣ - ٥٤٢٤ = ٩  
على ١٥٦٨٠ يكون

$$\frac{٩}{١٥٦٨٠} = ٥٧٥ \text{ ر.ه. أو } ٦ \text{ هو عدد الليترات اللازمة إضافة على تلك الرأس}$$

ثم إن قطعة الحديد التي كان ثقل المتر فيها ٢٠٠ كيلوجراما متر واحد بمقدار ١٠٩ ر.ه.  $١٠٩ \times ٦ = ٦٥٤$  ر.ه. ويكون  
ثقلها الكلي مساويا إلى ٢٦٥٤ لكن حيث إن قطعة الحديد الجدولي لا تزن سوى ٢٢٠٠ كيلوجراما  
وإن مقدار ٦٥٤ المقابل لها هو ٦٥٠٤ أعني كبيرا قليلا عن المقدار اللازم فيحسب يجب استعمال  
المقدار المذكور

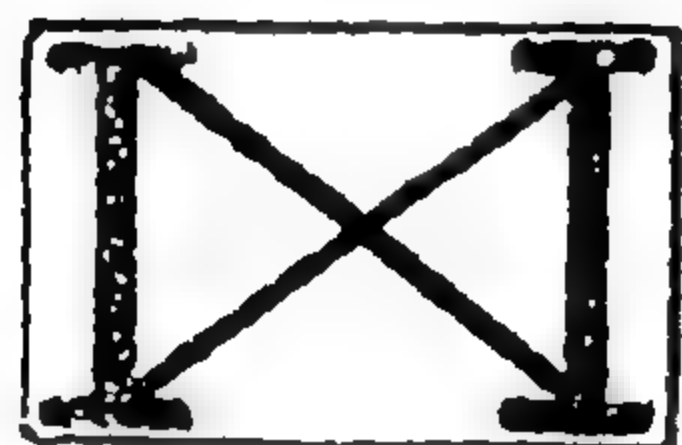
وبهذه الطريقة يقول الحساب المتشعب في الظاهر للهدايد التي على شكل I إلى حساب ٦٥٤ بناء على  
التكوين البسيط للجدول السابق  
ومقداره الداخل في الحسابات يتركب من حمل السقف نفسه ومن الأحمال العارضة وهناك جدولا  
مشتقا على مقايير ٦٥٤ منقسمة إلى أجزائها

المحلات	توزيع الأحمال	توزيع الأحمال	توزيع الأحمال	توزيع الأحمال	توزيع الأحمال
أودال سكن	نفسر ١٠٣	كيلوجرام ١٥٠	كيلوجرام ١٠٠	متر ٧٠٠	كيلوجرام ١٧٥
محلات الاستقبال - صالونات	٣٠٠	١٥٠	٢٠٠	٧٠٠ } ٦٠٠ } ٥٠٠ }	٢٤٥ ٢١٠ ١٧٥
الصالات الكبيرة	٤٠٠	١٥٠	٣٠٠	٦٠٠ } ٥٠٠ } ٤٠٠ }	٢٧٠ ٢٢٥ ١٨٠
مكاتب أو محلات شغل	٣٠٠	١٥٠	٢٠٠	٧٠٠	٢٤٥
صالات اجتماعات	٤٠٠	١٨٠	٣٤٠	٧٠٠ } ٦٠٠ } ٥٠٠ }	٣٥٠ ٣٠٠ ٢٧٥
صالات للاجتماعات الكبيرة	٦	١٨٠	٤٢٠	٧٠٠ } ٦٠٠ } ٥٠٠ } ٤٠٠ }	٤٢٠ ٣٦٠ ٣٠٠ ٢٤٠ ٢١٠
مخازن تجارة مخزنة بمنتجات	...	٥٠	٤٥٠	٧٠٠ } ٥٥٠ } ٤٥٠ }	٣٥٠ ٢٧٥ ٢٢٥
مخازن بضائع ثقيلة - حواصل	...	١٠٠	٩٠٠	٧٠٠ } ٦٠٠ } ٥٠٠ }	٧٠٠ ٦٠٠ ٥٠٠
تبين - ثقل الإنسان أو الشخص الواحد مفروض أنه يساوي ٧٠٠ كيلوجراما					

والأسقف



وتجمع غالبا العروق الخشبية أو القطع الحديدية مع بعضها مشق لتكوين اعتبار جسيمة لحمل الحواجز أو خلاؤها  
عليها والشكل المستعمل لذلك بالنسبة للحديد هو الصاليب والأطواق الحديد  
المركبة على الحامى التى توزع الأحمال جيدا على القطعتين المربوطتين معا  
وذلك كما هو مشاهد من شكل ٢٤



وبناء على المعاليم السابقة فالسقف الذى ثقل المتر المربع منه يساوى ٤٠٠ كيلو جراما و هو له يساوى ٦٠٠ ر. م. والقطع فيه متباعدة عن بعضها بمقدار ٦٠٠ ر. م. فان قيمته تكون بحسب الاثنان الآتية بالنسبة لحسن تركيبه ويؤدى الى النتائج الآتية أيضا

جنس التركيب	حد ايد على شكل I	حد ايد قطاعها متطيلي	حشـب
الارتفاع	متر	متر	متر
العرض	٤٦٠ ز	٢٠٤ ز	٣٦٧ ز
السمك	٠.٦٧ ز	٠.٤٠ ز	١٤٤ ز
السهم في الوسط	٠.١٣ ز	...	...
الثقل بالنسبة للمتر الطولي	٠.١٠٨ ز	٠.١٥٣ ز	٠.١١٤ ز
الثقل بالنسبة للمتر المربع	٤٠٠ ز	٦٠ ز	٦٠ ز
ثمن ١٠٠ كيلوجرام مربعة في علها	٦٦,٦٦ فرنك	٢٠,١٠٤ فرنك	١٣,٠٠ فرنك
الثمن بالنسبة للمتر المربع	٦٦ ز	٢٠ ز	١٣ ز

والسيرة هو جمع المتر المكعب

مثال على حساب الأمتف

لنقرض سقفا مركبا كاهو مبدئ في تلك الذي فيه اءء هاءجورا حديدتين كل منهما على شكل I مرتبطتين مع بعضهما باتباع اربابها جيدا  
وبالمثل آء آء آء







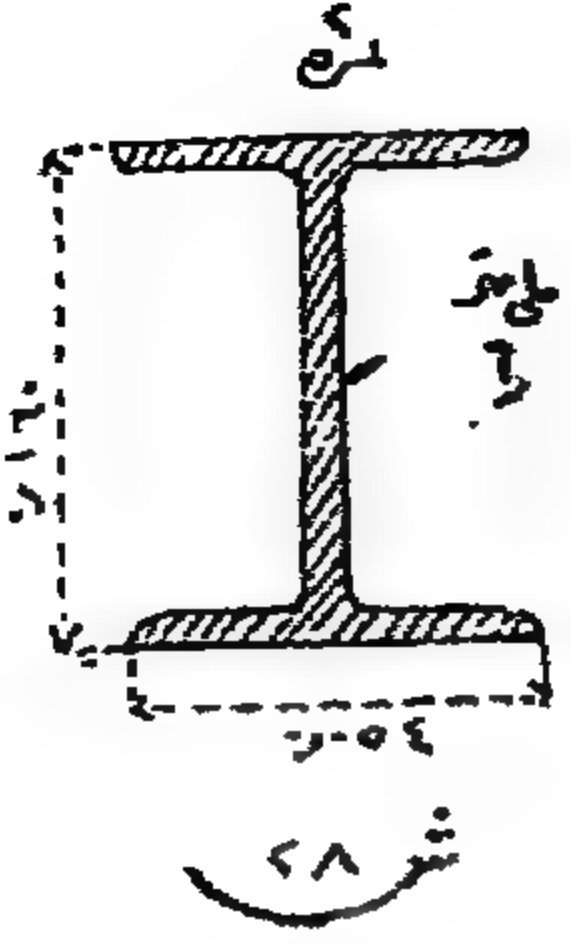
$$٣١٢٥ \div ٥٦٥١ = م \times ١٠ \times ٣٢ \times ٧٨٩ \dots \dots \dots \text{ومنها يحدث}$$

$$م = ٧٢٠ \text{ كجراما بالنسبة للبيضة المربع}$$

وأما بالنسبة للاعتاب فمركزها كالمركز المذكور يكون

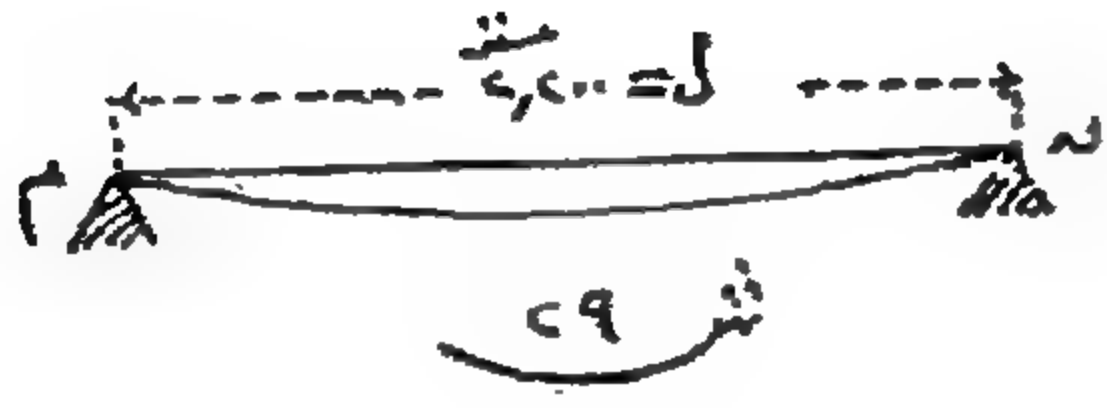
$$٧ = ١٦٠٠ \text{ كجراما ومنها}$$

$$ع = ٥٧٠ \text{ م} = \frac{٥٧٠}{٦١٠ \times ٧٨٩ \dots \dots \dots} = ٧٢٠ \text{ كجراما}$$



بالنسبة للبيضة المربع  
ثانيا - حساب الكدايد ف

هذه الكدايد يمكن اعتبارها كقطع من مركز على نقطتي ارتكاز متباعدتين عن بعضها بمقدار ٢٠٠ سم كما في شكل ٢٩ وحمل كل منها بالنسبة للبيضة الطولي بحمل قدر



$$٧ = ٦٦٦ \div ١٠٠ \times ٥٠ \text{ أو}$$

$$٧ = ١٦٦٥٠ + ٧$$

وعن الكسر الا اعظم ما يمكن يكون في منتصف العتب ومقداره هو

$$ع = \frac{١}{٨} (١٦٦٥٠ + ٧) \text{ أو}$$

$$ع = \frac{١}{٨} (١٦٦٥٠ + ٧) \times ٢٠٠ \text{ أو}$$

$$ع = ٦٠٥ \div (١٦٦٥٠ + ٧) \text{ أو}$$

$$ع = م \times \frac{٢}{٣} = (١٦٦٥٠ + ٧) \div ٦٠٥$$

فبالنسبة للعب فمركزها كالمركز المذكور يكونه ٧ = ٨٠٠ كيلوجراما

ويكون ع = ١٠٦٠٠ ويكون  $\frac{١}{٢} = ٣١٦٥٨٩ \dots \dots \dots$  وحينئذ

$$\text{يكون م} = \frac{١٠٦٠٠}{٦١٠ \times ٣١٦٥٨٩ \dots \dots \dots} = ٣٦ \div ٣٢ \text{ كجراما بالنسبة للبيضة المربع}$$

وبالنسبة للعب فمركزها كالمركز المذكور يكون

$$٧ = ٨٠٥ \text{ كيلوجرام ويكون ع} = ١٠٦٠٠$$

$$\frac{١}{٢} = ٤١٦٤ \dots \dots \dots \text{ وحينئذ يكون}$$

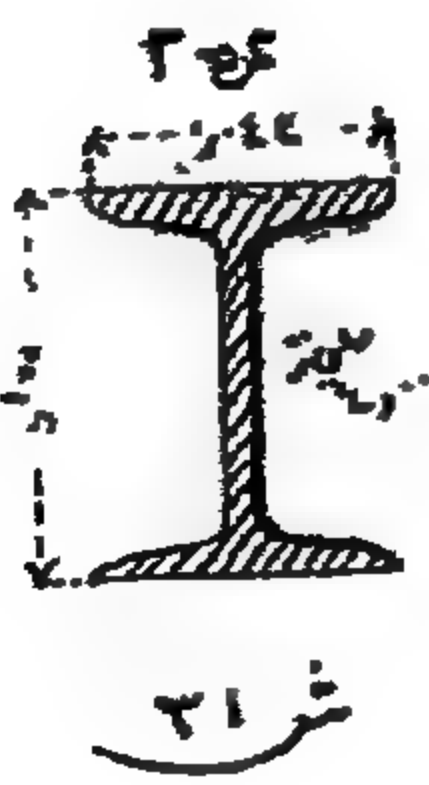
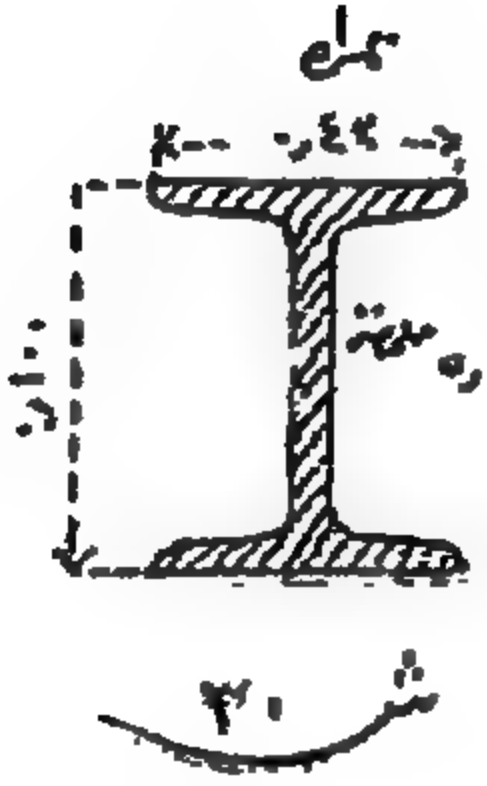
$$م = \frac{١٠٦٠٠}{٦١٠ \times ٤١٦٤ \dots \dots \dots} = ٧٠ \div ٣٢ \text{ كجراما بالنسبة للبيضة المربع}$$

ثالث - حساب الكدايد ا ب ا ح ا د ا ه ا ز ا ح ا

حيث ان هذه الكدايد مجتمعة مع بعضها مشق بحيث يتشأن كل اجتماع عتب واحد فينخذ يمكن اعتبار كل مجموع عبتين كعتب مركز على نقطتين متباعدتين عن بعضها بمقدار ١٠٠ سم كما في شكل ٣٠ وحمل اولا بالثقل بالنسبة للبيضة الطولي من مجموع العبتين الاصيلين وثانيا بحملة قوى متساوية كل منها مساوية الى ٧ ومقدارها هو

$$٧ = \frac{١}{٢} \times ٦٦٦ \div (٢٠٠ + ٢٠٠) \text{ أو}$$

$$٧ = ٦٠٧ \text{ كيلوجرام وذلك بالنسبة للعب الكلي ا ب ا ح ا د ا ه ا ز ا ح ا}$$





وحيث أن

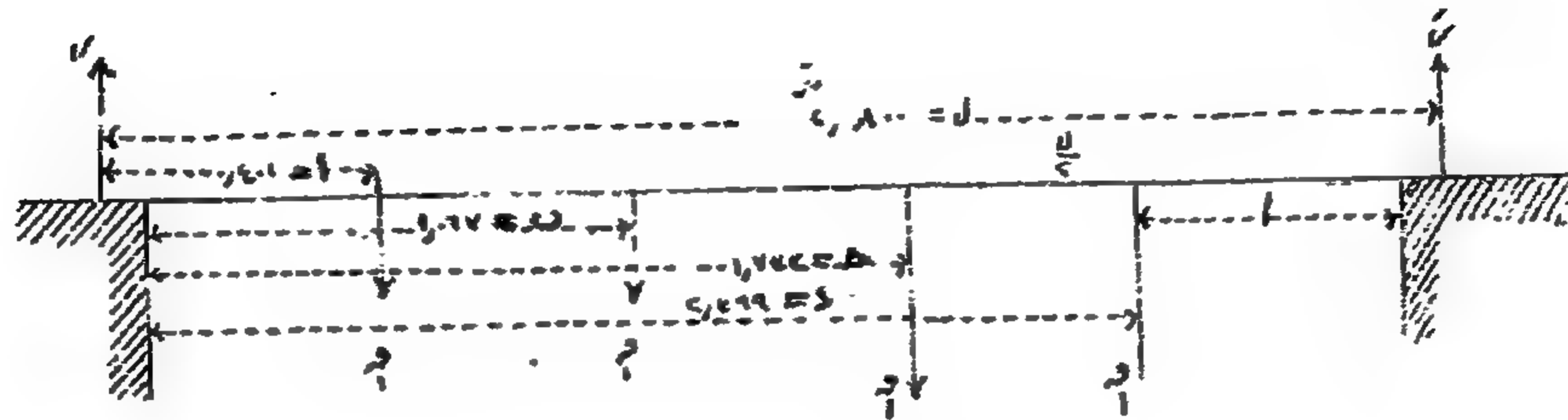
$$r_1 + \frac{d}{r} = r' = r \quad \text{ہیكون}$$

$$\text{أو } (s - \gamma - j\omega_c) \gamma + \frac{\gamma^2}{s} = \epsilon$$

$$\text{أو } (C, 149-1, 133-0, 70) \approx \frac{C}{1} + \frac{C}{1} \times \approx \frac{1}{\lambda} = \varepsilon$$

$$a_1 \quad 1, 2, 3, \dots + \dots + \infty = \xi$$

$$11.71 + 2.91 = 14.62$$



۲۲۰

وتقل كل من العتيق الاصليين المكونين للعب الكلى المبين في شكل ٣٣ بالنسبة للتر الطولى بناء على جدول الفأريقة هو ١٤٥٠ كيلوجراما حينئذ يكون

۵۰ = ۹۰۰ کلوجراما ویکون

ع = ۹۰۹ و حینڈیکوٹ

م  $\times$   $\times$   $\times$   $\frac{K}{4}$  = ع ولكن

$$78932 = \frac{4}{5} \text{ فیصد یوں}$$

$$\text{أو } \frac{9.9 \text{ cc}}{71.0 \times 0.000789 \text{ g/cc}} = 12.5$$

$$\text{أو } \eta_c = \frac{9.9155}{781.835} = 12.68\%$$

٣ = ٥,٧٦ كيلوجرام بالنسبة للبيضة المربحة

وَقِيَاسًا عَلَى ذَلِكَ يَجِبُ الْعُتْبُ الْكُلِّي أَمَّا رَدُّهُ وَهَكَذَا

ويمكن حساب سهم الانخاء من القانونين الآتيين

ف =  $\frac{5}{6} \times \frac{5}{6} \left(\frac{1}{6}\right)^4 \dots$  (والم وهو بالنسبة للعب المركز على نقطتين بالحرية

$$C = \frac{1}{\frac{1}{2}} \times \frac{2}{\frac{1}{2}} \left(\frac{1}{2}\right)^4 \dots (2) \text{ وهو بالنسبة للعب المثبت في نقطتي ارسكان}$$

والذين فيها ف رمز لسهم الاختفاء ، و رمز للحمل الموزع بانتظام على المتر الطولي الناتج عن الحمل المستديم والحمل العارضيهما ، و رمز لطول العقب ، و رمز لمعامل المرونة ، و رمز لعرض قصور القطاع

ومألة حساب اسم الاغناء مهمة جدا في التقييف حيث انه يلزم أن لايزيد منهم الاغناء الاعظم  
ما يمكن عن المقدار الناتج من الحساب

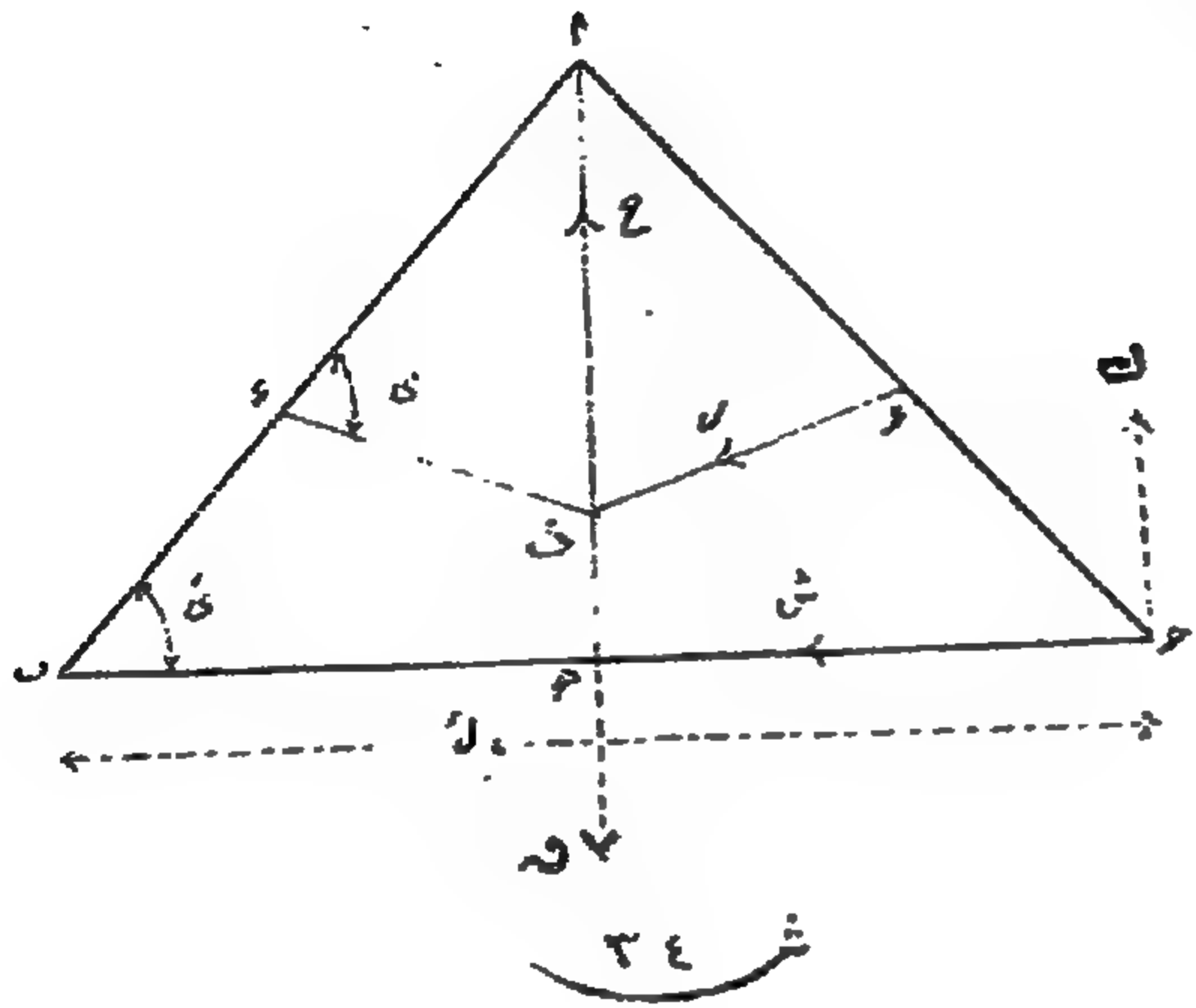
فخبر



## ٣١ في حساب الجملونات الخشبية والمعدنية

حيث أن الجملونات تصنع على جملة أشكال فتكلم على المهم منها فنقول  
الشكل الأول - لحساب هذا الشكل من الجملونات المركب كما في شكل ٣٤ من ضلعين مائلين اب، اد ومن ذراعين  
ف و اف، ومن شداد ب د ومن قائم اه

نفرض أن سعة الفتحة هي، ل، وأن قه هو الثقل الواقع في منتصف الشداد وأن قه هو الحمل الموزع  
بانتظام على المتر الطولي من الأفقي ونقطع النظر عن ثقل الذراعين والقائم ونرض بحرف س للضغط الواقع على  
الذراع وبحرف ش لشد الشداد وبحرف ح لشد القائم اعلى نقطة ف  
ولنعتبر نصف الجملون فيرى أن الثقل الرأسى قه ل يحدث على الضلع المائل منقطا طوليا قدره قه ل حائ  
وقوع عمودية موزعة بانتظام مقدارها قه ل حائ. وحيث أن



الذراع بسند الضلع المائل في منتصفه تقريبا ويلزم أن يكون فيه  
الصلابة الكافية لثبات النقطة وحينئذ يمكن اعتبار الضلع  
المائل كعتب ذي فئتين متساويتين ويكون عزز الانحناء في نقطة  
الارتكاز المتوسطة بعد العز طول كل من الفئتين المذكورتين  
بحرف ل ولحل بالنسبة للمتر الطولي بحرف قه هو

$$\frac{ق}{ل} = \frac{١}{٨} \text{ قه ل}$$

وعزز الانحناء في نقطة حيثما اتفقت من الفئتين المذكورتين هو

$$ع = \frac{٣}{٨} قه ل + \frac{١}{٨} قه س$$

وحيث أن الحمل القاطع هو مشتقة ع بدلالة س فاذا فرضه بالرمز ك يكون

$$ك = \frac{٣}{٨} قه ل + قه س$$

وبجعل س = ل على التوالي وتقويض قه بالمقدار قه حائ، ل بالمقدار  $\frac{ل}{قه حائ}$  يكون

مقدار كل من ردى الفعلين العموديين على الضلع المائل في النهايتين ا، اد هو

$$\frac{٣}{١٦} قه ل حائ$$

ومقدار رد الفعل اسفل الذراع في نقطة و هو

$$\frac{٥}{٨} قه ل حائ$$

وحيث أن الذراع ليس مضغوطة الا في نهايتيه فالقوى الواقعة عليه تؤول الى ضغط واحد س متجه في اتجاه  
محور وحينئذ يكون

$$س حائ = \frac{٥}{٨} قه ل حائ \dots \dots (١)$$

ومن هذه المعادلة يجب مقدار س

وحيث تكون النهاية د متأثر بثلاث قوى (ك، ش، ا)  $\frac{٣}{١٦} قه ل حائ$  التي يلزم أن تكون متزنة ويحدث



$$ك ح ا ي - ش ح ا ي = \frac{3}{17} ق ه ك ح ا ي ..... (٢٢)$$

وحيث ان الجزء ف ه من القائم يلزم أن يحمل الشداد بحيث تكون النقطة ه ثابتة فينبذ باعتبار الشداد كعب ذي فحين يرى ان شدته في الجزء ف ه هي  $\frac{3}{8} ه$  وبناء على توازن القوى الخارجة مع الشداد يكون

$$ك - ه - ق ه ك = \frac{3}{8} ه \quad \text{أو}$$

$$ك = ق ه ك + \frac{3}{17} ه ..... (٢٣)$$

راك ليست هي رد فعل البناء على الجلون بل هي رد الفعل الواقع من الشداد على الضلع المائل وأما رد الفعل الواقع من البناء فإنه يساوي بداهة نصف الحمل الكلي وحيث ان الشدح في الجزء العلوي من القائم تزيد عن الشدة في جزئه السفلي بمقدار المركبتين الرأسيتين للقوى المؤثرة في محوري الذراعين فينبذ يكون

$$ح = \frac{3}{8} ه + ه + ح ا ي - ي ..... (٢٤)$$

وبواسطة معادلات (١) (٢) (٣) (٤) تتعين مقادير س ا ك ا ش ح مع ملاحظة ان ش هي ايضا الدفع الأفقي المؤثر في رأس الجلون

وحيث ان الضلع المائل متأثر في أن واحد بقوى انحناء، وبقوى ضغط في اتجاه محور قطعه يلزم ان يكون متغيرا لكن يجعل عادة ثابتا مع مراعاة اكبر القوى المتأثرة بها

الشكل الثاني للجلون وهو المسمى بشكل المهندس بولونسو

قد ينشأ كثيرا في سقائف محطات السكك الحديدية شكل الجلون اختراع المهندس بولونسو وهذا الشكل اما ان يكون بنامه من المعدن أو من الخشب والمعدن معا ويسمى باجتياز سعة كبيرة ومنظم ليس جيبيا وجلون بولونسو المبين في الشكل يتك من ضلعين مائلين مرتبط كل منهما ارتباطا مفصليا من منتصفه بذراع من الحديد الزهر ح و عمودي عليه والطرف

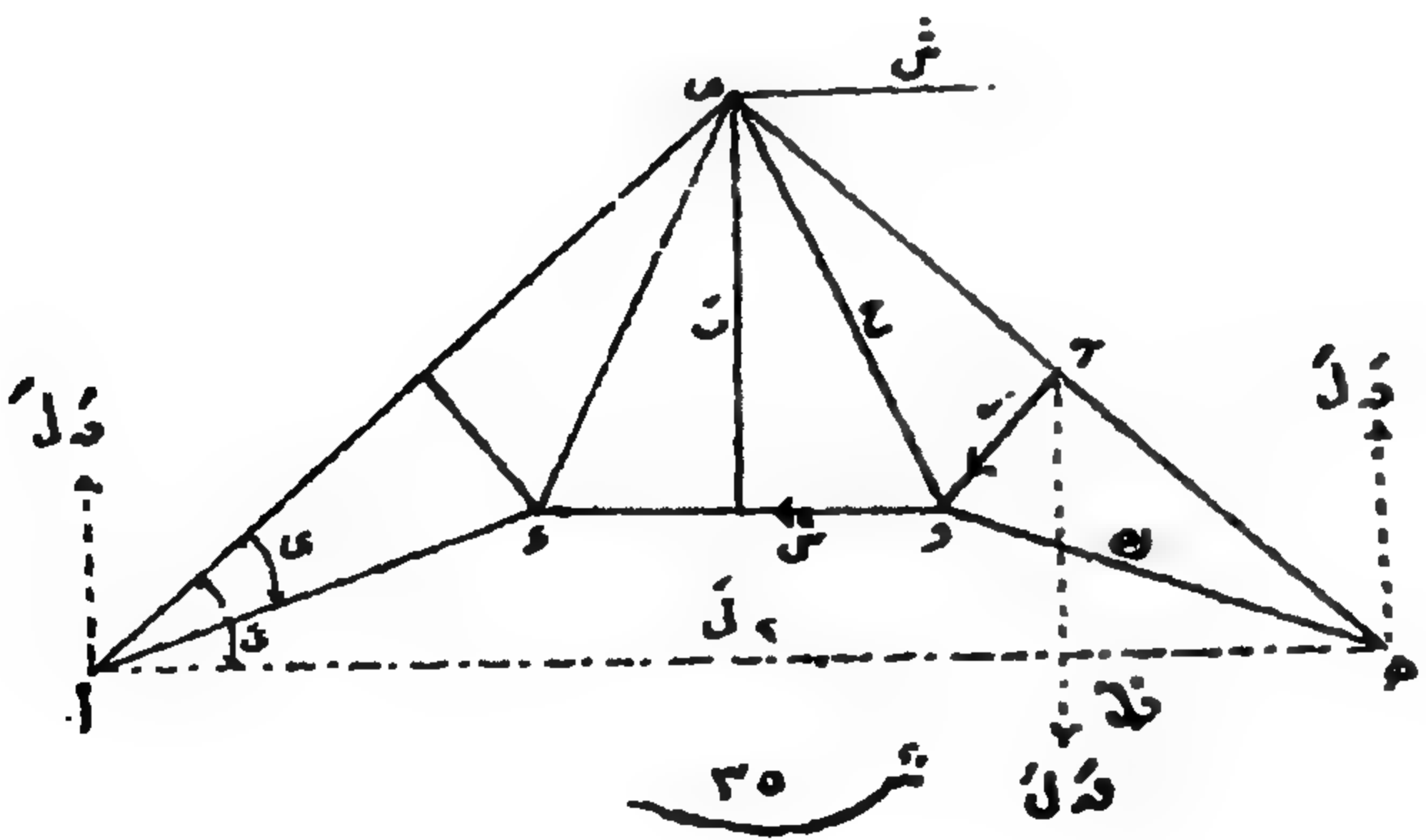
الآخر من الذراع مرتبط ارتباطا مفصليا أيضا بشدادين من الحديد ه و ا و ب رابطين الذراع المذكور بالضلع المائل السالف ذكر

والغرض من هذا التركيب تحويل الضلع المائل الى نوع عتب مسلح

والرأسان و ا و ب للذراعين مجتمعان بشداد افقي من الحديد الذي يمكن جعل شدته بحيث تكون كافية لاعداد مدافعة

الجلون على نقطتي الارتكاز اما ه اللتين يؤثر في كل منها فقط رد الفعل الرأسى ق ه ك المساوى لنصف ثقل الجلون بقطع النظر عن اثقال الشدادات والذراعين

ومن





ومن جهة أخرى فإن الثقل  $ق$  ل نصف الجملون يؤثر في نقطة  $ح$  وحينئذ فالقوتان الرأسيتان تؤولان  
الى ازدواج قوته  $ق$  ل وذراع رافعه  $ل$   $ق$  ل وحينئذ لحصول التوازن يلزم مساواته بالجزر الناجمة  
من القوى الأفقية وهي أولا رد الفعل أو الدفع  $ش$  لنصف الجملون الايسر على نصفه الايمن وثانيا  
الشد  $ش$  للشداد الأفقي للجامع لنصفي الجملون مع بعضهما وهاتان القوتان تكونان ازداوجا غيرهما مساوي  
 $ش$   $ت$  وحينئذ يحدث

$$\frac{1}{2} ق ل = ش ت$$

والشد  $ش$  يلزم ان يكون حاصله من الشداد وحينئذ فتزق برمية الشداد المذكور للحصول على هذا  
الشد وتجعل احدى النهايتين للجملون على دافيل بحيث لا يحدث قط رد فعل أفقي من نقطة الارتكاز  
والشداد يأخذ حينئذ شدته المناسبة بالطبع  
وكذا الشدادان  $و$   $ب$  ، وهما يمكن زنفهما بحسب الارادة متى وضع الجملون في محله بصية تنظيمها بحيث يتركز  
الذراع الزهر  $و$  على الضلع المائل بقوة  $ك$  يمكن اعتبار النقطة  $ح$  كنقطة ثابتة  
وحينئذ بصير الضلع المائل عتبا ذاتيحتين متساويتين والقوة القاطعة  $س$  على نقطة الارتكاز المتوسطة  
تكون مساوية الى

$$\frac{5}{17} ق ل ح ا ي$$

وعلى نقطتي الارتكاز المتطرفتين تكون مساوية الى

$$\frac{3}{17} ق ل ح ا ي$$

وحينئذ يكون

$$\frac{3}{17} ق ل ح ا ي = ق ل ح ا ي - ك ح ا ي$$

ومن هذه المعادلة يستخرج مقدار  $ك$  الذي هو عبارة عن رد فعل الشداد  $ا$   $و$   $هـ$  على الجملون  
وكذا باسقاط جميع القوى المتقاطعة في نقطة  $ب$  الواقعة على نصف الجملون على محور عمودي على الضلع  
المائل يحدث

$$ش ح ا ي - ح ح ا ي = \frac{3}{17} ق ل ح ا ي$$

ومنها يستخرج مقدار  $ح$

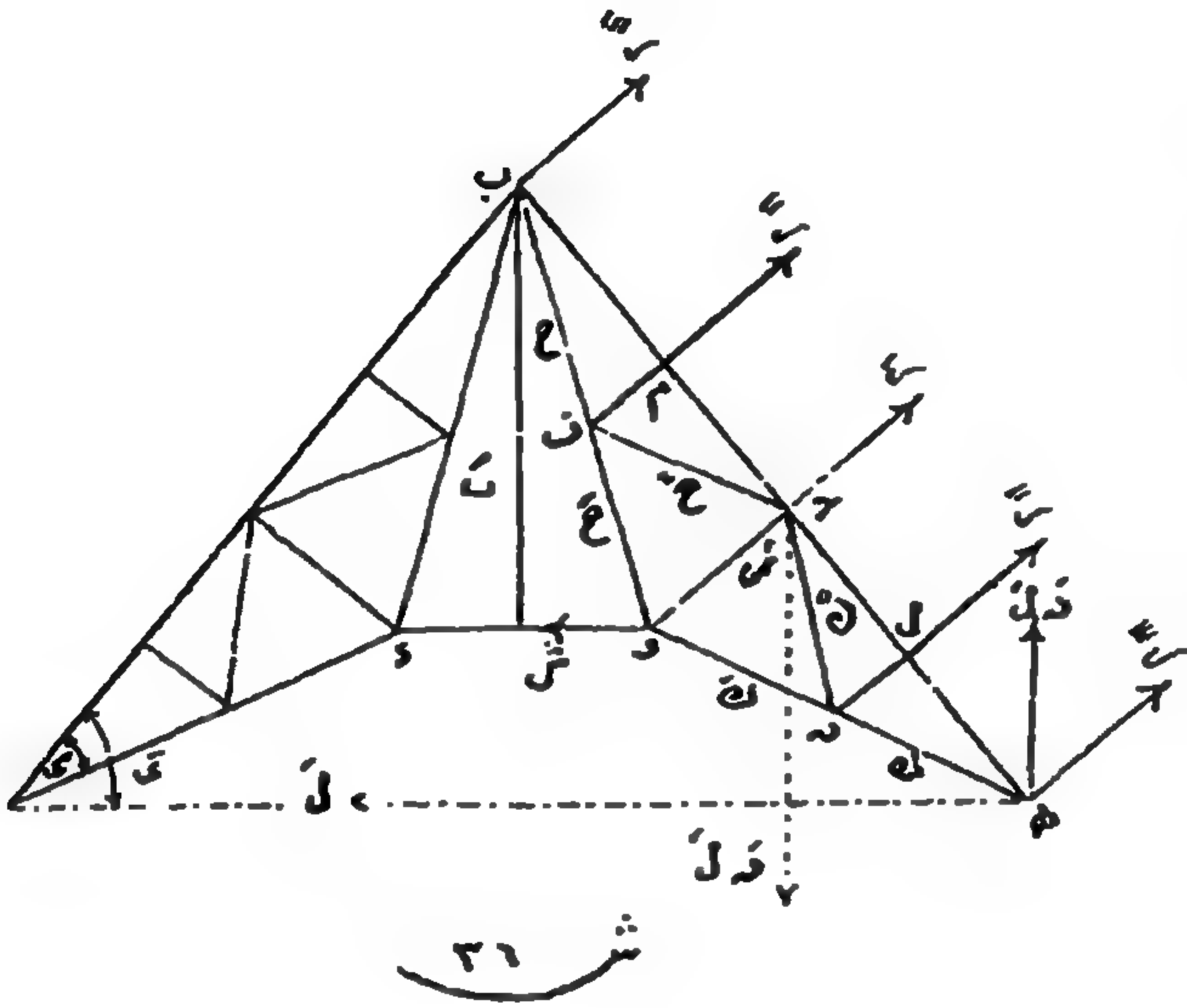
وحينئذ تكون جميع المعاليم اللازمة لحساب القطع معلومة ماعدا الضلع المائل المتأثر في آن واحد باحمال  
ضغوط و باحمال انثناء فانه يكفي بحسبه لاجل عدم تشعب المسألة باعتبار كعب  $ب$   $هـ$  مركز على  
نقطتي ارتكاز ومتأثر بجمل عمودي منتظم مقدار  $ق$   $ح ا ي$  بالنسبة للمرطوف

وفي الواقع فان الحسابات السابقة تؤدي الى صلاية نظرية لا توجد في العلم مطلقا ويلزم تجديد الجملون  
زنا فزنا بسبب تغير درجة الحرارة وحينئذ يلزم ان يترك لاحدى نهايتي الجملون مسافة أفقية



قليلة ليحصل فيها التمدد  
ومتى استعمل شداد طويل افقى فانه يكون له بسبب ثقله منهم انحاء محسوس تأثيره ردى ويمكن اعدام  
هذا السهم بواسطة قائم نازل من الرأس ب بحيث يكون كافيا لمقاومة  $\frac{1}{5}$  حمل الشداد كما ذكر  
الشكل الثالث للجملون

في حالة ما تكون الفتحات كبيرة جدا فانه يستعمل جملون بولونو على صورة كثية التركيب كما هو مشاهد من شكل ٣٦  
وفيه يقسم الضلع المائل الى اربعة اقسام متساوية  
وتسند فقط التقاسيم بأذرعة من الحديد الزهر  
والذراع المتوسط يرتبط بنهايتي الضلع المائل بشدادين  
ولما الأذرعة الأخرى فانها ترتبط بنهايتيها مع  
منصف الضلع المائل المذكور



ومن المعلوم ان مقدار عزم القوى الرأسية  
الخارجية هو دائما مساويا الى  $\frac{1}{2}$   $Q$  وعزم القوى  
الافقية هو  $Q$  حيث يكون  
$$S = \frac{Q \cdot L}{2}$$

ويرى في هذه الحالة ان الضلع المائل ب ه عبارة  
عن عتب ذي اربع فتحات متساوية وحينئذ بتطبيق نظرية العزم مع استعمال القانونين العموميين الخاصين بها  
على الضلع المائل المذكور يحدث

$$S = \frac{1}{2} Q \cdot L \cdot \cos \alpha = \frac{1}{2} Q \cdot L \cdot \sin \alpha = \frac{1}{2} Q \cdot L \cdot \cos \alpha$$

وبوضع شرطى توازن القوى الخارجة الواقعة في كل من نقطتي ه ا ب يكون

$$\frac{1}{2} Q \cdot L \cdot \cos \alpha = Q \cdot L \cdot \sin \alpha - L \cdot H \cdot \sin \alpha = S \cdot \cos \alpha - H \cdot \sin \alpha$$

ومن هاتين المعادلتين يستخرج مقدار  $H$  وبوضع شروط توازن القوى الواقعة في نقطتي ف ا ه  
أعني يجعل كل من مجموع مساقط القوى على محورين احدهما مواز للضلع المائل والثاني عمودى عليه مساويا  
لصفر تحدث اربع معادلات يستخرج منها الثلاث معادلات الآتية وهي

$$L \cdot \frac{1}{2} Q \cdot \cos \alpha = L \cdot H \cdot \sin \alpha = \frac{1}{2} Q \cdot L \cdot \cos \alpha - [S \cdot \cos \alpha - H \cdot \sin \alpha]$$

والضغط  $S$  للذراع الوسطى يحصل بملاحظة ان محصلة الثلاث قوى  $S$   $H$   $L$   $Q$  مساوية ومضادة للحمل  
القاطع  $S$  وحينئذ يكون

$$S = \frac{1}{2} Q \cdot L \cdot \cos \alpha$$

وقد نتج من الحسابات انه بالنسبة للحمل الواحد تكون الجملونات أخف كلما كانت الزاوية  $\alpha$  قريبة  
من ٤٥



وضع المربوعات على ابعاد متساوية

و طريقة الحساب واخيرا يسلم

حتى يمكن تحليل القوى الضرورية

إذا تقر هذا يقال ان الثقل به

جاءه وسقط القوم الأخرى

قَدْرُهُ شَيْءٌ فِي الْقَوْمِ شَدِيدًا

وفاقیہ کے قیام کے لئے

المؤمنين منكم

على جميع الطوائف ووبالمثل

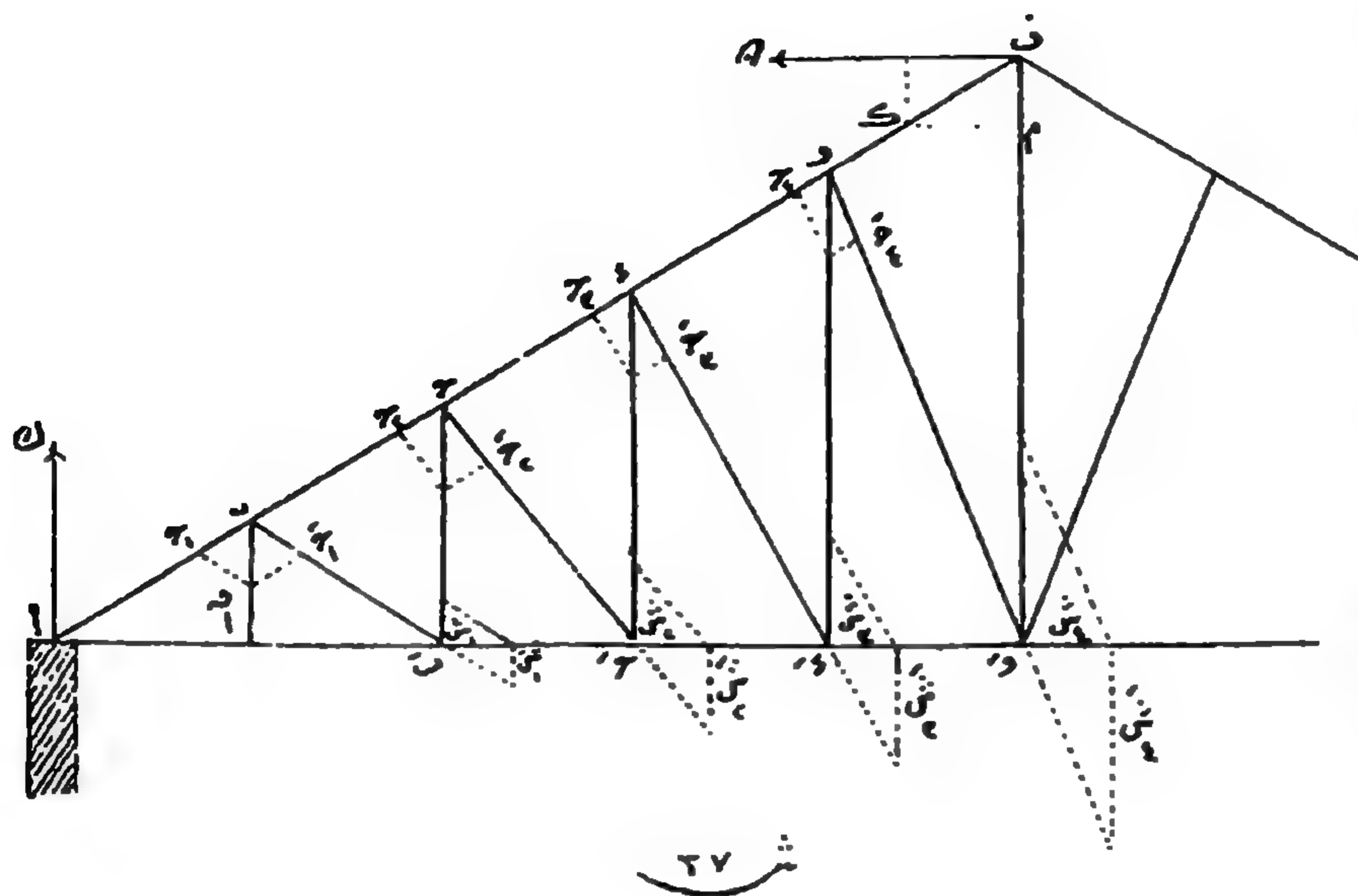
صغوط في الطون

”

2

ف و ..

... في الطول وء



وفي اتجاه حـ ضغطاً قدم حـ وينقل الضغط المذكور في حـ وأجراء العمل كما سبق الى نقطة و والحصول

المحصلة ورد الفعل الآخى ؟ المضاع المائل الثانى مع يتج ضغط الضام المائل الأول وهو ك = ك

وَسَخَّ مِنْ ذَلِكَ التَّوْزِعِ الْآخِ لِلْقَوَى وَهُوَ

ضغوط فی الطول      فو ... کے

$$\approx + \subseteq \dots \in \theta \quad \text{” ”}$$
$$2 + 2 + 6 = 10$$

$\frac{1}{2} \times \frac{1}{2} = \frac{1}{4}$  " "

$$\frac{1}{5} + \frac{1}{7} + \frac{1}{11} + \frac{1}{13} + \dots$$
$$1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \frac{1}{4} + \frac{1}{5} + \dots$$

شادود الشداد  
فك

فی و ... س

فی الطول وء ... تس + یس



ش + ش + ش	...	ش	في الطول
ش + ش + ش + ش	...	ش	د
ش + ش + ش + ش + ش	...	ش	د

## ضغوط الأذرع

ش	...	ش	ذراع
ش	...	ش	ذراع
ش	...	ش	ذراع
ش	...	ش	ذراع
ش	...	ش	شدود القوائم الرأسية
ش	...	ش	الشدود الواقعة في ب
ش	...	ش	ش
ش	...	ش	ش
ش	...	ش	ش
ش	...	ش	ش

ويلزم ان يلاحظ بالنسبة للشد الأخير ان شدته الحقيقية هي ش بسبب الذراع المائل للذراع وو المؤثر على الذراع وو المذكور

وهذه الطريقة يمكن تطبيقها بالمثل على الجملونات التي من هذا القبيل وشدادها ليس افقيا ويمكن تطبيقها أيضا على الحالة التي يكون فيها الحمل مرزعا بانتظام على الفلج المائل مع فرض ان النقط ١، ٢، ٣، ٤، ٥، ٦، ٧، ٨، ٩، ١٠، ١١، ١٢ تكون على خط مستقيم واحد

وحينئذ يلزم ان تحسب بناء على عدد الفحات ردود افعال نقط الارتكاز التي تعطي مقادير القوى ١، ٢، ٣، ٤، ٥، ٦، ٧، ٨، ٩، ١٠، ١١، ١٢ فحينئذ عنز الاغناء

وفي مثل هذه الحالة تعدد عزز الاغناء في النقط المختلفة بمخفى قطع مكافئ معادلة على العمود هي

$$ع = \frac{1}{2} ق - س$$

وبعد تعيين عزز الاغناء على نقط الارتكاز يوضع القطع المكافئ والنقط المناسبة كما جرى ذلك فيما سبق على تطبيق حساب المقاومة على القناطر

لكن في هذه الحالة قانون كلايبيرون يمكن اختصاره لان القانون المذكور هو

$$٤ ل٤ + ٨ (ل٤ + ل٤) + ٤ ل٤ + ٤ ل٤ = ٤ ل٤ + ٤ ل٤ + ٤ ل٤ + ٤ ل٤ ويقول الى$$

$$٤ ل٤ + ٤ ل٤ + ٤ ل٤ + ٤ ل٤ = ٤ ل٤$$

$$\text{بجعل } ٤ ل٤ = ٤ ل٤ = ٤ ل٤ \text{ وبسبب أن}$$

$$٤ ل٤ = ٤ ل٤$$



ل = ل = ل ، ل = ل = ل  
وبالنسبة للأربع فتحات تكون مقادير عزمر الاغناء على نقط الارتكاز هي

$$\frac{1}{4} = \frac{1}{4} = \frac{1}{4} \quad \text{و} \quad \frac{1}{4} = \frac{1}{4} = \frac{1}{4}$$

ولا يوجد حينئذ سوى مجهولين ويكون وجود المعادلتين

$$(1) \dots\dots\dots 12 = \frac{1}{4} + \frac{1}{4}$$

$$(2) \dots\dots\dots 12 = \frac{1}{4} + \frac{1}{4}$$

لكن معادلة (1) تقول الى

$$2 = \frac{1}{4} + \frac{1}{4}$$

وبطرح هذه المعادلة من معادلة (2) يحدث

$$2 = \frac{1}{4}$$

$$\frac{1}{12} = \frac{1}{4}$$

وحينئذ يكون

$$\frac{12}{12} = \frac{12}{12} = \frac{12}{12} = 1$$

أو

$$\frac{12}{12} = \frac{12}{12} = 1$$

وبناء على هذه المعادلة يكون

$$\frac{12}{12} = \frac{12}{12} = 1$$

وهذا يؤدي الى النتائج الموضحة بالشكل ٣٨ بالنسبة للأربع فتحات

وليزر الحصول على الحضور على الانحناء

القاطعة لتعيين ردود افعال نقط

الارتكاز لكن بالنسبة لنقطة حيثما

انفتحت يكون بالنسبة للفتحة الأولى

$$12 = 12 + (12 - 12) + \frac{1}{4} - \frac{1}{4}$$

ومن هذه المعادلة بأخذ المشتقة برتبة

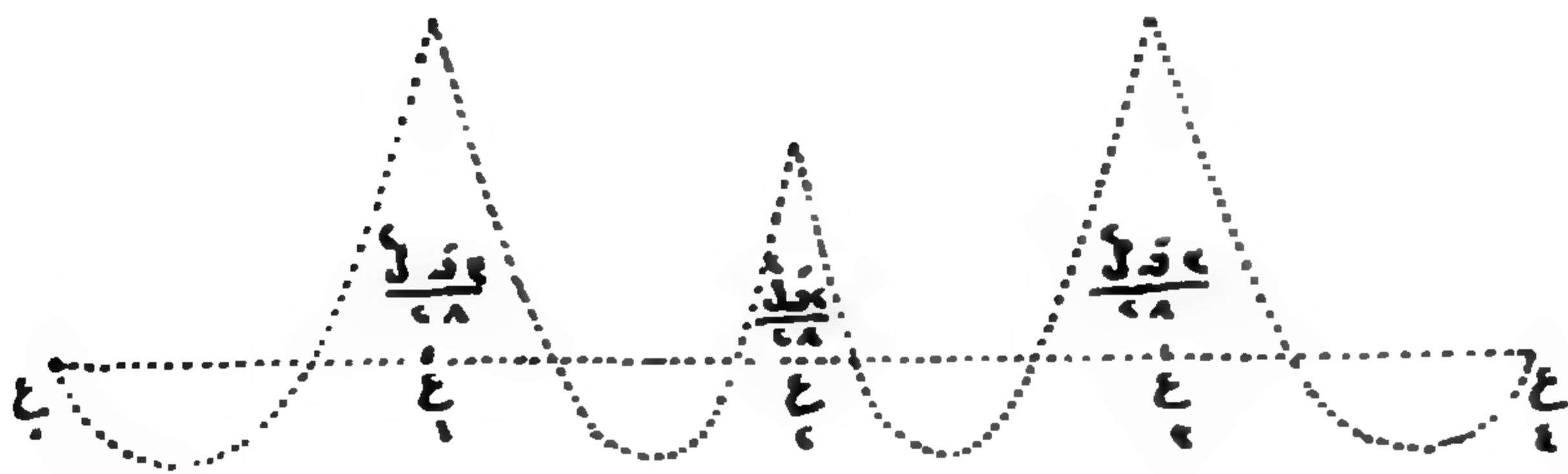
اولى يحدث مقدار الحمل القاطع ح مبين بالمعادلة

$$H = \frac{12}{4} - \frac{12}{4} - \frac{12}{4}$$

بعد تغيير اشارة المرفيع

ومن هذه المعادلة بالنسبة لمبدأ الفتحة الذي فيه  $H = 0$  يحدث

$$H = \frac{12}{4} - \frac{12}{4}$$



شكل ٣٨



وبالنسبة للنهاية الثانية للفتحة التي فيها  $s = l$  يكون  
 $\text{ح} = \frac{ق}{ل} - \frac{ع-ع}{ل} - \frac{ق}{ل} = \frac{ع-ع}{ل} - \frac{ق}{ل} - \frac{ق}{ل}$   
والكمية  $\frac{ق}{ل} = b$  داخل في الحساب بالنسبة لجميع الفتحات وحينئذ  
فبالنسبة للفتحة الأولى يكون  $\frac{ع-ع}{ل} = \frac{ع-ع}{ل} - \frac{ق}{ل} = \frac{ع-ع}{ل}$   
وبالنسبة للفتحة الثانية  $\frac{ع-ع}{ل} = \frac{ع-ع}{ل} - \frac{ق}{ل} = \frac{ع-ع}{ل}$   
وبالنسبة للفتحة الثالثة  $\frac{ع-ع}{ل} = \frac{ع-ع}{ل} - \frac{ق}{ل} = \frac{ع-ع}{ل}$   
وبالنسبة للفتحة الرابعة  $\frac{ع-ع}{ل} = \frac{ع-ع}{ل} - \frac{ق}{ل} = \frac{ع-ع}{ل}$   
وحينئذ يكون

بالنسبة للفتحة الأولى }  $\text{ح} = \frac{ق}{ل} - \frac{ع-ع}{ل} = \frac{ق}{ل} - \frac{ع-ع}{ل}$   
وبالنسبة للفتحة الثانية }  $\text{ح} = \frac{ق}{ل} - \frac{ع-ع}{ل} = \frac{ق}{ل} - \frac{ع-ع}{ل}$   
وبالنسبة للفتحة الثالثة }  $\text{ح} = \frac{ق}{ل} - \frac{ع-ع}{ل} = \frac{ق}{ل} - \frac{ع-ع}{ل}$   
وبالنسبة للفتحة الرابعة }  $\text{ح} = \frac{ق}{ل} - \frac{ع-ع}{ل} = \frac{ق}{ل} - \frac{ع-ع}{ل}$   
ومن هذه المقادير نستخرج المقادير المطلقة لردود الأفعال على نقط الارتكاز وهي

$$\begin{aligned} 1 \quad \frac{ق}{ل} &= \text{ح} = \frac{ق}{ل} \\ 1 \quad \frac{ع-ع}{ل} &= \text{ح} + \frac{ق}{ل} = \frac{ع-ع}{ل} + \frac{ق}{ل} \\ 1 \quad \frac{ع-ع}{ل} &= \text{ح} + \frac{ق}{ل} = \frac{ع-ع}{ل} + \frac{ق}{ل} \\ 1 \quad \frac{ع-ع}{ل} &= \text{ح} + \frac{ق}{ل} = \frac{ع-ع}{ل} + \frac{ق}{ل} \\ 1 \quad \frac{ع-ع}{ل} &= \text{ح} + \frac{ق}{ل} = \frac{ع-ع}{ل} + \frac{ق}{ل} \end{aligned}$$

## في الأقواس الخشبية والمعدنية المعادلات الأساسية

### مقدمة

القوس عتب طبيعي منحني انحناؤه متجه الى أعلى ونهايته متبستان تثبيتا قويا فنقطتي ارتكازها  
ومسألة مقاومة الأقواس كانت دائما معتبرة من المسائل الصعبة جدا لمقاومة المواد وذلك لأنه بسبب  
شكل الأقواس وطرق ربطها يكون جزء من تغير شكل تلك الأقواس معدوما بتأثير كسفي الارتكاز أو  
بالأحرى



أو بالأحرى بسبب أن تلك الأقواس تكون متأثرة برودود أفعال مجهولة ناتجة من الكفتين المذكورين التي يلزم أن يكون تعيينها ضروريا من مبدأ الأمر

والنظرية الابتدائية التي سنشرحها تحل المسألة بطريقة بسيطة جدا وتتقرب كاف في العمل وهي تخص بمقاومة الأقواس التي قطاعها ثابت واطرافها مفصلية وهذا التركيب هو المقبول عقلا والمستعمل على العموم وهناك بيان السيل العمومي المتبع في هذه الحالة

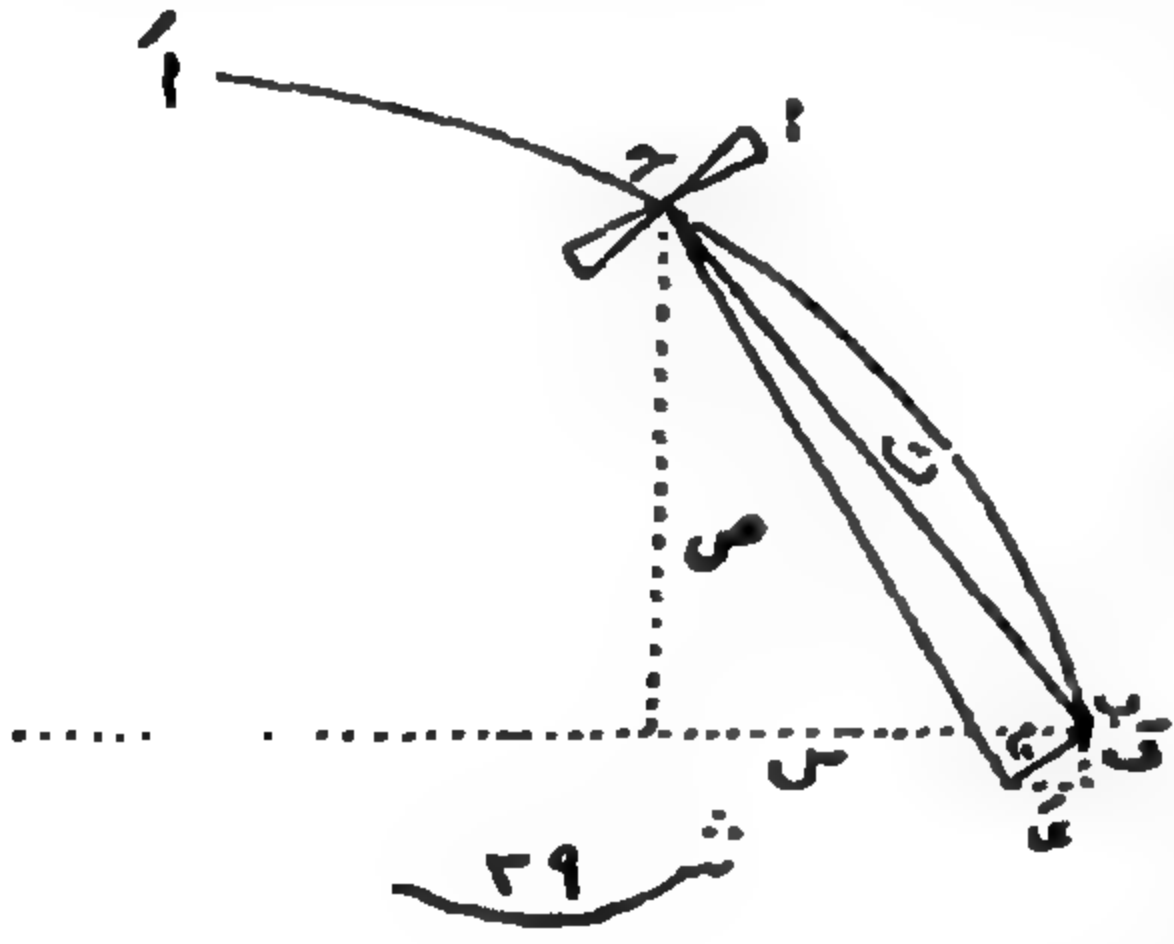
فإذا فرضت قطعة منحنية مثبتة من أحد طرفيها ومطلقة من الطرف الآخر فإنه يمكن تعيين الانتقال الكلي للنهاية المطلقة بسهولة كما أجرينا ذلك بالنسبة للقطع المستقيمة أو الأصوب تعيين المركبات الأفقية والرأسية للانتقال المذكور الناتجة من شدد معينة تعيينا تاما في جميع نقط القطعة

وكذا يمكن على العموم كما في عتب مستقيم اعتبار طرفي القوس مطلقين بتعويض نقطتي الارتكاز بردي الفعلين الناتجين منها وبعبارة أخرى يمكن تطبيق القوانين السابقة على حالة انتقالات نهائين قوس بدلالة الحمل الواقع عليه وبدلالة ردي الفعلين المجهولين لنقطتي الارتكاز

إذا تقرر هذا يقال على وجه العموم أنه مهما كان التغير الكلي الحاصل لقوس طرفاه مثبتان بدون تغيير فإن الانتقالات الأفقية لطرفيه المذكورين تكون معدومة وباعتبار هذا الشرط في القوانين يستنتج منها المركبات المجهولة لرودود الأفعال بسهولة ويكون حينئذ قد صار حل جزء عظيم من المسألة

### قوانين الانتقالات

إذا فرض أن  $AB$  شكل ٣٩ قطعة مثبتة في  $A$  وأن نقطتها المختلفة متأثرة بشدد معينة  $M, M', M'', \dots$  انحن بناء على هذه الشدد يكون كل من القطاعات المختلفة للنشور المذكور متأثر بانثناء أو بدوران جزئي به يتعين دوران الوتر المقابل له المساوي هذا الدوران للدوران الأول أعني بعد مركز نقل القطاع المذكور عن الطرف المطلق للقطعة المفروضة



وحينئذ إذا أخذ عنصر حينا اتفق  $h$  طوله مساو للوحدة ورمز بحرف  $h$  لاستطالة أو انكماش الخيوط الأبعد ما يمكن عن محور الحمل فإنه على وجه العموم يكون

$$\frac{h}{w} = 2$$

وهذا التغير يعين انتقالا محددًا جيدًا  $h$  لطرف القطعة وهذا الانتقال مرتبط مع التغير المذكور

$$\frac{h}{w} = \frac{h'}{w'}$$

الذي فيه  $h$  رمز لطول وتر القوس  $h'$  رمز لارتفاع الكلي للقطاع المفروض أنه منظم

ومن هذا القانون بناء على القانون السابق يحدث

$$\frac{h}{w} = \frac{h'}{w'}$$

وتجليل الانتقال  $h$  المذكور إلى مركبتين أحدهما أفقية  $h_x$  والأخرى رأسية  $h_y$  واعتبار  $h$  عموديا



$\frac{عَ}{ص} = \frac{فَ}{بِ} = \frac{قُ}{ت}$  و منها یجدث  
 $عَ = قُ$  و  $ص = بِ$  ا ف  $\frac{قُ}{و ه} = \frac{بِ}{س}$

ويعمل المجموعتين لجميع الانتقالات المشابهة لذلك فإنه على العموم بعد الرض مجرفى للانتقال الأفقى  
بتمامه المسمى بالتباعد ومجرفى للانتقال الرأسى بتمامه الذى هو عبارة عن نفس السهم يكون

$$( \dots + \frac{m}{n} + \frac{m}{n} + \frac{m}{n} ) \frac{c}{r} = y$$

$$(\dots + \frac{u_2}{s} + \frac{u_1}{s} + \frac{u_0}{s}) \frac{c}{s} = f$$

وفي هاتين المعادلتين  $S_1, S_2, \dots, S_n$  الخ... الخ تدل على الاحداثيات المتعامدة  
للقطاعات المتتابعة بالنسبة للنهائية ب القطعة

## قوانين المقاومة

لأجل تطبيق هذين القانونين على مقاومة الأقواس كفى تعيين الشد م، أم، ن، ... الخ بدلالة ردى الفعلان  
المجهولان لنقطتي الارتكاز أو الأضرب بدلالة المركبات الأفقية والرأسية لردى الفعلان المذكورين  
لكن المجهول من ضمن هذه المركبات هي المركبات الأفقية فقط التي هي عبارة عما يسمى بدفع القوس وأما المركبات  
الرأسية فهي دائماً معلومة وهي عبارة عن الأفعال الخاصة الواقعة على نقطتي الارتكاز ويمكن فهم ذلك  
جيداً باعتبار قوس طرفاء مجتهدان معا بشد ا د طول غير متغير كما هو حاصل في كثير من الأحوال ويستنتج حينئذ  
المجهول الوحيد للسألة اعني الدفع الأفقي من المعادلة الأولى العمومية التي يجعل فيها  $y = 0$ .

إذا اتقرر هذا رمزنا بجرف  $\sigma$  للدفع المذكور شكله  $\sigma$  وجرف  $\omega$  للحمل الواقع على جزء القوس المحصور بين احد الطرفين وبين قطاع حيثما اتفق  $\sigma$  وجرف  $\omega$  للحمل المقابل له الواقع على نقطة الارتكاز ثم رمزنا بجرف  $\sigma$  ،  $\sigma$  ،  $\sigma$  لأبعاد تلك القوى عن القطاع المفروض فعند الاختاء الواقع على القطاع المذكور يكون

ع = م ذ = ہرے - کتے - وہ ص      مع ملاحظہ ان ذ =  $\frac{ع}{3}$

وهو القانون الاساسى لمقاومة الاقوام

وعزم الاختاء يمكن التنبه اشارة على طول القوس اعني أن الاختاء الطبيعي للقوس يزداد في جذره منه  
وينقص في الجزء الآخر وحينئذ فالغير الحاصل لشكل الاقواس يكون حالته خصوصية من الانشاء المركب  
وبالمثل يمكن ان يكون للعزم المذكور مقدار أو جملة مقادير اعظم ما يمكن التي يلزم اعتبارها دون  
غيرها في الحسابات

ومع ذلك فالقانون السابق لا يستعمل مباشرة في حساب الاقواس لأنني بالسهولة ان هذه القطع تقاوم الانثناء والضغط في آن واحد وحينئذ اذا حللنا كل من القوى الى مركبات متعامدة بحيث تكون أحدها موازية



موازية للمماس للقرس في نقطة معينة منه ورمزنا بحرف ش للمجموع الجبري للمركبات الأخيرة المذكورة وبحرف ع لعزم انحناء القطاع المقابل لها فإن الشدة م للقطاع المذكور تكون معينة بالقانون

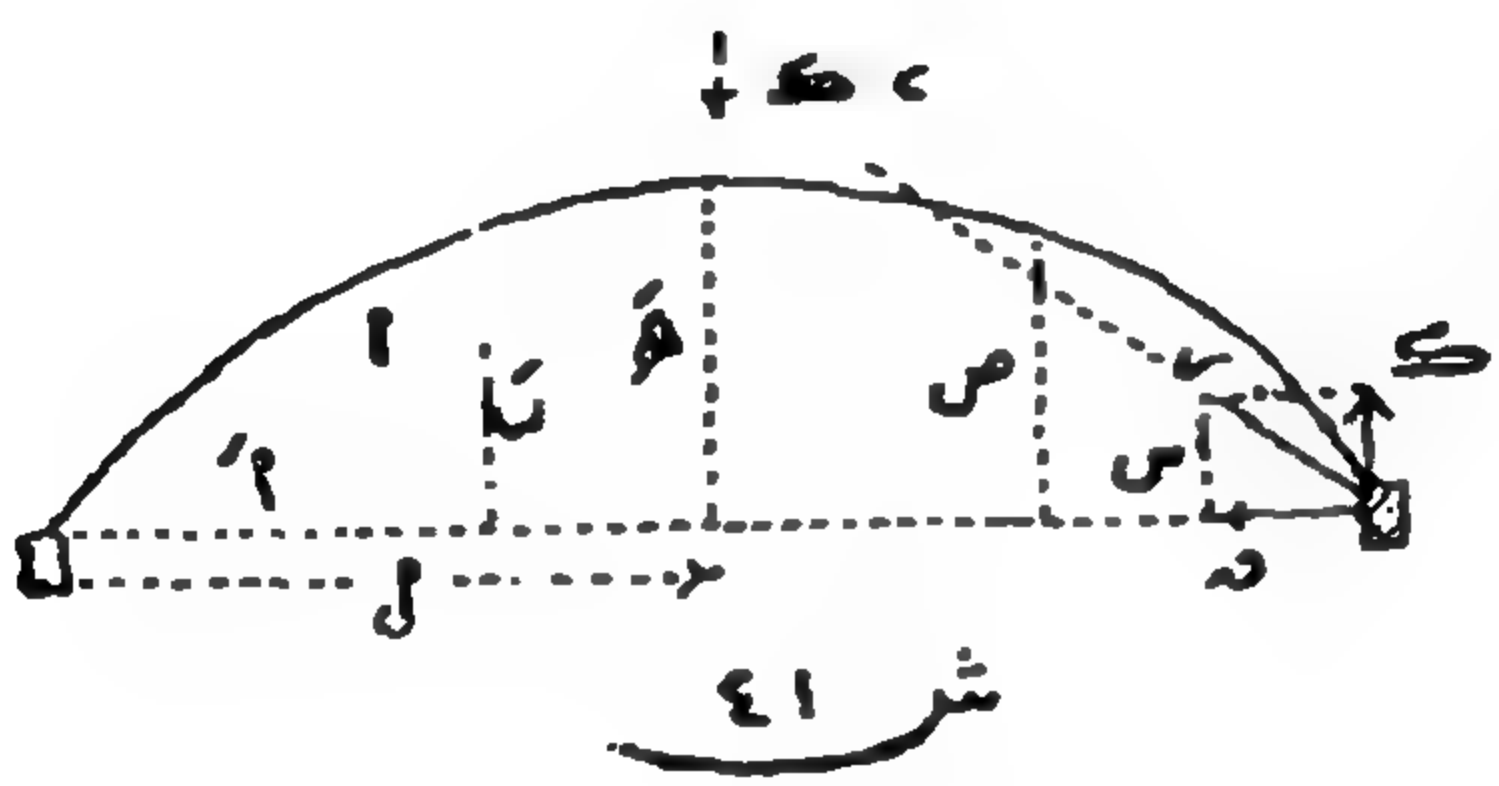
$$م = \frac{ش}{د} + \frac{ع}{د}$$

الذي فيه ب رمز مساحة القطاع المذكور ما ذ =  $\frac{ع}{د}$

ويجب أخيراً مراعاة مقاومة الاقواس لمقاومة قطع قائمة محملة أعني أنه يلزم تحديد شدة الاقواس على فرض اعتبارها مستقيمة ولا تتثنى بتأثير حمل الصنف الواقع عليها لأنه بخلاف ذلك تصير تغيرات شكل القوس عظيمة جداً والاستدانة تكون خطرة

الحمل واقع في الوسط  
قوس حينئذ اتفق

إذا فرض قوس سعته ل وارتفاعه م شكله ك محل بشقل قدر ك في قته فإنه بناء على ما تقدم يحدث كل من نقطتي الارتكاز رد فعل رأسى م و إلى ك نصف الحمل الكلى ورد فعل أفقى مجهول عبارة عن الدفع ولنزله بحرف د



وباعتبار أن القوس مثبت من قته بتأثير الحمل وتأثير رد الفعلين الواقعين في أحد طرفيه فإن الشدة م أى المقاومة في أى نقطة احداثياتها س ص بالنسبة للنهية الأخرى تكون معينة من المعادلة

$$م ذ = ك س - د ص$$

وبالمثل الشدة م في نقطة أخرى احداثياتها س ص تتعين من المعادلة

$$م ذ = ك س - د ص \text{ وهكذا}$$

وبوضع مقادير الشد المستخرجة من المعادلات المذكورة في القانون العمومى لتباعد الاقواس فإنه يحدث على التوالى

$$ى = \frac{ع}{د} [ (ك س - د ص) + (ك س - د ص) + \dots ]$$

$$\text{ويجعل } \frac{ع}{د} = م \text{ يكون}$$

$$ى = م [ (ك س + س ص - د ص) + (ك س + س ص - د ص) + \dots ] \text{ أو}$$

$$ى = م (ك مح س ص - د مح ص)$$

ونفرض هنا حصول الثبت المطلق لنقطتي الارتكاز وحينئذ يلزم أن يكون  $ى = ٠$  ويحدث

$$ك مح س ص = د مح ص$$

إذا تقرر هذا واعتبرنا أن الاحداثيات الرأسية لأجزاء سطحية يمكنها ثابت فإن مح س ص يدل على عزم سعة نصف القطعة التي يحددها القوس بالنسبة لنقطة الارتكاز الأقرب وأن مح ص الذى يمكن



وضعه بهذه الصورة  $\epsilon$  محص  $\times \frac{1}{\epsilon}$  ص يدل على ضعف عزم السعة المذكورة بالنسبة لمخطط المبدأ  
وحيث إذا رمزنا بحرف  $\lambda$  لنصف القطعة المذكورة وبحرف  $\alpha$  لاحتياشي مركز ثقلها بالنسبة  
لنقطة ارتكازها يحدث

ک آء = و آء و منها بحدث

$$\frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} = \frac{2}{4}$$

أعني ان النسبة بين الدفع والحمل على كل من نقطتي الارتكاز تساوى نصف النسبة بين الأحمال الأفقي والاحداثي الرأسى لمركز ثقل نصف القطعة المكونة من القوس بالنسبة لنقطة الارتكاز المقابلة لها ويرى حينئذ ان تعيين الدفع فى هذه الحالة يؤول الى تعيين مركز ثقل سطح وهو مسألة سهلة الحسب بقواعد علم الميكانيكا الابتدائية

القوس المكافئ (\*)

بالنسبة لقوس قطع مكافئ يكون

$$\frac{1}{2} \frac{c}{o} = \bar{c} \quad \frac{1}{2} \frac{o}{c} = \bar{o}$$

$$\frac{5}{10} \times \frac{60}{100} = 3$$

ومنها حديث

وعذر الاخفاء فاي نقطة احداثها <sup>س</sup> اص يتعين في هذه الحالة من الارتباط

$$e = m = z = (s - \frac{c_0}{3c} - \frac{j}{\phi} s)$$

وهذا العزم يكون معدوما بالنسبة للنقطة التي فيها

$$S = \frac{50}{45} \times \frac{1}{5} \text{ می}$$

وهي النقطة التي تقابل فيها المحصلة  $\rightarrow$  لدى الفئتين  $\rightarrow$   $\alpha$   $\rightarrow$  القوى المفروض

وقد يوجد عزم مقدار نهاية عظمى بين هذه النقطة ونهاية القوس وعزم آخر مقدار نهاية عظمى ونقطة القوس هي ونقطة تأثير الحمل ومقدار كل من هذين العزمين هو

$$\hookrightarrow J \leq \frac{1}{\epsilon} = \epsilon \quad (**)$$

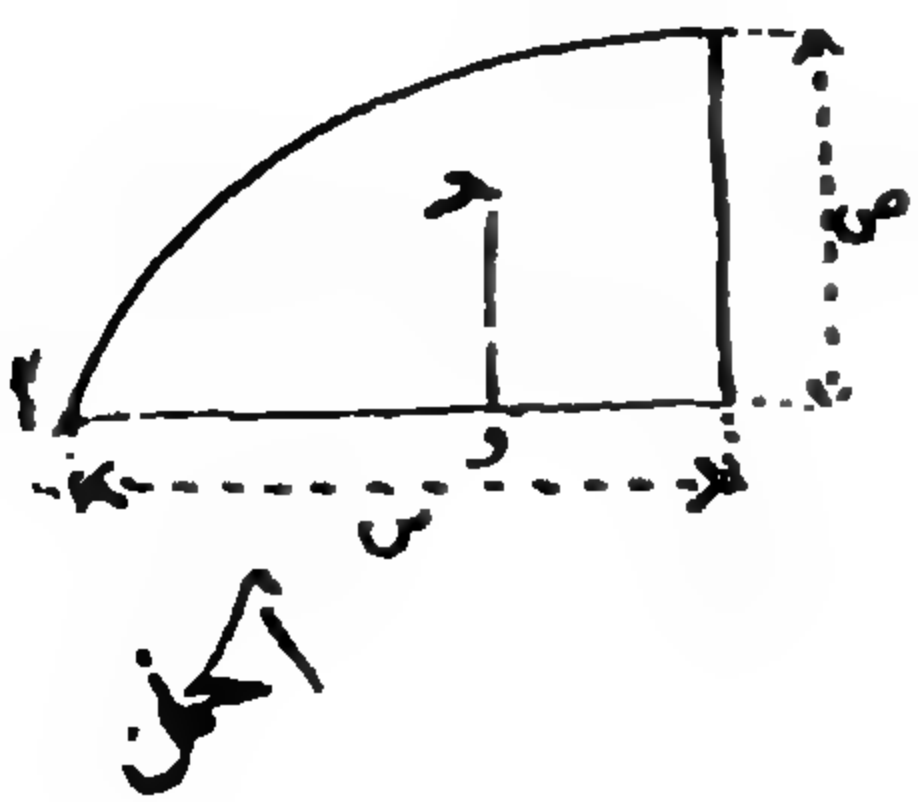
(\*\*\*)

$\frac{v}{f} = \lambda \leq l$  على التناظر

وعلى كل حال فإنه يسهل تعيين كل من الغرضين المذكورين مباشرة برسم المحصلة

وأما من جهة السهم فإنه صغير جداً دائماً ومقدار في هذه الحالة هو

$$Q = \frac{1}{T_{\text{eq}}} \text{ م کے لے } 3$$



(۶) مرکز ثقل قطعه محصوره بین قوس مکافئ و بین راسی و افقی یقین کایاتی

و ۱ =  $\frac{2}{5}$  سی

$$\frac{2}{x} = 20$$

والمساحة =  $\frac{c}{3}$  من م



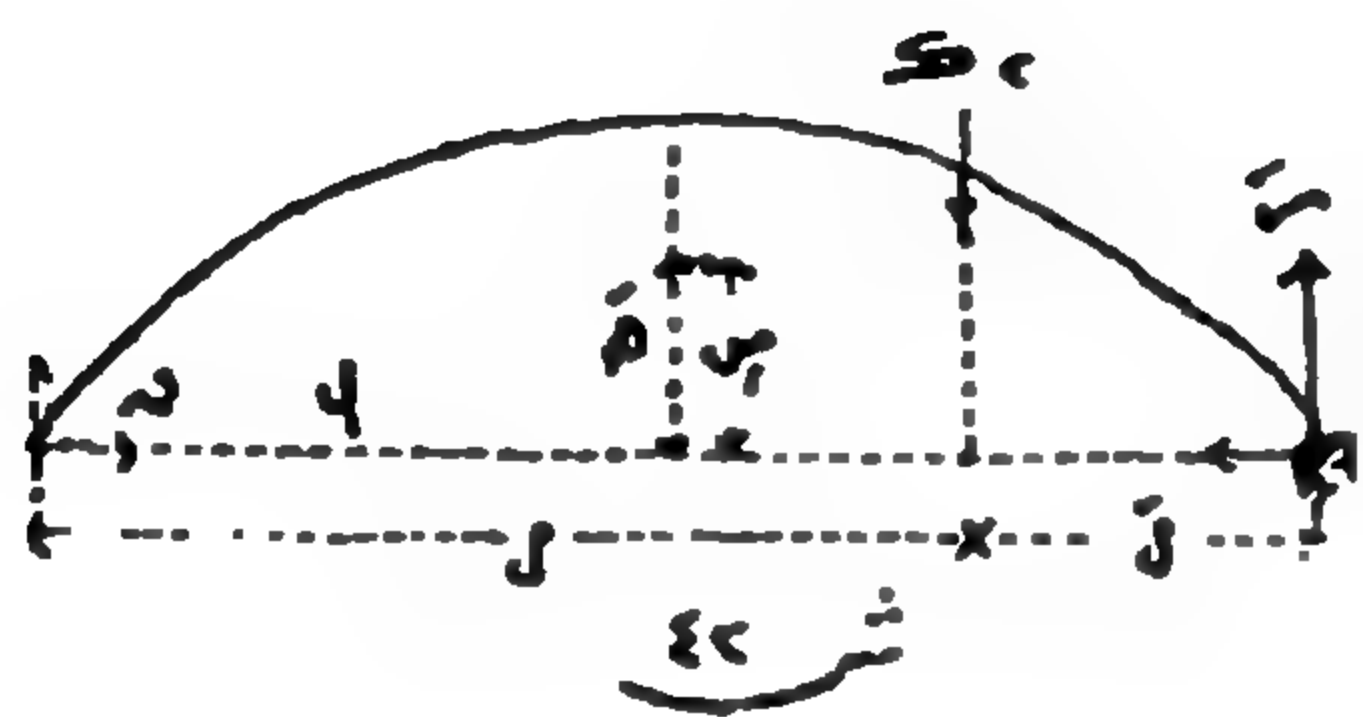
حيث ان تغيرات شكل القوس ليست متماثلة فان تباعد الطرفين بالنسبة لنقطة تأثير الحمل لا يؤول الى صفر مطلقا أى لا ينفذ مطلقا ولكن يرى بالسهولة انه مهما كان التغير النهائي فان التباعين المذكورين يكونان متساويين بمختلف الاشارة اعنى يكون

$$\cdot = \bar{y} + y$$

فإذا دُمِّرَ بِالرَّمْزِ فِي الْمَسَاحَةِ الْكُلِّيَّةِ لِلْقِطْعَةِ الْمَكُونَةِ مِنَ الْقَوْسِ شَكْلًا ٤٠٠ وَبِالرَّمْزِ هِيَ لارتفاع  
مركز ثقل القِطْعَةِ الْمَذْكُورَةِ عَنْ مَسْتَوًى الْمَبْدَأِ ٤٠١ وَبِالرَّمْزِ ٤٠٢ لِمَسَاحَةِ الْقِطْعَتَيْنِ الرَّافِقَتَيْنِ فِي جِهَتِي  
الْحُلِّ الْمَعْرُوضِ وَبِالرَّمْزِ ٤٠٣ لِأَحْدَاثَيْنِ الْإِفْقِيَيْنِ لِمَكْرَئِي ثَقْلِهَا بِالنِّسْبَةِ لِنَقْطَتِي الْإِزْكَازِ الْجَاوِزَيْنِ  
لِهَا فَإِنَّ الشَّرْطَ السَّابِقَ يُرْجَى إِلَى الْمَعَادِلَةِ

$$r_1 + r_2 = 1$$

وأما من جهة الحلائل الواقعين في نقطتي الارتكاز فانها يتبعيان  
من المعادلتين



$$\leq \frac{J}{J} = 1 \leq \frac{J}{J} = 1$$

بعد ملاحظة أن  $\epsilon$  في زمالة القوس  $\epsilon, \kappa$  و  $\mu$  للحل  
ففي حالة ما يكون القوس قطعاً كافياً يوجد بالسهولة أن

$$\left[ \frac{{}^3J+{}^2J}{J} \cdot \frac{1}{2} - ({}^5J+{}^4J) \frac{c}{3} \right] \frac{{}^1J}{{}^3J} \cdot \frac{10}{17} = \frac{2}{5}$$

10

لأثبت معادلة  $\frac{1}{p} = \frac{1}{q} + \frac{1}{r}$  نضع فرضاً للبورة  $r = 1$  الكمية الثابتة

ۛ = ۛ

معادلة القطع المكافئ بالنسبة للمحورين  $MA$  هي  $S^2 = 4pY$  ولكن

مَآءٌ = لاءِ س ما ص = هاءِ ص فیکون

(ل-س) = ۱۶ (ه-س)

و بناء علی کون و = سی = هـ + ا یکون

$$(1 + \frac{1}{2}) = 1 + \frac{1}{2} = \frac{3}{2} \text{ ومنها } \frac{1}{2} = \frac{1}{2} \text{ ويعتد يكون}$$

(ل-س) =  $\frac{L}{P}$  (ه-ص) ومنه المعادلة ص =  $\frac{(ل-س-ص)}{P}$

وبالموضع في معادلة العزم يحدث  $E = \left[ s - \frac{e_0}{J_{P_0}} (s - s_0) \right]$  أو  $E = \frac{e_0}{J_{P_0}} (s_0 - s) \dots \dots (1)$

وإِذَا أَخَذَ الْمُشْتَقَّ وَمَا رَأَتْهَا بِعَفْرِ يُحَدِّثُ ٥٠ هـ - ١٨ ل = . وَمِنْهَا يُحَدِّثُ ٥٠ هـ - ١٨ ل =  $\frac{9}{18} ل$

وبالوضع في معادلة (1) نجد  $E = \frac{2}{J_{35}} \left[ J \frac{9 \times 18}{50} - J \frac{81 \times 60}{50 \times 50} \right]$  أو

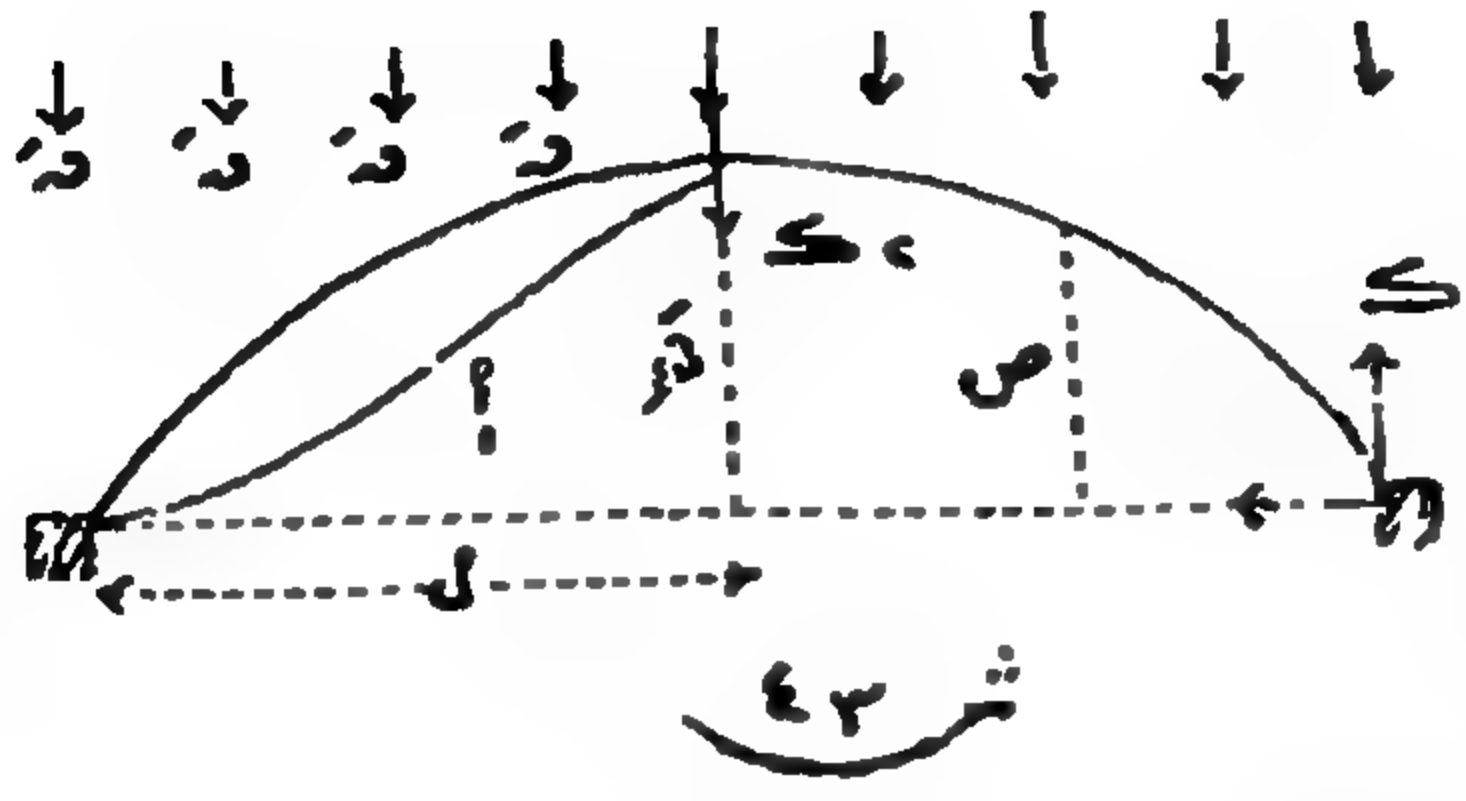
-ع=  $\frac{\lambda_1}{\lambda_2}$  كل أو -ع=  $\frac{\lambda_1}{\lambda_2}$  كل وهو المطلوب



## الحل موزع بانتظام بالنسبة للافتى قوس حيثما اتفق

إذا فرض أن  $\theta$  شكل ٤٣ هو الحل الموزع بانتظام بالنسبة للوحدة الطولية من الافتى مقدرا بالكيلوجرام وأن  $c$  هو الحل الكلى وأن  $d$  هو سعة القوس المفروض فإنه يكون

$$c = d \text{ لـ } c = d$$



وحينئذ فغز الاختاء لنقطة احداثياتها  $s$  بالنسبة لأحد الطرفين يكون مبينا بالمعادلة العمومية

$$c = m = d = c - s - \frac{1}{n} \frac{c}{n} \text{ لـ } c = d$$

وبإدخال مقادير الشدد  $m$  الناتجة من هذه المعادلة في المعادلة

العمومية للتباعد وجعل المعادلة المذكورة مساوية للصفر يحصل

$$d - c = c - s - \frac{1}{n} \frac{c}{n} \text{ لـ } c = d$$

فأذا رُسم أيضا بالرمز  $a$  المسعة نصف القطر المكونة من القوس وبالرمز  $u$  للاحداثيات مركز ثقلها يحصل

$$c = u \text{ لـ } c = d$$

وأما من جهة المجموع الثالث فإنه يمكن كتابته بالصورة الآتية وهي

$$\frac{1}{n} \frac{c}{n} = c - s - \frac{1}{n} \frac{c}{n} \text{ لـ } c = d$$

وهذه الصورة تدل على مجموع عزد الاحداثيات الرأسية  $s$  بعد تصغيرها بالنسبة المقابلة لها  $\frac{1}{n}$

وحينئذ بعد رسم المخطى بناء على الاحداثيات الرأسية المذكورة والرمز للمسعة المحدودة به بحرف  $a$

والاحداثى الافتى لمركز ثقل تلك المسعة بحرف  $u$  يكون

$$c = u \text{ لـ } c = d$$

ولكن مقدار المسعة  $a$  هو  $a = \frac{1}{n} \frac{c}{n} = \frac{1}{n} \frac{c}{n}$

وعلى ذلك يكون  $\frac{1}{n} \frac{c}{n} = c - s - \frac{1}{n} \frac{c}{n}$

وبوضع هذه المقادير في المعادلة العمومية يحصل نهائيا

$$\frac{1}{n} \frac{c}{n} = c - s - \frac{1}{n} \frac{c}{n}$$

وحينئذ فتعين الدفع  $u$  أيضا الى تعيين مركز ثقل سطح معين

(\*)

لأثبت معادلة  $c = \frac{1}{n} \frac{c}{n}$  لـ  $c = d$  ثم يقال أن النهاية العظمى الى  $c$  عين النهاية

العظمى الى  $c = \frac{1}{n} \frac{c}{n}$  أو  $c = s$  ولكن النهاية العظمى الى  $s$  هي  $d$

وحينئذ  $c$  يكون نهاية عظمى إذا كان  $s = d$  ولكن في هذه الحالة يكون  $s = d$  وحينئذ يكون

$$c = d \text{ لـ } c = d$$

$$c = \frac{1}{n} \frac{c}{n} \text{ لـ } c = d$$

القوس



$$\frac{1}{2} = \frac{1}{2}$$

$$\frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} = \frac{2}{4}$$

وَمَاءٌ عَلَىٰ ذَٰلِكُمْ يُحَدِّثُ

وبالنسبة لقوس قطع مكافئ إذا أخذ المقدار التقريبي السابق يكون

$$5 \frac{1}{5} \cdot \frac{1}{5} = 2$$

وهو مقدار مضبوط للدفع في الحالة المفروضة

فاذا وضع هذا المقدار في القانون الاصلى للمقاومة يرى أن عزم الاحتواء في كل نقطة من القوس يكون معدوما  
وبعبارة اخرى يقال ان القوس لا يتجاوز الاحتمال منقوط وفي هذه الحالة يمكن اعتبار مشابها لجذير مقلوب مفروض اصلها لنقطة معلومة

وفي هذه الشروط يرى بالسهولة أن الضغط في قبة القوس يساوي المدافعه  $\omega$  وأما من جهة الضغط الأعظم

في المدينين فان مقدار

$$\sqrt{s + v} = t$$

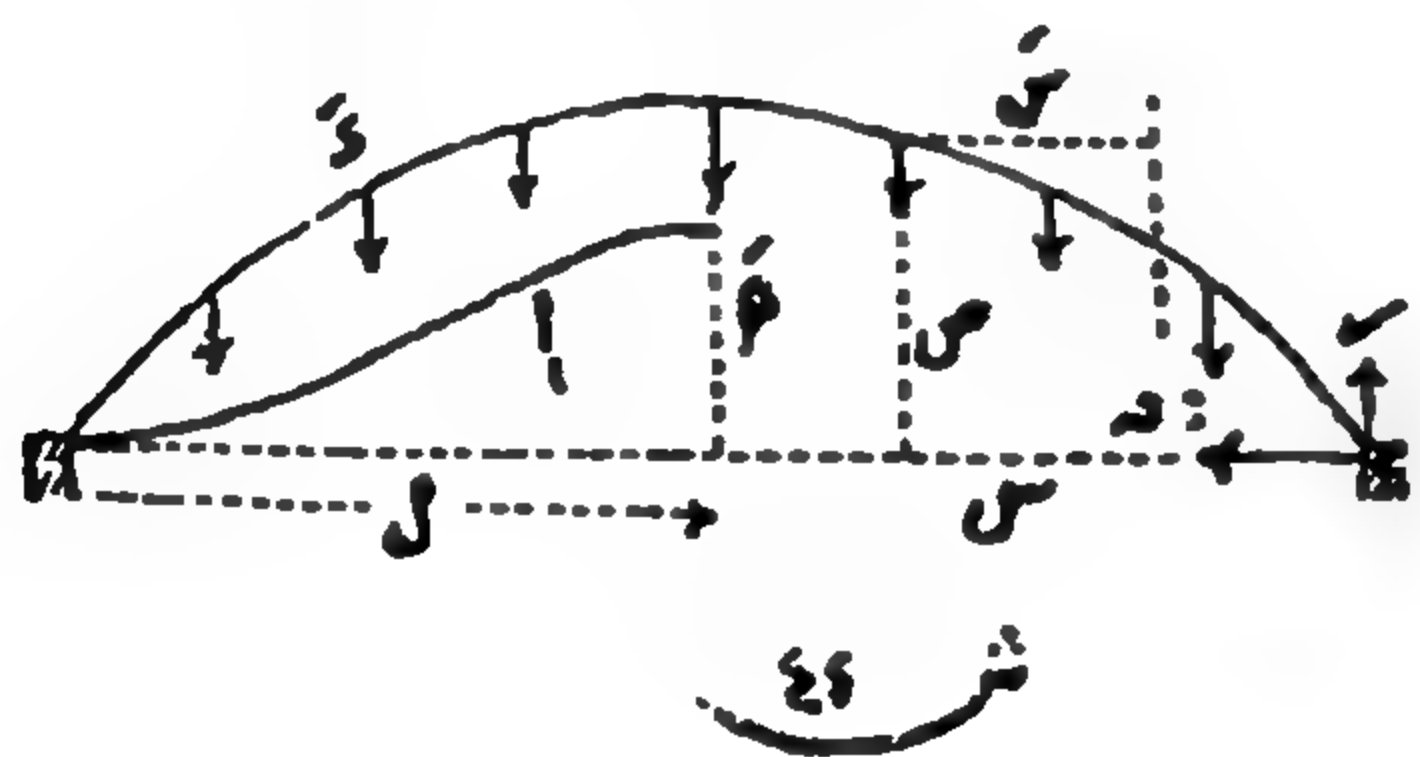
## الحمل موزع بانتظام على القوس

إذا فرض أن  $\angle$  الحمل بالنسبة لوحدة الطول وأن  $\angle$  جزء من القوس محسوباً من أحد الطرفين إلى قطاع إحداً

مركز ثقله  $S_1$  وأن  $S_2$  البعد بين مركز الثقل المذكور وبين الرأس المار بمقتصف القوس الجذبي

المفروض وفرضنا أخيراً أن  $k = 2$  هو الحمل الواقع على نصف

القوس ويكون



$$n \text{ محض} = K - [x_s - (\frac{x}{s} \cdot s)]$$

وإذا قمنا من كل نقطة الأحداثيات الرأسية المناسبة الى

٥٢ من فاز هذه الاحداثيات بتعدد مساحه ١ الى

بالسهولة يمكن حساب نسبتها الى المساحة ١ لنصف قطعة القوس وحينئذ بناء على الرموز السابقة يكون

$$\frac{1}{2} + \frac{1}{2} + \frac{1}{2} + \frac{1}{2} = 2$$

مسألة - المطلوب تعيين قطاع قوس مكافئ من الخشب سعته ٢٠ متر وزاوية فتحته ٦٠° وارتفاع قطاعه

المستطيل بلززان يكون ضعف قاعدته وأن الحمل الموزع بانتظام على الارتفاع مقداره ... كيلوجرام

بالنسبة للترابطين وأن الشدة محددة على اعتبار  $\frac{c}{E}$  معامل المقاومة وهو ٨٠ كيلوجرام على السنتيمتر

المدينه

لذلك يقال حيث ان زاوية فتحه القوس ٦٠ فنصف قطع يساوى سحته وسهه اوارتفاعه يكون

۳۴ از من نصف قطره ای ۷۶۸ متر و عینند بیکون مقدار الدفع الاققی هو



$$v = \frac{1}{c} \frac{d}{dt} = \frac{1}{c} \frac{1}{\frac{1}{c}} = 1.0 \times 10^{-8} = 9.3 \times 10^{-8} \text{ كيلوجرام}$$

وأما مقدار الضغط في المبدئين فهو

$$T = \sqrt{v^2 + c^2} = 1.000 \text{ كيلوجرام تقريبا}$$

فإذا فرض أن القوس متأثر بضغط متوسط منتظم قدم ١٠٠٠٠ كيلوجرام فإن قطاعه يستخرج من أكبر

المقادير المحددين للفرضين الآتيين

أولاً - الحساب بالضغط خاصة

القطاع ب شكله  $h = 2.5 = \frac{h}{c} = \frac{v}{c} = \frac{1.0}{1.0} = 1.0$  أو أن  $h = 2.5$  سنتيمتر مربع  
ثانياً بالانشاء أى الانحناء ( القطعة قائمة ومحملة )

$$(*) \quad v = \frac{c}{c} \times \frac{c}{c} \times \frac{c}{c} \times \frac{c}{c}$$

ومنها بملاحظة أن الطول الكلى ل القوس يساوى إلى  $0.47 \times 10^8$  متر نصف القطر أى  $0.94 \times 10^8$  متر

$$h = \frac{1.0}{1.0} = \frac{1.0}{1.0} = 1.0$$

$$h = 1.656 \text{ سنتيمتر مربع}$$

وبحينئذ يلزم اتخاذ هذا المقدار الأخير ويستخرج منه أن

$$h = 1.6 \text{ مليون}$$

$$h = 1.3 \text{ مليون}$$

في المجموعات المتعشقة

يقال للجسمين الصليبين متعشقين تشبيهاً مفصلياً متى لم يمكن أن يأخذ أحدهما حول الآخر سوى حركات

دورانية حول نقطة مشتركة بينهما بحيث تكون تلك الحركات غير متغيبة في كل منها

وهذه النقطة المشتركة تسمى بمركز التشبيق المفصلي ويقال للتشبيق المذكور كروى حيث أنه يمكن حصول

الدوران حول محور حيثما اتفق ماراً بالنقطة المعلومة

(\*) ذ =  $\frac{c}{c} = \frac{c}{c} = \frac{c}{c}$  و  $\frac{c}{c}$  معامل المرونة وهو يساوى ١.٩ بالنسبة للثب وبالنسبة للآل المربع  
قانون القوائم على العمود مهما كان جنس مادتها ومهما كان قطاعها متى كانت مفصلية من الطرفين مثل الآل

$$v = \frac{c}{c} \times \frac{c}{c} \times \frac{c}{c} \times \frac{c}{c}$$

و هذا القانون و  $v$  رمز للكل الواقع على الحامل من اعلا مقدراً بالكيلوجرام  $h$  ل رمز لطول القائم

$h$  رمز لارتفاع القطاع  $h$  و  $v$  رمز لمعامل المرونة ما ذ يساوى  $\frac{c}{c} = \frac{c}{c}$  أو

$$v = \frac{c}{c}$$

و  $v$  رمز لعزم قصور القطاع

والتعشيق

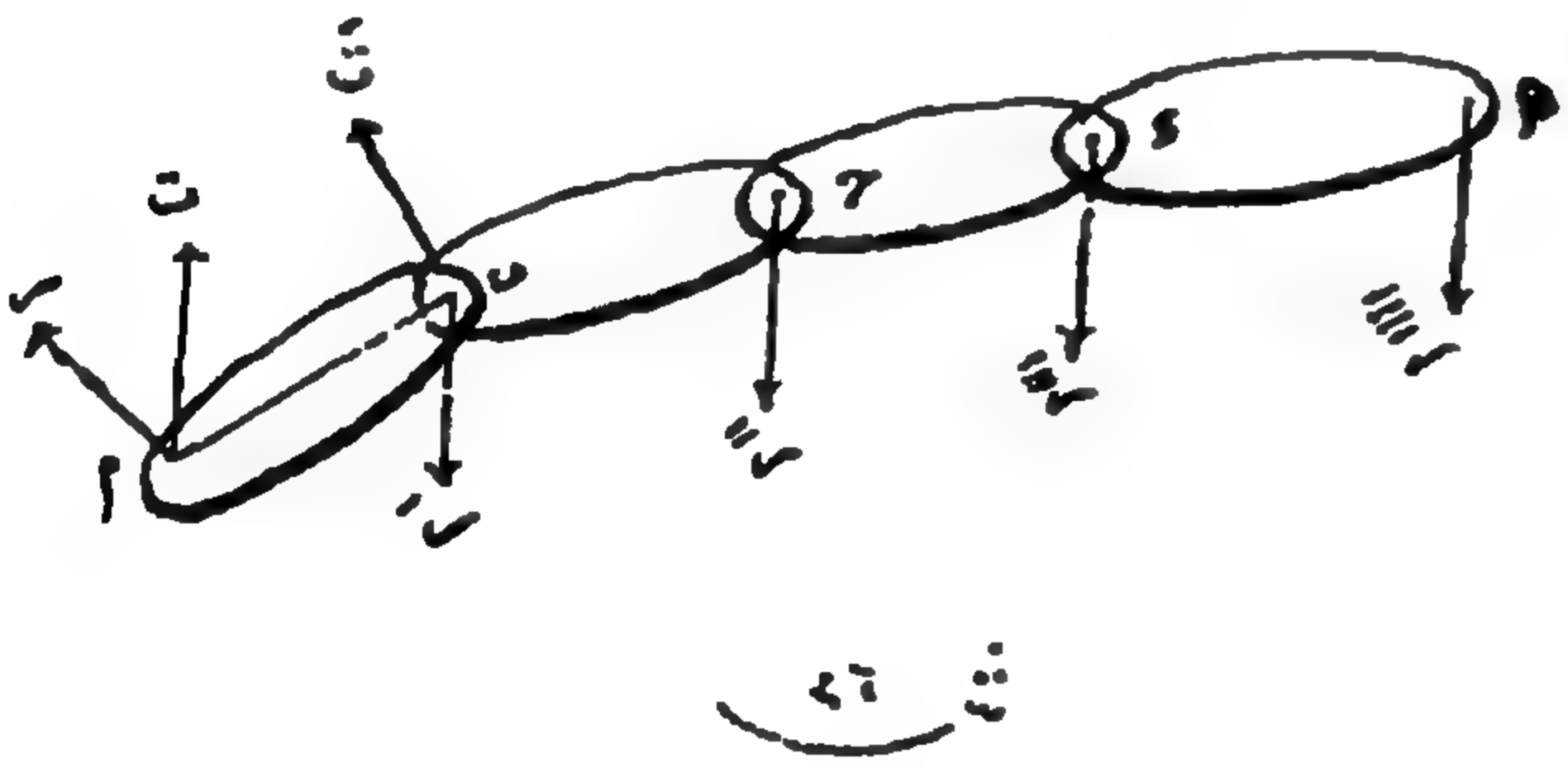


والمفتيق المفضل الكروي قليلاً الاستعمال ولا يوجد له سوى مثل واحد وهو المفتيق ذو الركبة  
والخلاف

وأما التعشيق المفضل الكثير الاستعمال فهو التعشيق الاسطواني أو التعشيق ذو المفضلة فاجزاء التعشيق  
مفضلة لا يمكن لأحدهما أن يأخذ حول الآخر سوى حركة دورانية واحدة حول محور ثابت في كل منهما  
ومن الواضح أنه إذا كان توازن جملة متعشقة حاصلًا في حالة التعشيق المفضل المذكور فأنه يكون بالاولى  
حاصلًا إذا وضعت في مركز التعشيق مفضله حيث ان ذلك يرجع الى فرض محور واحد ممكن حصول الحركة  
متموله

وأخيرا فالتوازن يكون أيضا محققا جيدا اذا غرض حصوله بدون احتكاك مطلقا حيث ان احتكاك الأجسام المتماسكة يقاوم القوى الصنعية المعارضة التي يمكنها تحريك الأجسام المذكورة واعتبار الحمل للمتشقة مفيد على الخصوص في انشاء التجارة الخشبية او المعدنية واستدانة الانشاءات ليزر ان تكون هاحسلة بدون مدخل للتعاشيق والاحتكاكات الناشئة منها حيث ان تلك التعاشيق واحتكاكاتنا ضعيفة جدا وسريعة التغير ولا تقاوم بطريقة أكيدة وستمق قوة تميل لأحداث الدوران وحينئذ فليزمر اعتبار التعاشيق كمفاصل تسمح فقط لحصول الحركات التي تأثيرها لا يفضل نقاط الأجسام الصلبة المجمعة مع بعضها بتلك المفاصل عن بعضها

فإذا فرض كما في الشكل ٤٦ جملة أجسام متعشقة مع بعضها مثل ١ ٢ ٣ ٤ ٥ ٦ ٧ ٨ ٩ ١٠ ١١ ١٢ ١٣ ١٤ ١٥ ١٦ ١٧ ١٨ ١٩ ٢٠ ٢١ ٢٢ ٢٣ ٢٤ ٢٥ ٢٦ ٢٧ ٢٨ ٢٩ ٣٠ ٣١ ٣٢ ٣٣ ٣٤ ٣٥ ٣٦ ٣٧ ٣٨ ٣٩ ٤٠ ٤١ ٤٢ ٤٣ ٤٤ ٤٥ ٤٦ ٤٧ ٤٨ ٤٩ ٥٠ ٥١ ٥٢ ٥٣ ٥٤ ٥٥ ٥٦ ٥٧ ٥٨ ٥٩ ٦٠ ٦١ ٦٢ ٦٣ ٦٤ ٦٥ ٦٦ ٦٧ ٦٨ ٦٩ ٧٠ ٧١ ٧٢ ٧٣ ٧٤ ٧٥ ٧٦ ٧٧ ٧٨ ٧٩ ٨٠ ٨١ ٨٢ ٨٣ ٨٤ ٨٥ ٨٦ ٨٧ ٨٨ ٨٩ ٩٠ ٩١ ٩٢ ٩٣ ٩٤ ٩٥ ٩٦ ٩٧ ٩٨ ٩٩ ١٠٠ ١٠١ ١٠٢ ١٠٣ ١٠٤ ١٠٥ ١٠٦ ١٠٧ ١٠٨ ١٠٩ ١١٠ ١١١ ١١٢ ١١٣ ١١٤ ١١٥ ١١٦ ١١٧ ١١٨ ١١٩ ١٢٠ ١٢١ ١٢٢ ١٢٣ ١٢٤ ١٢٥ ١٢٦ ١٢٧ ١٢٨ ١٢٩ ١٣٠ ١٣١ ١٣٢ ١٣٣ ١٣٤ ١٣٥ ١٣٦ ١٣٧ ١٣٨ ١٣٩ ١٤٠ ١٤١ ١٤٢ ١٤٣ ١٤٤ ١٤٥ ١٤٦ ١٤٧ ١٤٨ ١٤٩ ١٥٠ ١٥١ ١٥٢ ١٥٣ ١٥٤ ١٥٥ ١٥٦ ١٥٧ ١٥٨ ١٥٩ ١٦٠ ١٦١ ١٦٢ ١٦٣ ١٦٤ ١٦٥ ١٦٦ ١٦٧ ١٦٨ ١٦٩ ١٧٠ ١٧١ ١٧٢ ١٧٣ ١٧٤ ١٧٥ ١٧٦ ١٧٧ ١٧٨ ١٧٩ ١٨٠ ١٨١ ١٨٢ ١٨٣ ١٨٤ ١٨٥ ١٨٦ ١٨٧ ١٨٨ ١٨٩ ١٩٠ ١٩١ ١٩٢ ١٩٣ ١٩٤ ١٩٥ ١٩٦ ١٩٧ ١٩٨ ١٩٩ ٢٠٠ ٢٠١ ٢٠٢ ٢٠٣ ٢٠٤ ٢٠٥ ٢٠٦ ٢٠٧ ٢٠٨ ٢٠٩ ٢١٠ ٢١١ ٢١٢ ٢١٣ ٢١٤ ٢١٥ ٢١٦ ٢١٧ ٢١٨ ٢١٩ ٢٢٠ ٢٢١ ٢٢٢ ٢٢٣ ٢٢٤ ٢٢٥ ٢٢٦ ٢٢٧ ٢٢٨ ٢٢٩ ٢٣٠ ٢٣١ ٢٣٢ ٢٣٣ ٢٣٤ ٢٣٥ ٢٣٦ ٢٣٧ ٢٣٨ ٢٣٩ ٢٤٠ ٢٤١ ٢٤٢ ٢٤٣ ٢٤٤ ٢٤٥ ٢٤٦ ٢٤٧ ٢٤٨ ٢٤٩ ٢٥٠ ٢٥١ ٢٥٢ ٢٥٣ ٢٥٤ ٢٥٥ ٢٥٦ ٢٥٧ ٢٥٨ ٢٥٩ ٢٦٠ ٢٦١ ٢٦٢ ٢٦٣ ٢٦٤ ٢٦٥ ٢٦٦ ٢٦٧ ٢٦٨ ٢٦٩ ٢٧٠ ٢٧١ ٢٧٢ ٢٧٣ ٢٧٤ ٢٧٥ ٢٧٦ ٢٧٧ ٢٧٨ ٢٧٩ ٢٨٠ ٢٨١ ٢٨٢ ٢٨٣ ٢٨٤ ٢٨٥ ٢٨٦ ٢٨٧ ٢٨٨ ٢٨٩ ٢٩٠ ٢٩١ ٢٩٢ ٢٩٣ ٢٩٤ ٢٩٥ ٢٩٦ ٢٩٧ ٢٩٨ ٢٩٩ ٣٠٠ ٣٠١ ٣٠٢ ٣٠٣ ٣٠٤ ٣٠٥ ٣٠٦ ٣٠٧ ٣٠٨ ٣٠٩ ٣١٠ ٣١١ ٣١٢ ٣١٣ ٣١٤ ٣١٥ ٣١٦ ٣١٧ ٣١٨ ٣١٩ ٣٢٠ ٣٢١ ٣٢٢ ٣٢٣ ٣٢٤ ٣٢٥ ٣٢٦ ٣٢٧ ٣٢٨ ٣٢٩ ٣٣٠ ٣٣١ ٣٣٢ ٣٣٣ ٣٣٤ ٣٣٥ ٣٣٦ ٣٣٧ ٣٣٨ ٣٣٩ ٣٤٠ ٣٤١ ٣٤٢ ٣٤٣ ٣٤٤ ٣٤٥ ٣٤٦ ٣٤٧ ٣٤٨ ٣٤٩ ٣٥٠ ٣٥١ ٣٥٢ ٣٥٣ ٣٥٤ ٣٥٥ ٣٥٦ ٣٥٧ ٣٥٨ ٣٥٩ ٣٦٠ ٣٦١ ٣٦٢ ٣٦٣ ٣٦٤ ٣٦٥ ٣٦٦ ٣٦٧ ٣٦٨ ٣٦٩ ٣٧٠ ٣٧١ ٣٧٢ ٣٧٣ ٣٧٤ ٣٧٥ ٣٧٦ ٣٧٧ ٣٧٨ ٣٧٩ ٣٨٠ ٣٨١ ٣٨٢ ٣٨٣ ٣٨٤ ٣٨٥ ٣٨٦ ٣٨٧ ٣٨٨ ٣٨٩ ٣٩٠ ٣٩١ ٣٩٢ ٣٩٣ ٣٩٤ ٣٩٥ ٣٩٦ ٣٩٧ ٣٩٨ ٣٩٩ ٤٠٠ ٤٠١ ٤٠٢ ٤٠٣ ٤٠٤ ٤٠٥ ٤٠٦ ٤٠٧ ٤٠٨ ٤٠٩ ٤١٠ ٤١١ ٤١٢ ٤١٣ ٤١٤ ٤١٥ ٤١٦ ٤١٧ ٤١٨ ٤١٩ ٤٢٠ ٤٢١ ٤٢٢ ٤٢٣ ٤٢٤ ٤٢٥ ٤٢٦ ٤٢٧ ٤٢٨ ٤٢٩ ٤٣٠ ٤٣١ ٤٣٢ ٤٣٣ ٤٣٤ ٤٣٥ ٤٣٦ ٤٣٧ ٤٣٨ ٤٣٩ ٤٤٠ ٤٤١ ٤٤٢ ٤٤٣ ٤٤٤ ٤٤٥ ٤٤٦ ٤٤٧ ٤٤٨ ٤٤٩ ٤٥٠ ٤٥١ ٤٥٢ ٤٥٣ ٤٥٤ ٤٥٥ ٤٥٦ ٤٥٧ ٤٥٨ ٤٥٩ ٤٦٠ ٤٦١ ٤٦٢ ٤٦٣ ٤٦٤ ٤٦٥ ٤٦٦ ٤٦٧ ٤٦٨ ٤٦٩ ٤٧٠ ٤٧١ ٤٧٢ ٤٧٣ ٤٧٤ ٤٧٥ ٤٧٦ ٤٧٧ ٤٧٨ ٤٧٩ ٤٨٠ ٤٨١ ٤٨٢ ٤٨٣ ٤٨٤ ٤٨٥ ٤٨٦ ٤٨٧ ٤٨٨ ٤٨٩ ٤٩٠ ٤٩١ ٤٩٢ ٤٩٣ ٤٩٤ ٤٩٥ ٤٩٦ ٤٩٧ ٤٩٨ ٤٩٩ ٥٠٠ ٥٠١ ٥٠٢ ٥٠٣ ٥٠٤ ٥٠٥ ٥٠٦ ٥٠٧ ٥٠٨ ٥٠٩ ٥١٠ ٥١١ ٥١٢ ٥١٣ ٥١٤ ٥١٥ ٥١٦ ٥١٧ ٥١٨ ٥١٩ ٥٢٠ ٥٢١ ٥٢٢ ٥٢٣ ٥٢٤ ٥٢٥ ٥٢٦ ٥٢٧ ٥٢٨ ٥٢٩ ٥٣٠ ٥٣١ ٥٣٢ ٥٣٣ ٥٣٤ ٥٣٥ ٥٣٦ ٥٣٧ ٥٣٨ ٥٣٩ ٥٤٠ ٥٤١ ٥٤٢ ٥٤٣ ٥٤٤ ٥٤٥ ٥٤٦ ٥٤٧ ٥٤٨ ٥٤٩ ٥٥٠ ٥٥١ ٥٥٢ ٥٥٣ ٥٥٤ ٥٥٥ ٥٥٦ ٥٥٧ ٥٥٨ ٥٥٩ ٥٦٠ ٥٦١ ٥٦٢ ٥٦٣ ٥٦٤ ٥٦٥ ٥٦٦ ٥٦٧ ٥٦٨ ٥٦٩ ٥٧٠ ٥٧١ ٥٧٢ ٥٧٣ ٥٧٤ ٥٧٥ ٥٧٦ ٥٧٧ ٥٧٨ ٥٧٩ ٥٨٠ ٥٨١ ٥٨٢ ٥٨٣ ٥٨٤ ٥٨٥ ٥٨٦ ٥٨٧ ٥٨٨ ٥٨٩ ٥٩٠ ٥٩١ ٥٩٢ ٥٩٣ ٥٩٤ ٥٩٥ ٥٩٦ ٥٩٧ ٥٩٨ ٥٩٩ ٦٠٠ ٦٠١ ٦٠٢ ٦٠٣ ٦٠٤ ٦٠٥ ٦٠٦ ٦٠٧ ٦٠٨ ٦٠٩ ٦١٠ ٦١١ ٦١٢ ٦



الضلعين  $رأى$  وحينئذ فالجسم  $أ$  يمكن اعتباره كمسند ومتأثر بالقوتين  $رأى$  والقوى الخارجة  $هـ$  الواقعة عليه وأن حركة الوحيدة الممكنة هي دورانه حول المحور  $أ$  ويكون متزنا حينئذ إذا كان مجموع عزم القوى  $هـ$  بالنسبة للمحور  $أ$  معدوما وبالعكس وبناء على هذا الشرط تكون جملة القوى  $هـ$  آيلة إلى قوتين  $ت$   $ث$  أحدهما واقعة في  $٢$  والأخرى في  $ب$  وبتحصيل القوتين  $رأى$  ثم القوتين  $رأى$  لا توجد سوى قوتين  $ح$   $د$  واقعتين في  $أ$   $ب$  وحينئذ فيلزم أن يكون الجسم متزنا بتأثير القوتين المذكورتين وهذا لا يتحقق إلا إذا كانت القوتان  $ح$   $د$  متجهتين في اتجاه  $أ$  ومتساويتين ومختلفتي الجهة ولا بد من ذلك يلزم أن يكون مسقطا  $رأى$  على مستوى عمودي على  $أ$  متساويين ومتضادين من نفسها وكذلك مسقطا  $رأى$  وزيادة على ذلك يلزم أن يكون حاصل جمع مسقطي  $رأى$  على المستقيم  $أ$  مساويا لحاصل جمع مسقطي  $ت$   $ث$  على المستقيم المذكور وحينئذ فحاصل جمع المسقطين  $ت$   $ث$  على  $أ$  يكون هو المعين فقط ولكن المسقطين لا يكونان



معينين وجملة القوتين يمكن تعويضها بجملة قوتين آخريين مكافئة للأولى وقد قال المعلم برنيس في عدم التحديد هذا أنه لا يوجد شيء يساعد على معرفته لأنه في الحقيقة الطبيعية ردود أفعال فقط الارتكاز لها مقادير معينة بالنسبة لكل نقطة ولكن للوصول إلى معرفتها لا يكفي فقط معرفة أن الجسم  $AB$  متزن في الحالة الراهنة لأنه حيث كان التوازن لا يحتل باضافة قوتين متساويتين ومختلفتي الاتجاه ومجهتين في اتجاه  $AB$  وكان يوجد عدد غير محدود من أجل ردود الأفعال المناسبة لحالة التوازن فلا يمكن معرفة الجملة التي تكون في الحقيقة إلا إذا علمت جميع الأحوال السابقة على حالة التوازن أعني حالة وضع الجسم على نقط ارتكازه وتغيراته بتأثير القوى الواقعة عليه وبالجملة فإنه يحصل التحديد متى اعتبرت جسم كل منها مركبة من جملة أجسام مرتبطة مع بعضها ارتباطاً مفصلياً

وحيث أن كل جسم من الأجسام المفصلة متأثر بقوى خارجية مجموعها موزون له بالرمز  $\bar{Q}$  بالنسبة للجسم الأول وبالرمز  $\bar{Q}'$  بالنسبة للجسم الثاني وهكذا فالرمز  $\bar{Q}$  يلزم أن يحوي على رد فعل نقطة الارتكاز الثابتة بخلاف الرموز الأخرى فلا يلزم أن يحوي أحدها على ردود الأفعال الناتجة من الأجسام المفصلة لأن ردود الأفعال المذكورة هي قوى داخلية للجملة وزيادة على ذلك فإنها متساوية ومتضادة متى

ولنرمز بالرمز  $\bar{R}$  لمحصلة انتقال القوى  $\bar{Q}$  في  $B$  أعني لمحصلة جميع القوى  $\bar{Q}$  المنتقلة بالتوازي لنفسها في نقطة  $B$  ثم نرمز بالرمز  $\bar{R}'$  لمحصلة انتقال المجموعين  $\bar{Q}, \bar{Q}'$  في نقطة  $C$  ثم نرمز بالرمز  $\bar{R}''$  لمحصلة انتقال المجموعين  $\bar{Q}, \bar{Q}'$  مع  $\bar{Q}$  في نقطة  $D$  وهكذا

فإذا فرض أن الثلاثة أجسام الأولى مفصلة من اليسار فيلزم أن تزن بشرط أن يوقع في  $E$  قوة مساوية لرد فعل الجسم الرابع على الثالث وحينئذ يلزم أن يكون مجموع عزم القوى الخارجية  $\bar{Q}, \bar{Q}', \bar{Q}''$  بالنسبة لمحور حيثما اتفق ما ربت نقطة  $E$  بعدوما وزيادة على ذلك يلزم أن تكون الست معادلات العمومية للتوازن محققة بالنسبة لمجموع الجملة وبالعكس إذا كانت هذه الشروط محققة فالجملة تكون متزنة

وحينئذ إذا اعتبرنا الجسم الأول  $A$  فالقوى الخارجية  $\bar{Q}$  الواقعة عليه يكون لها عزم معدوم بالنسبة لنقطة  $B$  ومحصلة الوحيية تساوي  $\bar{R}$  فالقوة  $\bar{R}$  المذكورة تكون حينئذ هي التأثير الواقع من الجسم  $AB$  على الجسم التالي له  $B$  وبالعكس رد فعل  $B$  على  $A$  يكون قوة قدرها  $\bar{R}$  ويمكن اعتبار الجسم  $A$  كمتفرق بشرط أن يضاف للقوى الخارجية رد الفعل  $\bar{R}$

وما سبق نتج النظريتان الآتيتان

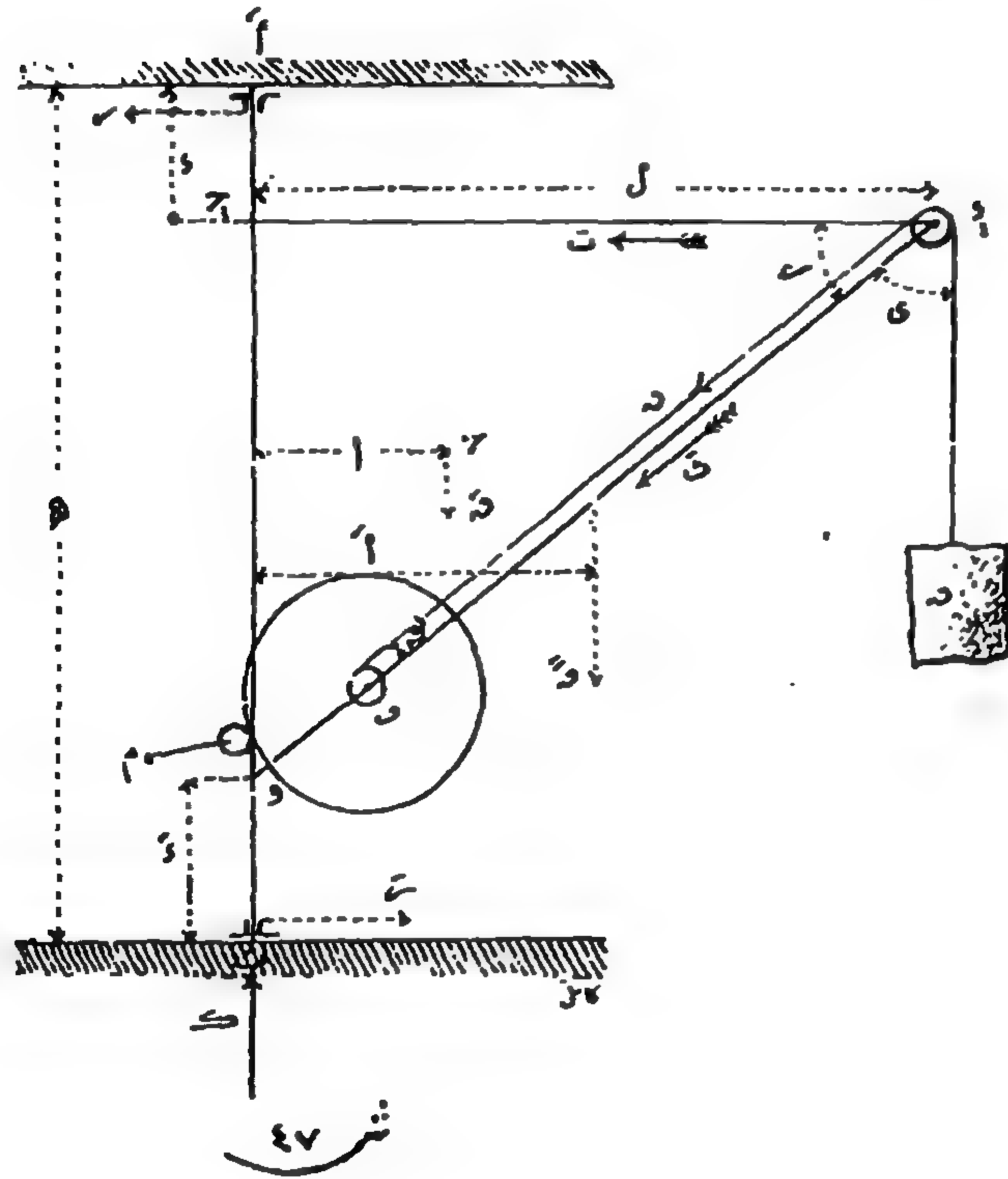
الأولى - العزم الناتج من جميع القوى الخارجية الواقعة بين إحدى نهايتي الجملة وبين مركز تقشيق مفصلي حيثما اتفق يلزم أن يكون معدوماً بالنسبة لمركز التقشيق المفصلي المذكور

الثانية



الثانية - التأثير الحاصل من احاد اجسام الجلة على الجسم المجاور له يساوى محصلة انتقال القوى الواقعة بين نهايتي القطعة وبين مركز التشيق المفضل الفاصل للجسمين المفروضين  
والنظريتان المذكورتان تنطبقان على الجمل المفصلية البسيطة التي فيها كل جسم لا يحتوى الا على مركزى تشيق  
ولكن قد يشاهد كثيرا في العمل جمل مفصلية مركبة فيها جسم او عدة اجسام لها جلة مركز تشيق وحيد فلا  
يمكن ايجاد قوانين عمومية لها الا في النادر ويقضى معاملة كل حالة بطريقة مخصوصة  
ولنذكر هنا بعض امثلة من التي توجد كثيرا في العمل فنقول -

فحساب عيار حبيب معد لرفع الاحمال الثقيلة صورة موضحة في شكل ٤٧  
هذه الآلة تتركب من قائم رأسي آت له في قمته أصبع أ وفي قاعدة محور دوران ت وكلاهما داخل  
في سكرجة فالعليامثبتة في السقف والسفلى  
في الأرضية وهذا القائم أي المحور يدور حيث  
حول الرأسى ومتشقق بذراع التعليق ج ه  
المرتكز في ه على الذراع المائل ه و ولكل  
واقع في و ومحمول بجبل أو يجترى به ار على  
السكرجة ه ونازل بالتوازي للذراع المائل  
ليلف على الملفاف في الذي مناويلية م  
ولاستغلال بالملفاف الذي يمكن ان يكون له  
طهر أو طهران اللذان يجسان بحسب القوة  
الحكيمة المستعملة وبحسب الحمل الاعظم المطلوب  
رفعه



ولنلاحظ ان مجموع الجلة متزن بتأثير القوى

الخارجة وهذه القوى هي

أولاً - الثقل ه وثانياً - رد الفعلين س ا س الناتجين من السكرجتين على المحور الرأسى الذي ينقل  
عليهما تأثيرا جانبيا وثالثاً - الثقل ه للآلة بتماسها المؤثر في مركز الثقل ه على بعد ا من المحور الرأسى  
للدوران ورابعاً - رد الفعل الرأسى ه الناتج من السكرجة على محور الدوران ت  
وحيث ان العزم الناتج من جميع هذه القوى بالنسبة لنقطة حيثما اتفقت من المستوى الشامل لهما يلزم  
ان يكون معدوما فاذ اخذنا العزم المذكور بالنسبة لنقطة ت يحدث

$$5 \times 17 = 1 \times 20 + 1 \times 20 \quad \text{ومنها يحدث}$$

$$17 = \frac{1 \times 20}{5} + \frac{1 \times 20}{5} \dots \dots \dots (1)$$

وبأخذ العزم الناتج من جميع القوى المذكورة بالنسبة لنقطة أ أيضا يحدث

٣ ٧. في مقاوم مواد



$$r \times h = 1 \times h + 1 \times h \text{ ومنها يحدث}$$

$$r = \frac{1 \times h}{h} + \frac{1 \times h}{h}$$

وحينئذ فردا الفعلين  $r$   $h$  يكونان متساويين ومقدار قطري الصباغين المقابلين لها يلزم أن يكونا متساويين كذلك ويرى أيضا أن ردى الفعلين المذكورين يكونان كبيرين كلما كان كل من  $h$   $l$  كبيرين وكلما كانت  $h$  صغيرة مع بقاء باقي الأشياء على أصلها

ولكن في العمل مقدار الطول الأفقي  $l$  للعيار يكون غالبا مساويا لارتفاعه ومقدار  $h$  يكون مساويا في الظاهر لربع الارتفاع وفضلا عن ذلك نسلم أيضا بأن ثقل العيار يكون مساويا للثقل الأعظم الذي يمكن رفعه وحينئذ فيكون مقدار كل من ردى الفعلين مساويا إلى  $\frac{h}{2}$

حيث أن رد الفعل  $r$  يحدث انحناء الجزء  $h$  من المحور الرأسي فينشأ عنه عزم انحناء ويكون مقداره الأعظم الحاصل في نقطة  $h$  هو  $r \times h$  وبالمثل رد الفعل  $r$  يحدث عزم انحناء أعظم  $r \times h$  في نقطة  $h$  وعلى ذلك فيلزم تقرب نقطتي  $h$   $h$  من نهايتي المحور الرأسي بقدر الامكان

وأحيانا يكون التقريب كبيرا نوعا بحيث لا يخشى قط من عزم الانحناء ويحذف الجزء  $h$  من المحور الرأسي فإذا اعتبرت الأجزاء والقطع الصلبة المؤثرة في نقطة  $h$  يمكن أن يفرض أن الذراع  $h$   $h$  ولجعل  $h$   $h$  مقطوعان بشرط أن يستعاض رداف جزئين المحذوفين بالقوتين  $h$   $h$  وحينئذ فالذراع المائل  $h$   $h$  يكون مطلقا ويمكن أن يدور حول نقطة  $h$   $h$  ويكون لبيان توازنه أن يجعل العزم الناتج من جميع القوى الخارجة المؤثرة عليه معدوما بالنسبة لمركز العتقيق المفصلي  $h$   $h$  وعلى ذلك إذا فرض ثقل الذراع المائل المذكور بالرمز  $h$  ولبعد نقطة تأثيره عن المحور الرأسي بحرف  $h$  فيكون

$$h \times h + h \times h = (h - h) \times h + h \times h$$

وفي هذا القانون  $h$   $h$  من نصف قطر المبكرة ونصف قطر الملفاف ومنه يحدث

$$h = \frac{h \times h}{h - h} + \frac{h \times h}{h - h}$$

ومن هذه المعادلة يستخرج مقدار رد الفعل الواقع على الذراع الأفقي للعيار في الحالة التي تكون فيها  $h$   $h$   $h$  صغيرة بالنسبة إلى  $h$  يحدث

$$h = \frac{h \times h}{h} + \frac{h \times h}{h}$$

وبقطع النظر عن  $h$  واعتبار أن طول الذراع الأفقي يساوي ارتفاع العيار يكون

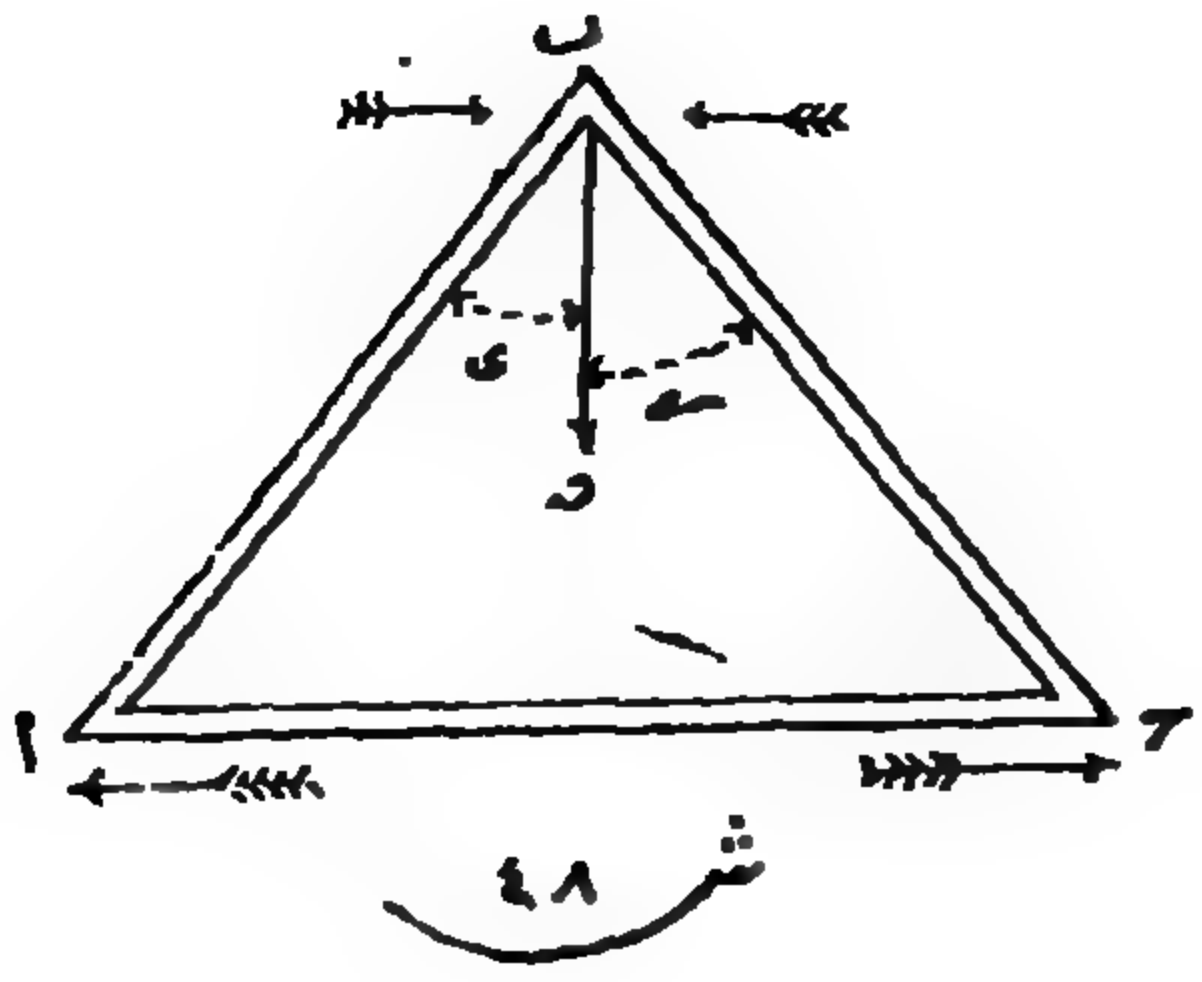
$$h = h$$

ومقدار الضغط  $h$  للذراع المائل يتعين بملاحظة أن جميع القوى الواقعة في  $h$  تكون متزنة وحينئذ نحدث

$$h = h + h + h + h$$

في حساب العيار المسمى بالمغزي أو المقص - إذا فرضنا مغزي أو مقصا ذا فرعين  $h$   $h$  كما في شكل  $h$   $h$





قمة ب مثبتة في المستوى الرأسى ا ب ج بواسطة جبال متزنة  
بقوى مختلفة بحسب سعة زجات الجبل المادية  
وفرض ثقل مثل ه معلق في قمة المقص المفروض فان هذا الثقل يحدث  
في القطعتين المائلتين صتطين يحصل مقدار كل منها من متوازي اضلاع  
القوى كما يأتى

وه  $\frac{\text{ح ا ب}}{\text{ح ا (ب + ح)}}$  وه  $\frac{\text{ح ا ج}}{\text{ح ا (ب + ح)}}$   
ومقدار الدفع الاقوى المفعول من كل من القطعتين المائلتين على قمة المقص هو

$$\text{وه } \frac{\text{ح ا ب ح ا ج}}{\text{ح ا (ب + ح)}}$$

وهذا الدفع يوجد أيضا في نقطتي الارتكاز ا ب ج اللتين تتباعدان عن بعضهما اذا لم يتغلب الاحتكاك على  
الدفع المذكور او اذا كان الاحتكاك ضعيفا ولم توجد قطعة افقية او شداد ا ب كاف لمقاومة الجذب الحاصل  
له من المدافعة الافقية المذكورة

وهي كانت الزاويتان ه و ب متساويتين فضغط كل من فرعى المقص يكون مساويا الى

ومقدار الدفع الاقوى يكون مساويا الى

$$\frac{1}{2} \text{ وه ط ا ب}$$

في حساب مقص بصورة أخرى كالمنحطة في شكل ٤٩ - هذا المقص يتكبد من حاملتين مائلين ا ب مثبت بواسطة  
الحبل ا ب والثقل ه معلق في قمة

فهذا الثقل يجلب الى مركبتين احدهما الضغط في اتجاه ا ب ومقداره

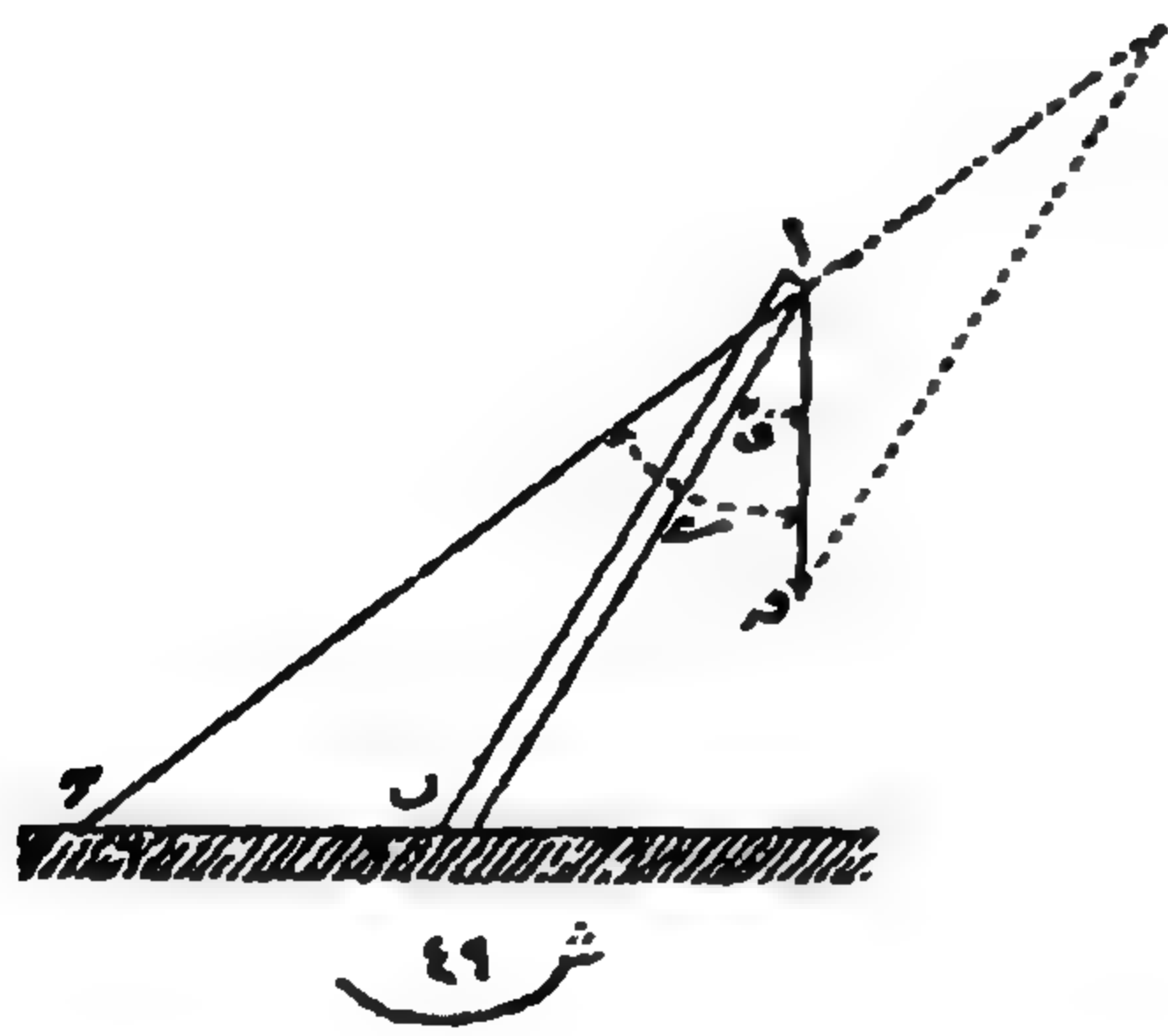
$$\frac{\text{ه ح ا ب}}{\text{ح ا (ب - ح)}}$$

والثانية الجذب في اتجاه ا ب ومقداره يساوى

$$\frac{\text{ه ح ا ج}}{\text{ح ا (ب - ح)}}$$

وهذان المقداران يتصلان مباشرة من متوازي اضلاع

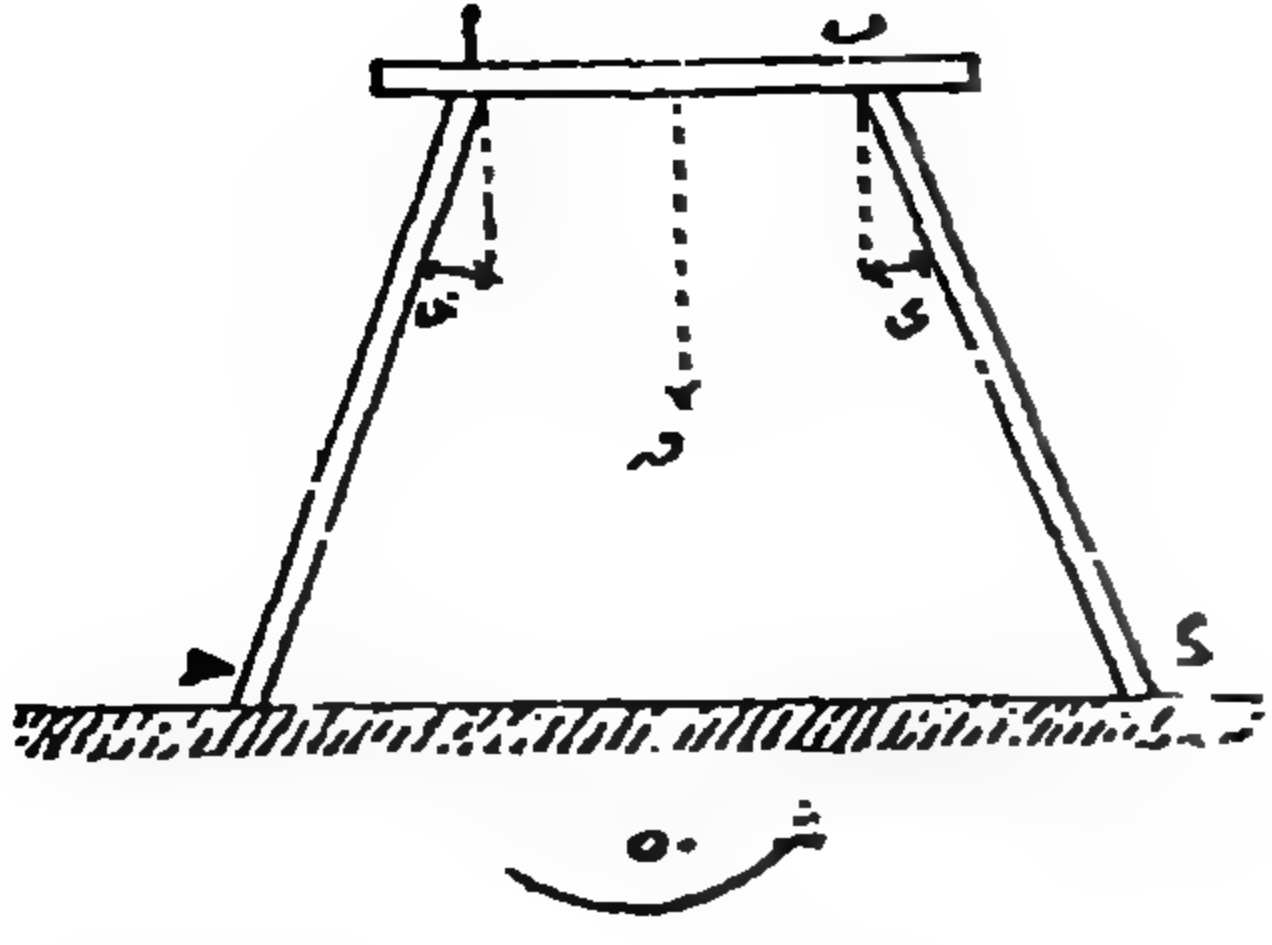
القوى



وعلى العموم يستعاض ساق القوة ا ب بمثلث مثل ا ب ج من الشكل السابق وحينئذ من بعد معرفة  
مقدار القوة الضاغطة على رأس المثلث المذكور يسهل حساب ابعاد القطع المركبة له كما تقدم  
ومنى مرة على قمة المقص جبل لرفع الحمل ه يلزم اعتبار شدته في حساب القوى المستقلة على القطع المختلفة  
كما جرى ذلك في الميار الجسيم

في حساب جملة تعاضيق مختلفة - اذا فرض مقص كما في شكل ب مركب من عارضة افقية ا ب مثبتة على  
ساقين قويتين ا ب ج فالقوة ه الواقعة في وسط العارضة المذكورة تحدث للساقين المائلتين

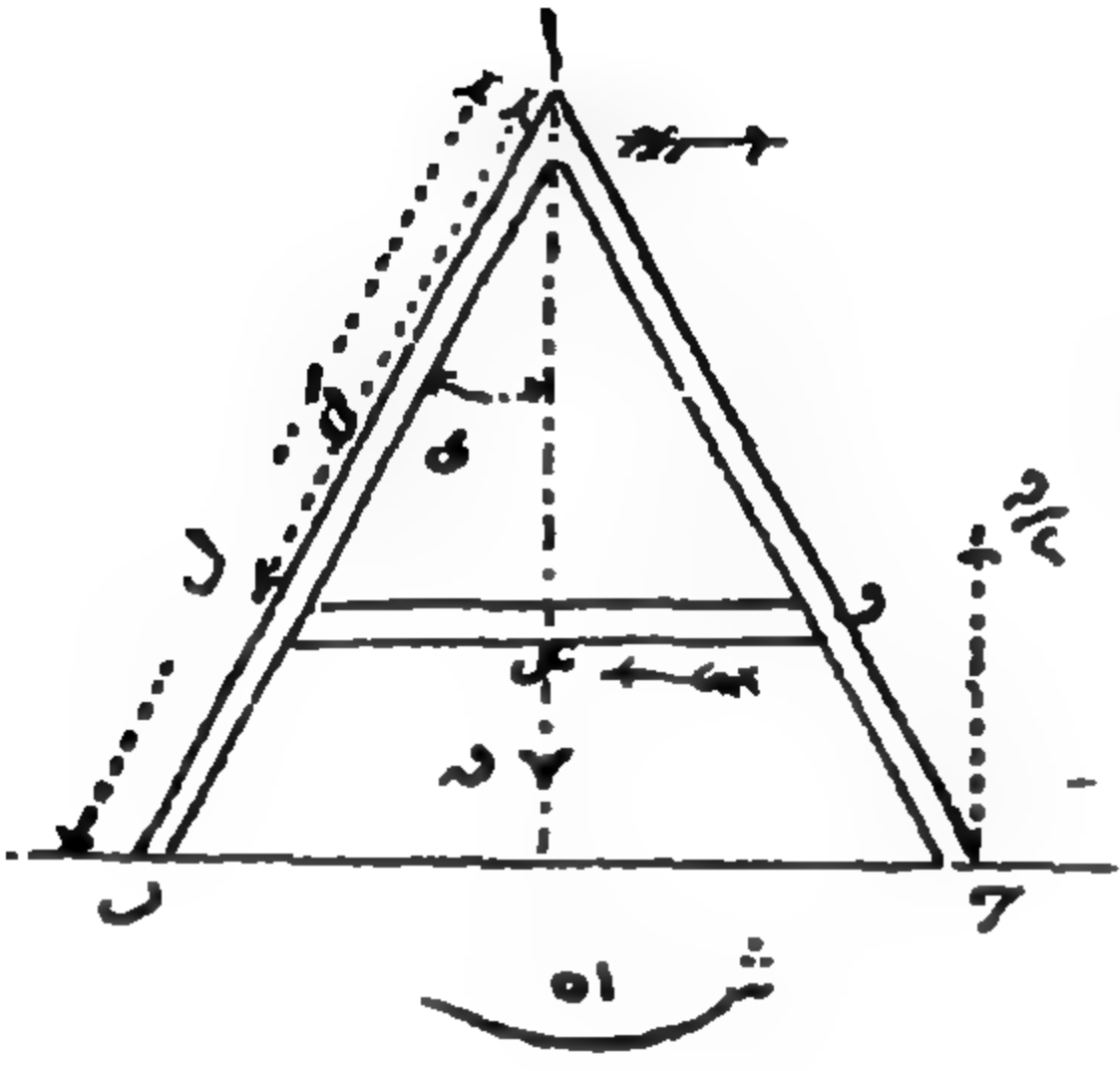




منظمين مساوي كل منهما الى  $\frac{ص}{ص}$  ويلزم لحصول التوازن  
ان تكون زاويتاي متساويتين كي تنعدم المركبتان الافقيتان  
ثم ان الرجلين حواء يميلان الى التباعده عن بعضهما بتأثير المدافعة  
الافقية التي مقدارها

$\frac{1}{2} ص طاي$

واذا فرض حملون بسيط كما في شكل ٥٠٤ يكون من ضلعين مائلين ومن شداد  
افقي و و وكان المطلوب إيجاد مقدار الشدش للشداد المذكور



من بعد معلومية الحمل و الواقع في قمة الحملون يقال ان الضلع المائل  
احده مثلا يمكن اعتباره مطلقا بتأثير رد الفعل  $\frac{ص}{ص}$  لنقطة الارتكاز  
وبقوة الشدش وبالذفع الافقي الواقع في القمة وحينئذ نأخذ العزم  
بالنسبة للرأس المذكور بناء على شروط التوازن يحدث

$$\frac{ص}{ص} ل حاي = ش ل حاي \text{ أو}$$

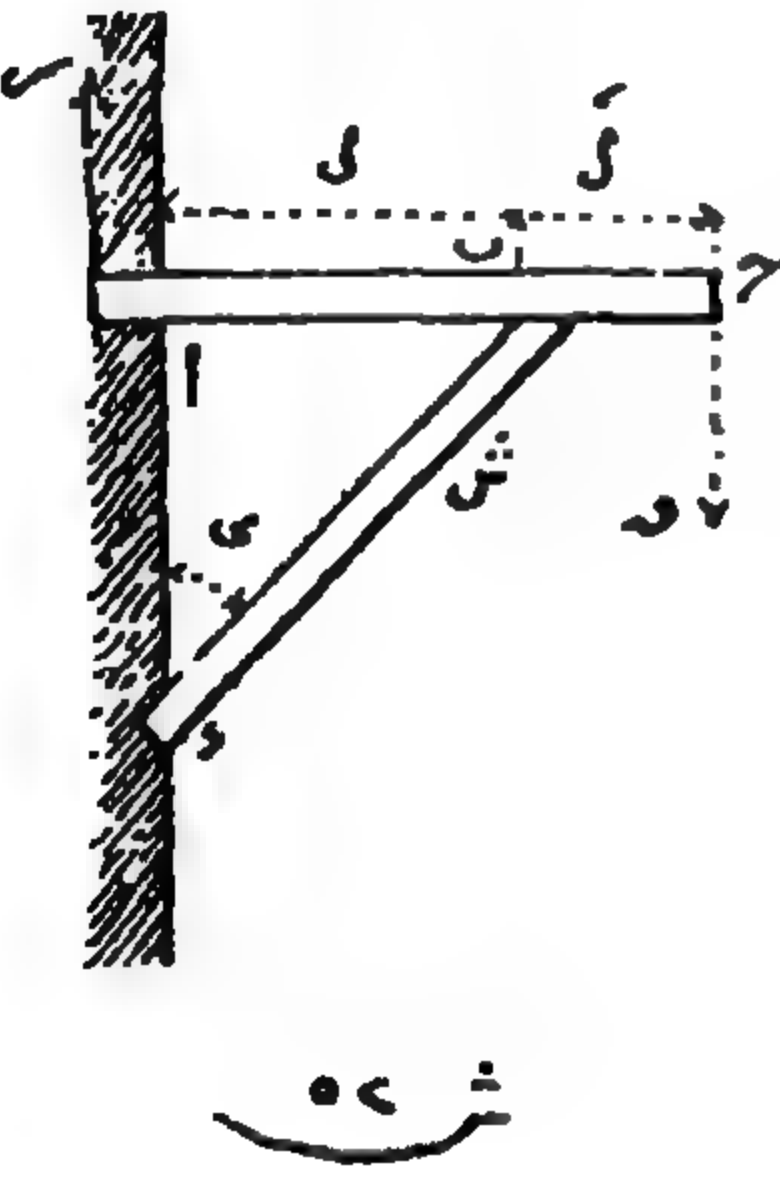
$$ش = \frac{ص}{ص} \times \frac{ل}{ل} طاي \text{ أو}$$

$$ش = \frac{ص}{ص} \times \frac{ل}{ل} طاي$$

وبفرض ان  $\frac{ل}{ل} = س$  يحدث

$$ش = \frac{ص}{ص} طاي$$

واذا فرض عتب افقي احده كما في شكل ٥٠٥ لحدى نهايته ثابتة بحيث يمكن ان يدور العتب المذكور حولها أثناء



تحميل النهاية الأخرى المطلقة بحمل قدر و مع كون العتب المذكور مقوى  
من أسفل بالذراع ب و يرى انه في نقطة ١ يحدث من أسفل الى اعلا رد فعل  
ورد الفعل المذكور يلزم ان يتزن مع الحمل و بالنسبة لنقطة ب وحينئذ فيكون  
مساويا الى و  $\frac{ل}{ل} \times و$  وعليه فنقطة ب تكون محملة بحمل كلي قدر و و  $س$  أعنى  
بالحمل و  $\frac{ل+ل}{ل} \times و$

وينتج من ذلك حينئذ ضغط قدر

$$\frac{و(ل+ل)}{ل حاي}$$

واقع على الذراع ب و وجذب افقي قدر

$$و \times \frac{ل+ل}{ل} طاي$$

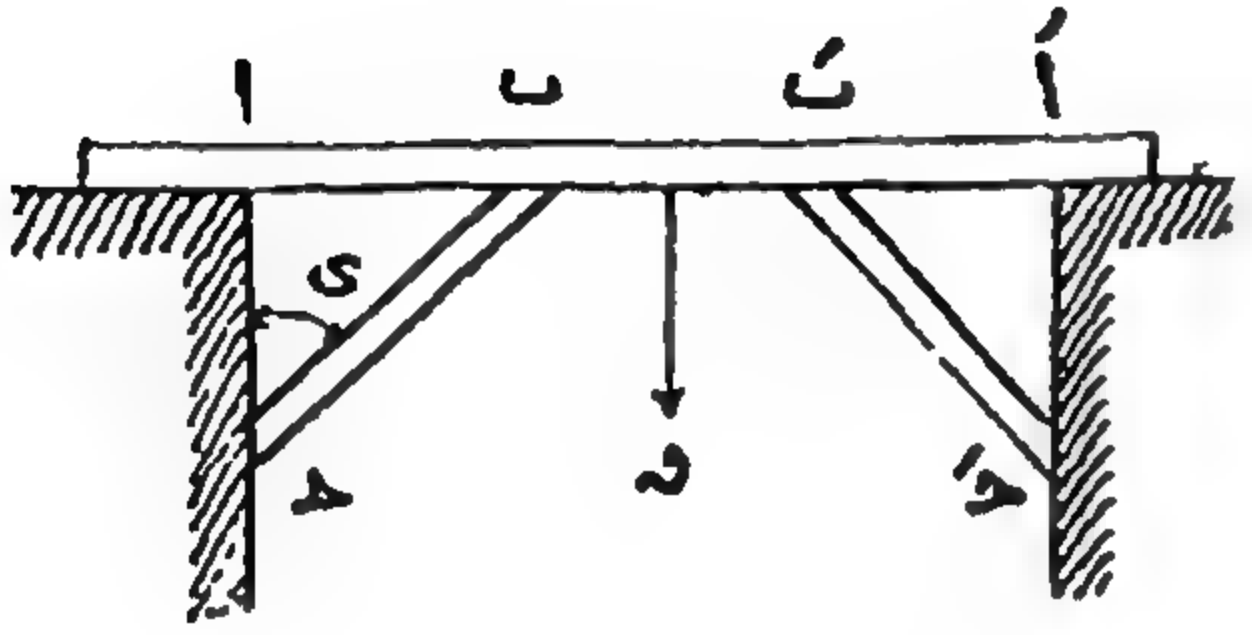
واقع على الجزء اب واما من جهة الجزء ب و فانه يكون متأثرا بعزم انحناء متغير ويمكن ان يأخذ  
شكلا متساويا المقاومة مع ملاحظة أن التأثير الأعظم يكون حاصلا في القطاع الرأسى ب الذى يكون  
فيه مقدار عزم الانحناء مساويا الى و ل وحينئذ يمكن اعتبار القطعة مثبتة في هذا القطاع حيث ان المماس

الخط



للخط المتوسط فيه يكون أفقيا

وإذا فرض أيضا التعشيق الكثير الاستعمال في القناطر الخشبية المركب كما في شكل ٥٣ من عتب أفقي مركب على نقطتي ارتكاز ١٢١ و ١٢٢ ومقوى في نقطتي ١٢٣ و ١٢٤ بذراعي ١٢٥ و ١٢٦ وحمل أما بانقال متعددة أو بنقل منتظم فإنه يمكن اعتبار القطعة ١٢١ كعتب ذي ثلاث فتحات وحساب عزرها الاغناء على نقطتي الارتكاز ثم عزرها الاغناء في الفتحات بواسطة نظرية برنولي وكلايرون ثم حساب الحملين القاطعين الواقعين في نقطتي ١٢٣ و ١٢٤ بناء على النظرية المذكورة أيضا



شكل ٥٣

ولا يخفى أن الحملين القاطعين المذكورين يتحللون إلى منطتين على اتجاهي الذراعين والمجذبين واقعين في الجزئين ١٢٣ و ١٢٤ ولكن الأحسن أن يتبع في العمل ما ذكره المعلم نافيقي إذا أريد زيادة التأكيد من الاستدانة بأن يتبدأ بحساب القطعة ١٢١ على اعتبارها بغير اذرع ثم يحسب كل من الذراعين ١٢٣ و ١٢٤ باعتبار منفردا أيضا وحاملا للشغل في

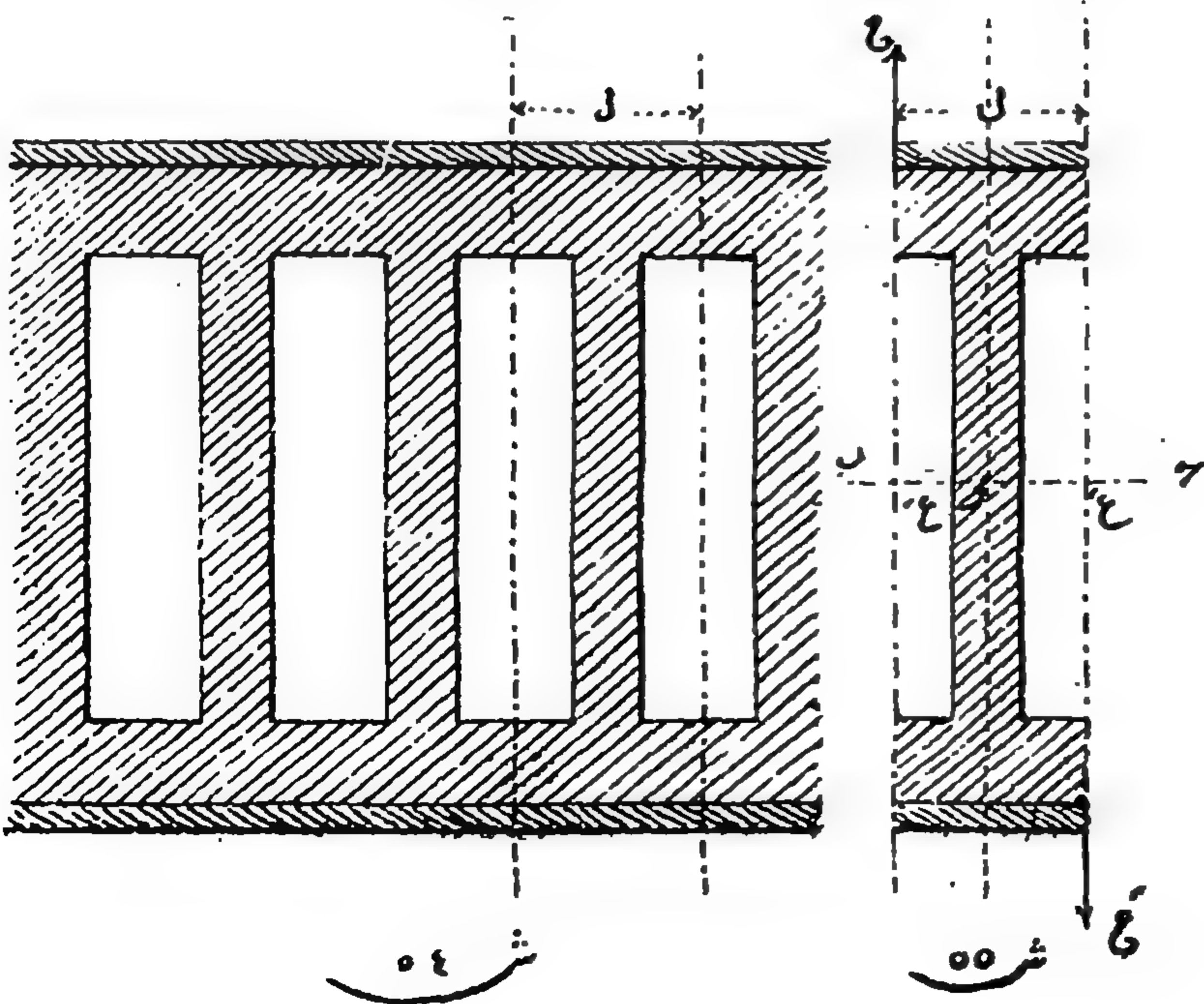
اتجاه محور

وقد شرحنا ذلك في أحد الأمثلة السابقة وحيث أن كلا من اجل الممولة بهذه الكيفية يكون أضعف من الجحلة الحقيقية فمقادير الأبعاد المعينة بحسبها كما ذكر تكون فيها الكفاية وزيادة

وكذلك إذا فرضت قطر محملة بجل ثابت وحمل عارض موزعين بانتظام ولو حظ أن التعشيق في ١٢٣ و ١٢٤ يضعف القطعة الأفقية فإنه يمكن فرض قطرها في النقطتين المذكورتين وحساب الجزئين ١٢٣ و ١٢٤ كعتبين أفقيين مركب كل منهما على نقطتي ارتكاز ثم يحسب كل من الذراعين ١٢٣ و ١٢٤ مع تحميلها بما يقابل الجزء ١٢٥ وبالحمل المنتقل من الجزئين الجانبيين على نقطتي ارتكازها ١٢٣ و ١٢٤

وما ذكرناه من الأمثلة البسيطة كاف في كثير من الأحوال في إنشاء القناطر الخشبية في الاعتاب ذات الروح المفرغة والمتشعبة والشبكية

في الاعتاب ذات الروح المفرغة - حيث أن التفاريغ التي تصنع في أرواح الاعتاب الزهر على الخصوص تؤدي إلى زعزعة



شكل ٥٤

شكل ٥٥

في الاعتاب المذكورة فقد استعملت من اجل ذلك وحيث نشغل كيفية حساب هذا النوع من الاعتاب فنقول -

إذا فرض عتب ذو تفاريغ مستطيلة كما في شكل ٥٤ واعتبر جزء من العتب المذكور محصور بين مستويين رأسيين مارين بمقتضى تفريغين



متابعين كما في شكله فهذا الجزء يتزن بتأثير الحمل  $H$  في الواقع عليه مع الرمز  $H$  في الشغل بالنسبة للتر  
الطولي وتأثير القوى الموجودة في مستوى القطاعين وهذه القوى على اليسار هي الحمل القاطع  $H$  والقوى  
المحدثه لعزم الانثناء  $E$

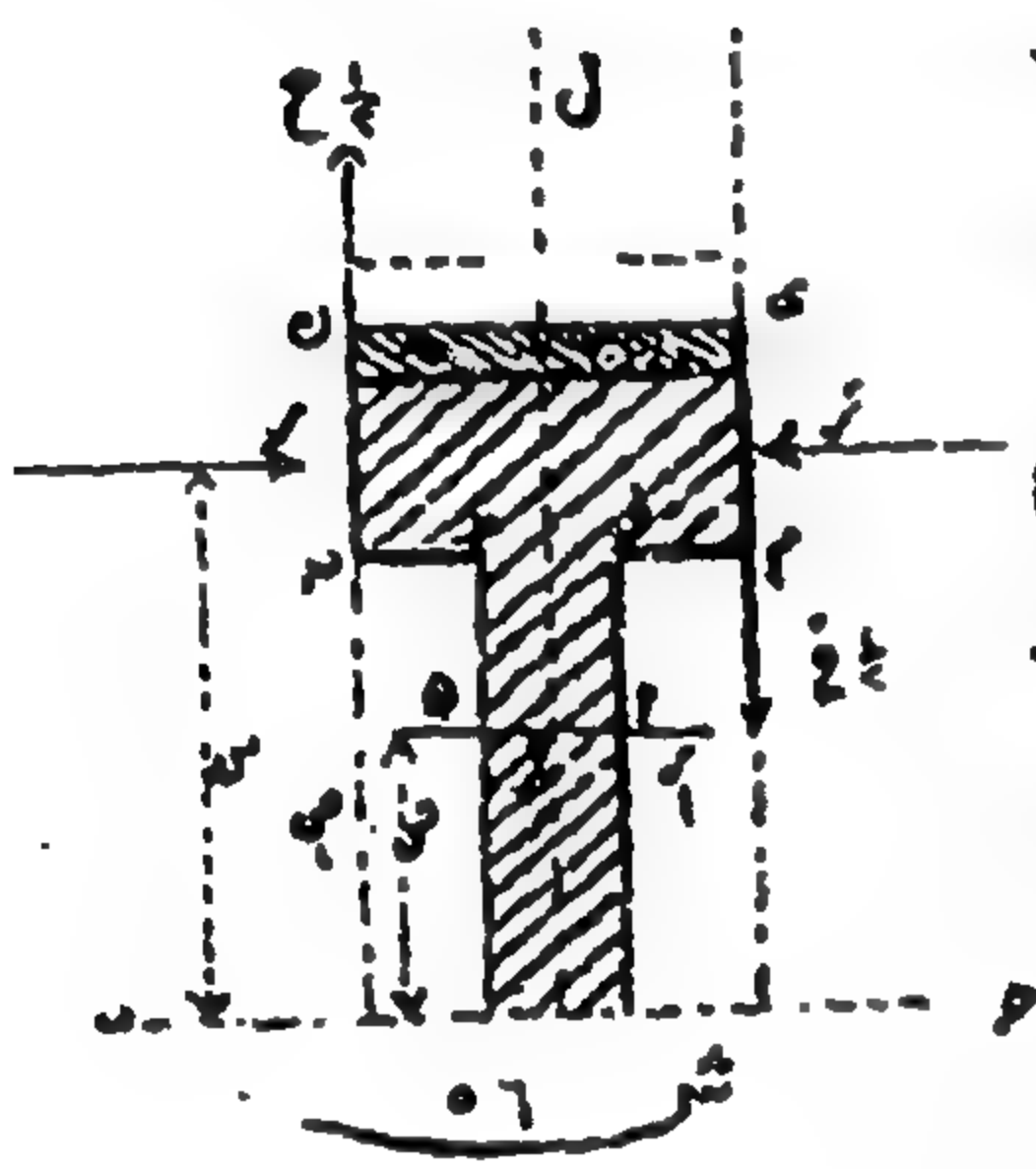
وعلى اليمين هي الحمل القاطع  $H$  والقوى المحدثه لعزم الانثناء  $E$  وحينئذ باستقاط القوى المذكورة على محور  
رأسى يحدث

$$H - H = 0 \dots \dots (1)$$

وبأخذ العزم بالنسبة لنقطة  $O$  يحدث

$$E - E = 0 \dots \dots (2)$$

ولنفكر الآن قطعة من هذا الجزء شكله  $ABC$  محدودة بمستوى افقي  $AB$  متباعدة عن محور الحمل مسويين



ص كما في الشكل فهذه القطعة تكون متزنة بتأثير الحمل الواقع عليها والقوى  
الموجودة في الجزئين المقطوعين وهذه القوى على اليسار هي نصف الحمل القاطع  
أعني  $\frac{H}{2}$  والمحصلة  $R$  لردود الافعال التي مع نظيرتها من أسفل تحدث الغزوم  
وعلى اليمين هي  $\frac{H}{2}$  والمحصلة  $R$  لردود الافعال التي مع نظيرتها من أسفل تحدث  
الغزوم  $E$  ومن أسفل المحصلة  $R$  لردود الافعال الموجودة في المستوى الافقي  $AB$   
التي عزمها  $E$

وحينئذ اذا استقطت القوى الواقعة على القطعة المذكورة على اتجاه المحور يحدث

$$R - R = 0$$

وبأخذ العزم بالنسبة لنقطة  $O$  التي هي منتصف  $AB$  يحدث

$$E = \frac{H}{2} (L - h) - (R - R) (h - h)$$

$$R = \frac{H}{2} \quad R = \frac{H}{2}$$

$$(R - R) = \frac{H}{2} (L - h)$$

وبناء على معادلة (2) يحدث

$$E = (R - R) h = 0 \dots \dots (3)$$

ولدقيق علينا الاتيين  $R - R$  فاما  $R$  فهي محصلة التأثيرات العنصرية المتولدة بالانثناء في القطاع  
فهو  $E$  ومقدارها بموجب ما تقدم هو

$$R = \frac{H}{2} L$$

الذي فيه  $M$  هو مقدار الشدة العظمى للقطاع اي هو لمعامل المقاومة  $M$  ومن لبعد ابعاد المحيط  
عن خط الحمل  $M$  ومن لقطاع عنصري حيثما اتفق  $M$  ومن لبعد مركز ثقله عن خط الحمل

$$E = \frac{M}{L}$$

وحيث ان

فيكون



$$\frac{E}{E} = \frac{F}{F}$$

$$E = \frac{F}{F} \times E$$

$$E = \frac{F}{F} \times E$$

$$E = \frac{F}{F} \times E = \frac{F}{F} \times E$$

$$E = (L - \frac{1}{2} L) \times \frac{F}{F} \dots (4)$$

والعلامة  $E$  تطبق على كل القطاع المنقطع في  $L$  وينتج من ذلك ان الفصوص الرأسية المكونة للروح  
عضة في كل نقطة الى قوة انزلاق  $E$  والى عزز انحاء  $E = E$  ويحصل النهاية الكبرى في الجزء فط  
اعنى في محل اجتماع الفص بالرأس وبناء عليه يجب القطاع المجهول بالمعادلة

$$E = \frac{F}{F}$$

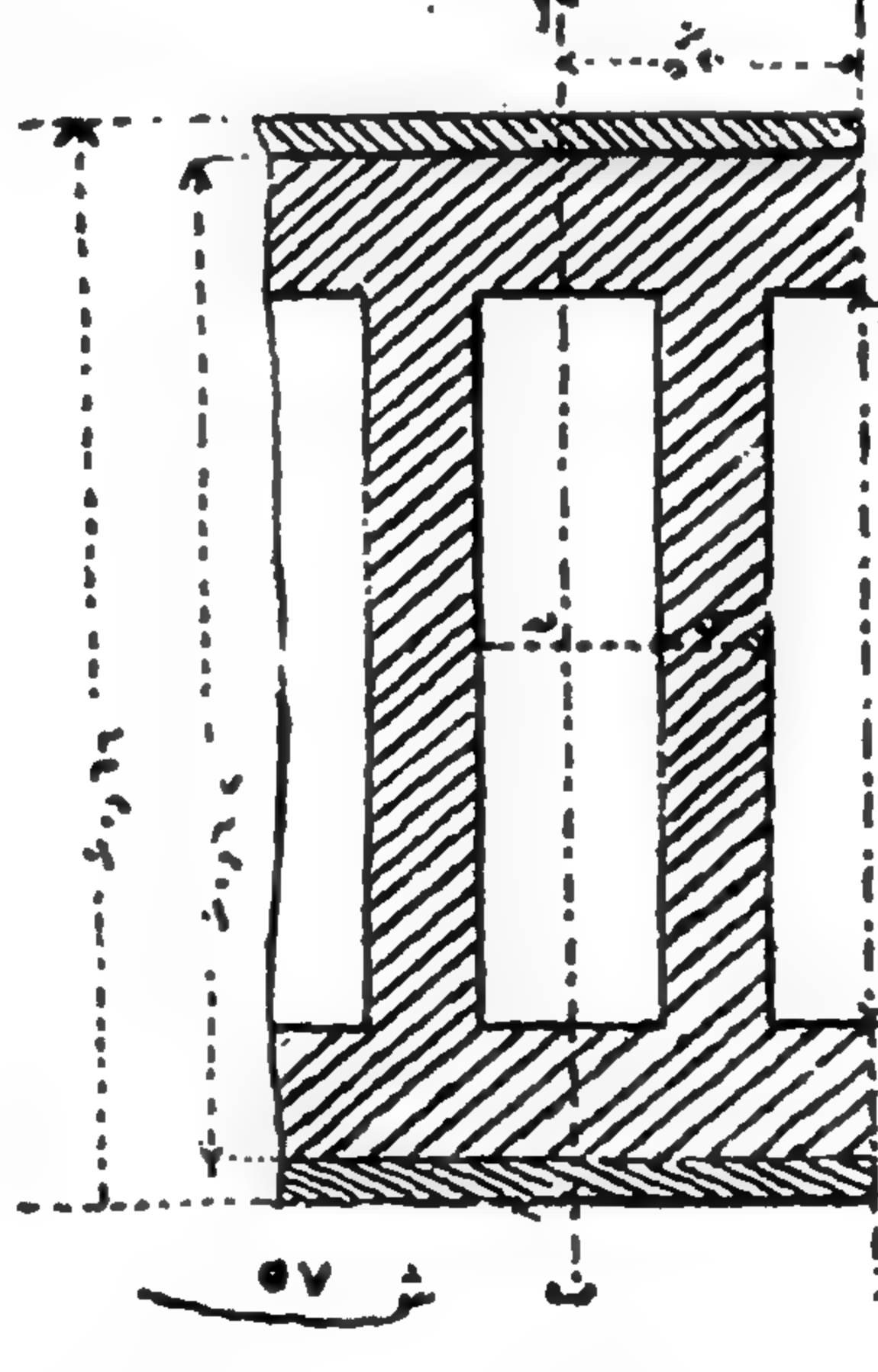
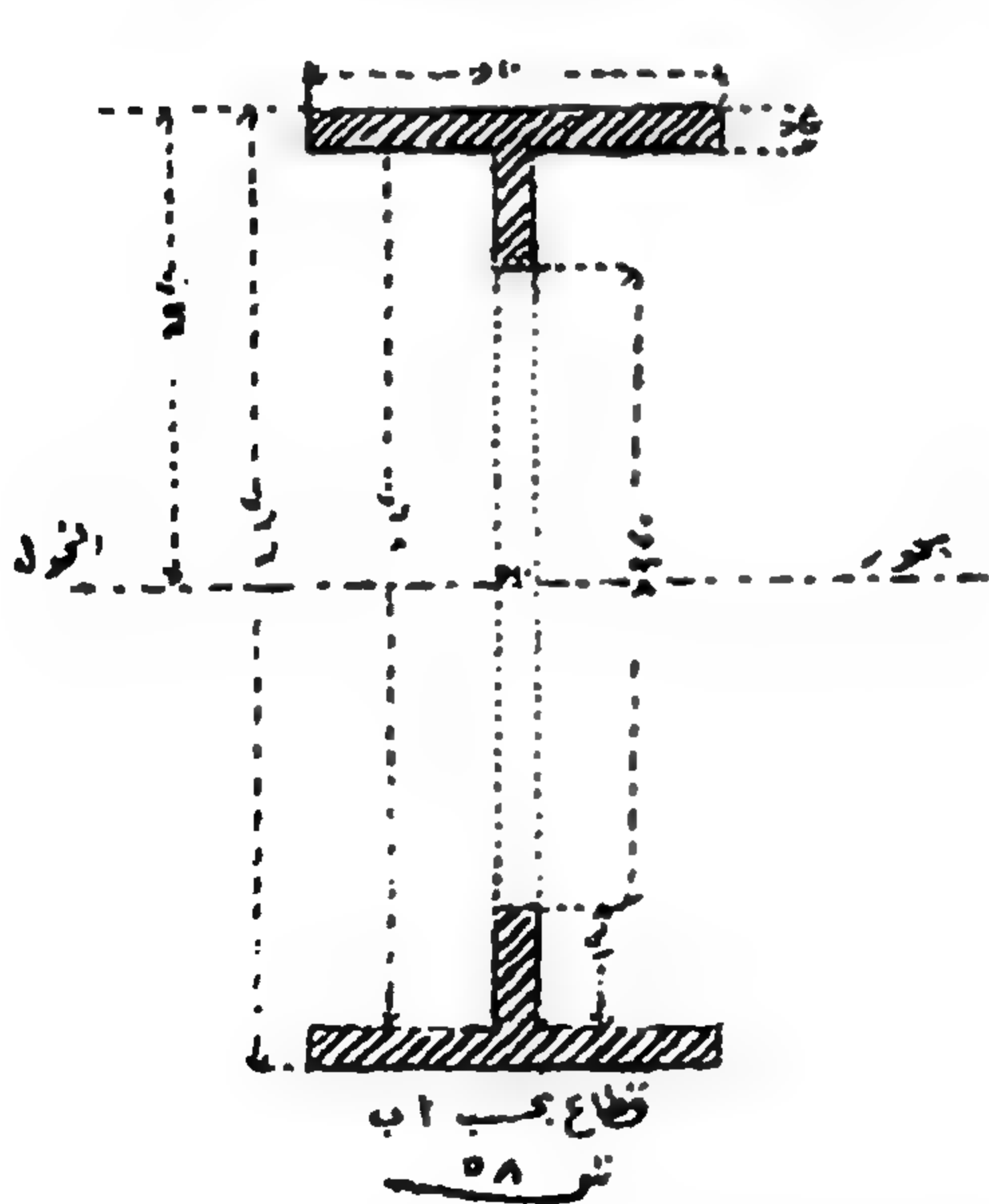
التي فيها  $F$  من البعد بين  $F$  وخط الخو

ويجب بعد ذلك ان يتحقق ما اذا كان هذا القطاع مقاوما للحمل  $E$  أو لا وفق  $E$

وأما مجموعة العتب فتطبق عليها القوانين المعتادة مع جعل  $E$   $E$  هما المقداران النسوبان للقطع الحادث  
اعلى واسفل التفريع ويلزم زيادة على ذلك ان قطاع الجزء الموجود فوق التفريع يكون مقاوما للاشتاء الناشئ  
عن  $E$  اعنى أنه اذا لم يحرف  $E$  لعرض التفريع يكون القطاع المذكور مقاوما الى  $E$

ثم ان هذا القطاع ايضا يجب ان يتحمل الحمل القاطع  $E$

مثال رقمي - لنفرض عتبا من الزهر قطاعه كالمبين في شكل ٥٧ أعنى ان ارتفاعه ٦٦ م وعرضه



١٠ م وسلك كل من الروح  
والراسين ٢٠ م والمسافة  
بين كل تفريعين متتابعين من محور  
الى آخر ٢٠ م وارتفاع  
التفريع ٤٠ م ونفرض ان  
المسافة بين نقطتي الارتكاز ١٠ م  
وان معامل المقاومة يساوى  
 $1.7 \times 10^6$  كيلوجرام على المتر المربع  
حينئذ يكون

$$E = \frac{1}{10} (1.0 \times 1.7 \times 10^6 - 0.8 \times 1.7 \times 10^6 - 0.4 \times 1.7 \times 10^6)$$

$$E = 1.7 \times 10^6 \times 0.3 = 510000$$

أو

$$E = \frac{1.7 \times 10^6 \times 0.3}{1.7} = 300000$$

وبذلك يكون الحمل الذي يمكن ان يحمله العتب مع الأمن على المتر الطولى بعد الزمن الطولى العتب بحرف  $E$  هو



$$n = \frac{428}{9} = \frac{8}{11} \times 4 \times 10 \times 9 \times 100000 \text{ أو}$$

$$n = 66475 \text{ كيلوجرام}$$

ومقدار الحمل القاطع الأعظم فوق إحدى نقطتي الارتكاز يكون

$$H = \frac{1}{4} = 231375 \text{ كيلوجرام}$$

$$\text{وفي هذه الحالة } H = \frac{1}{8} (0.1 \times 66475 - 0.08 \times 66475 - 0.04 \times 66475) \text{ أو}$$

$$H = 116000$$

وحيث هنا  $L = 20$  متر فيكون مقدار حمل الانزلاق بناء على معادلة (٤) هو

$$V = (20 \times 231375 - 66475 \times \frac{20}{4}) \times \frac{116}{66475} = 11003 \text{ كيلوجرام}$$

$$E = 4 \text{ ص فيكون}$$

$$E = 4 = 11003 \times 20 = 220060 \text{ كيلوجرام متر}$$

وإذا زمر جرف س لعرض الفص الواحد يكون

$$220060 = \frac{4 \times 10 \times 7 \times 100}{4} \text{ ومنها يحدث}$$

$$S = 1317 \text{ متر}$$

ولأجل تحقيق المقاومة للانزلاق نبحث عما إذا كانت المعادلة

$$0.04 \times S \times 40000 = 40000 \times \frac{3}{4}$$

متحققة أم لا

وحيث كان مقدار الطرف الأول للمعادلة المذكورة هو ١٠٥٣٦٠ ومقدار الطرف الثاني هو ١٦٥٣٠ وكان

مقدار الطرف الأول أكبر من مقدار الطرف الثاني فتكون المعادلة المذكورة متحققة أعني أن الفص يقاوم قوة الانزلاق

وزيادة

وكذا في هذه الحالة قطاع أحد الجناحين  $Y = M$  ب سطحه يساوي ٤٠٠٠ متر مربعاً ما  $\frac{3}{4} = 1256175$  فأذن يكون

$$\frac{3}{4} = 414019$$

وهو مقدار أقل من معامل المقاومة  $M = 400000$

ولأجل التحقق مما إذا كان القطاع المذكور يقاوم للغمز  $n \times \frac{3}{4}$  أمر لا يقال

أزعم مقاومة القطاع المذكور هو

$$\frac{42}{5} = \frac{4 \times 10 \times 7 \times 34173}{33} = 414016$$

$$\text{وحيث أن } n = 0.04 - S = 0.04 - 1317 = 0.0383 \text{ ل}$$

$$\frac{1}{4} H = 1606175 \text{ فيكون}$$

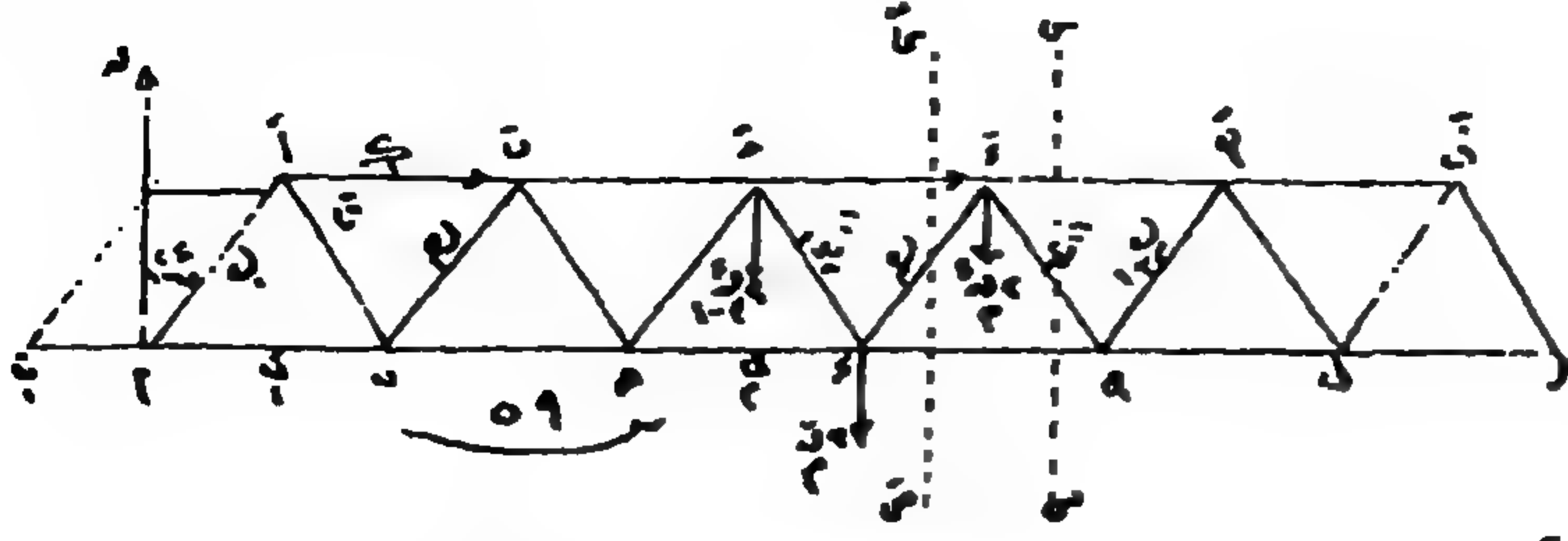
$$n \times \frac{3}{4} = 113165$$

وهذا المقدار أصغر بكثير من مقدار غمز مقاومة القطاع المفروض أعني أن القطاع المذكور يقاوم للغمز  $n \times \frac{3}{4}$  وزيادة

فلا اعتبار



في الاعتبار ذات الروح المثلثية - هذا النوع من الاعتبار المبين في شكله يتركب من رأسين أفقيين  
 ا ب ح ، آ ت د ... مجتمعتين معا بواسطة قطع مائلة صانعة مع الخط الرأسى زاوية ولحساب



هذا النوع من الاعتبار يعين ابتداء  
 مقدار رد الفعل في الواقع من نقطة  
 الارتكاز على نهاية العتب بناء على كل  
 الواقع على العتب المذكور ويسمى أن

جميع القطع التي تتقاطع في رؤوس الخط المنكسر آ ت د ... مفصلة في تلك الرؤوس  
 من السهل تعيين مقدار الشد أو الضغط الواقع على كل من القطع المذكورة بالطريقة الرسمية بواسطة  
 متوازي أضلاع القوى

وحينئذ بالابتداء من النهاية ٢ فإن رد الفعل في تحتل الجذب في الرأس ا ب والضغط في القضيبة  
 آ ت وبانتقال هذا الضغط في آ وتحصيله مع الحمل الخارج الواقع في آ فإن محصلتها تتوزع فيما بين الفتحة  
 الأولى آ ت من الرأس العليا وبين الشداد ٢ الذي يكون حينئذ متأثرا بشد

وعندئذ تكون نقطة ب متأثرة بقوتين أحدهما الجذب المتجه في اتجاه ا ب والأخرى الجذب المتجه في  
 اتجاه آ ب ومحصله هاتين القوتين مع الحمل الذي يمكن أن يكون واقعا مباشرة في نقطة ب من الرأس السفلى  
 للعتب تحتل إلى قوتين أحدهما في اتجاه ب د والأخرى في اتجاه د ت

وبإجراء العمل على هذا المنوال لغاية النهاية الأخرى للعتب يحصل على مقادير الشد ود والضغط الواقعة  
 على جميع القطع المائلة وعلى جميع فتحات الرأسين

وهذه الطريقة الرسمية كثيرة الاستعمال متى كان عدد الفتحات قليلا ويحصل بها بمقياس كبير على نتائج  
 مضبوطة بسرعة ويمكن بواسطة النتائج المذكورة رسم منحنيات يرى مباشرة منها تغير الضغط في كل  
 من رأسى العتب وفي كل من جملتى الشدادات المائلة

ولكن الأصوب على العوم الالتجاء إلى الحساب واستعمال القوانين التي نشرحها  
 ولذلك فنعتبر رأسين متتابعين إياكنا من فتحة نزع ترتيبها م ونرمز بالرمز ت ، ت لشدى الخطين  
 د و ما د هـ وبالرمز ك ، ك لضغلى الخطين د و ، د وبالرمز ، ، م ، م للحمالين الكليتين  
 الواقعين في الرأسين د و

ونترى أن العتب مقطوع بمستوى رأسى ماريين د و ما هـ ونعتبر أن التوازن حاصل في القطاع المتحصل  
 وحينئذ فردود أفعال جزء العتب الموجود على اليمين تكون هي أولا الضغط م ك ونايبا الشد م ت وثالثا  
 الشد ت م والتوازن يكون حاصل بين ردود الأفعال المذكورة وبين جميع القوى الخارجة الواقعة  
 على العتب فيما بين القطاع المذكور وبين النهاية ١ مع اعتبار رد الفعل في نقطة الارتكاز الذي  
 يمكن تعيينه بسهولة بواسطة علم الاستاتيكا ضمن هذه القوى



وحيث ان التوازن حاصل فيكون مجموع مساقط جميع القوى على محور ما معدوماً وحينئذ باسقاط القوى على الرأسى من ص يكون

$$\text{ت حـاى} - \text{و} + \text{و} = (\text{م} + \text{م}) \dots \dots (١)$$

وبالاسقاط على محور افقى يكون

$$\text{ت حـاى} + \text{م} - \text{م} = \dots \dots (٢)$$

ونفرض الآن ان العتب ليس مقطوعاً فيما بين د هـ وانه مقطوع فيما بين و ما و فحينئذ ردود افعال الجزء المحذوف من جهة اليمين تتكون من الضغطين م م الى المجهين من اليمين الى اليسار ومن الشد م م الى المجه من اليسار الى اليمين والتوازن يوجد أيضاً بين تلك القوى وبين جميع القوى الخارجة الواقعة على العتب بالابتداء من القطاع المعتبر لغاية النهاية ٢ وحينئذ يجعل مجموع مساقط جميع القوى المذكورة على كل من المحورين الرأسى والافقى معدوماً يحدث

$$\text{م حـاى} - \text{و} + \text{و} = (\text{م} + \text{م}) \dots \dots (٣) \text{ و}$$

$$\text{م حـاى} + \text{م} - \text{م} = \dots \dots (٤)$$

فمن معادلتى (١) (٣) يستخرج مقداراً م م بدلالة رد فعل نقطة الارتكاز والأعمال الواقعة على العتب وهى كميات معلومة من منطوق المسألة واذ اجمعنا معادلتى (٤) (٢) على بعضهما يحدث

$$\text{م} - \text{م} = (\text{م} + \text{م}) \text{ حـاى} \dots \dots (٥)$$

ومن هذه المعادلة يستخرج على التوالى المقادير المتتابعة للكميات م بناء على كون المقدار الابتدائى م مساوياً الى ٢ (و - م) طـاى

كما يعلم ذلك مباشرة من رسم متوازى اضلاع القوى من ٢ ٢ ٢

واذا عوضنا في معادلة (٢) بالرمز م بالرمز (م - ١) فان المعادلة المذكورة تكون صحيحة ونؤول الى

$$\text{م حـاى} + \text{م} - \text{م} = \dots \dots (٦)$$

ويجمع معادلتى (٦) (٤) على بعضهما يحدث

$$\text{م} - \text{م} = (\text{م} + \text{م}) \text{ حـاى} \dots \dots (٧)$$

ومن هذه المعادلة يستخرج على التوالى المقادير المتتابعة للكمية م بناء على كون المقدار الابتدائى م مساوياً الى و طـاى كما يرى من متوازى اضلاع القوى المرسوم من ٢

ومن معادلتى (١) (٣) يستخرج مقداراً م م وحينئذ يكون

$$\text{م} = \frac{\text{و} - \text{و} + (\text{م} + \text{م})}{\text{حـاى}} \dots \dots (٨)$$

$$\text{م} = \frac{\text{و} - \text{و} + (\text{م} + \text{م})}{\text{حـاى}} \dots \dots (٩)$$

ومن معادلتى (٥) (٧) تستخرج المقادير المتتابعة للكميات م م والمسألة تكون حينئذ محلولة في

جميع



جميع عمومياتها

ولكن في العمل تكون القوانين أبسط من ذلك حيث ان الاحمال تكون دائما موزعة بانتظام على احدى الرأسين كالرأس السفلي مثلا وحينئذ يقتضى جعل  $q$  ثابتا ما  $q$  معدوما مهما كان الراس الموجود أسفل ومن جهة أخرى متى أريد التثبت من تأثير حمل وحيد فتتخذ جميع مقادير  $q$  ،  $q$  ماعدا واحدا منها وسنختار هاتين القيمتين مع الإيجاز فنقول :-

القوانين في الحالة التي يكون فيها الحمل وحيدا - لنفرض ان العتب مكون من فتحات عددها  $2$  كل منها مثل  $ad$  وأن الحمل الوحيد  $q$  واقع في نهاية الفتحة التي ترتيبها  $s$  وحينئذ في القوانين السابقة يكون مجموع  $q$  معدومين متى كان  $m$  أقل من  $s$  ومتى كان  $m$  أكبر من  $s$  فإن مجموع  $q$  يبقى معدوما بخلاف مجموع  $q$  فإن مقداره يكون ثابتا مساويا لـ  $q$  وحينئذ فالثقل  $q$  يوزع على نقطتي الارتكاز بنسبة عكسية لعدد الفتحات المحصورة بين الثقل المذكور وبين نقطتي الارتكاز ويحدث

$$q = \frac{2}{s} \times \frac{s-m}{2}$$

وبمراعاة هذه المعاليم في قانوني (٨) ، (٩) يحدث

$$p = \frac{q}{2} = \frac{q}{2} \times \frac{s-m}{s}$$

متى كانت  $m$  محصورة بين (١) ، (١-١) ويكون

$$p = \frac{q}{2} = \frac{q}{2} \times \frac{s-m}{s}$$

متى كانت  $m$  محصورة بين (١) ، (١-١)

وحينئذ متى اخذت  $m$  في تجاوز  $s$  فإن اتجاه الشد والمنتقلة على القضبان المائلة يتغير في الحال والقضبان التي تميل نحو اليسار تكون مضغوطة والتي تميل نحو اليمين تكون مشدودة وتحدث الحالة العكسية بدون أدنى انتقال بحيث ان القضبان الأولى تكون متأثرة بالشد والقضبان الثانية تكون متأثرة بالضغط وإذا اعتبر قضيب مثل  $ad$  فكل ثقل موضوع في الاتجاه الراسي المار بأحدى الرؤوس الموجودة على الرأس السفلي على يسار نقطة  $d$  يحدث للقضيب المذكور تأثير شد وكل ثقل موضوع في  $d$  أو على يمينها يحدث له تأثير ضغط

والتوفيق المنسوب للحمل العارض الذي يحدث اعظم شد يحصل عند ما تكون جميع الرؤوس الموجودة على يسار نقطة  $d$  هي المحملة فقط والتوفيق الذي يحدث اعظم ضغط يحصل عند ما تكون جميع الرؤوس الموجودة على يمين نقطة  $d$  هي المحملة فقط

وأما بالنسبة لتوفيق حيثما اتفق الحمل العارض فإن الحمل الواقع على القضيب  $ad$  يصير بين النهايتين العظميين لشد والضغط السابقين وحينئذ يكون من المفيد بالنظر للاستدامة حساب هاتين النهايتين ولنتخذ الآن بحساب المقادير للتأثيرات  $k$  ،  $k$  فنقول ان معادلة (٥) التي يستخرج منها مقدار  $k$  يمكن وضعها بالصورة الآتية بملاحظة أن  $m$  ،  $p$  كيتان متساويتان على الدوام وان مقدارها المشترك  $m$  و  $p$



$$I_{\text{های}} = \frac{K}{T} - \frac{K}{T_1}$$

$$b_{\text{v.c.}} = \frac{5}{2} - \frac{5}{2}$$

$$C_{\text{سری}} = \frac{C}{1 - \alpha}$$
$$c_1 v_1 + c_2 \sqrt{(1-p)c} = \frac{c}{2}$$
$$(5) \dots \text{طای } \frac{u-p}{2} \times \sim m_2 = \text{طای } \sim m_1 = \frac{c}{p}$$
$$K = \frac{2-2}{2} \times 10^5 \text{ طای}$$

ويرى من القوانين ان كذا تكونان موجبين دائما مهما كان وضع الحمل وان أى حمل وحيد حيثما اتفق  
معلق في الرأس السفلى للعب يحدث ضغطا للرأس العليا وشدا للرأس السفلى وحيث ان تأثيرات القوى  
تتجمع مما يرى ان التأثير الأعظم يحصل على الرأسين متى كان اللعب بتمامه محملا

وحینئذ رد الفعل ۛ لكل من الحاملين یكون مساویا الى ۛ (ج-ا) ومن قانونی (ۛ) (ۛ) یحدث

$$(10) \dots\dots\dots \frac{(1-p-q) \cdot \text{حای}}{\text{حای}} = \frac{p \cdot (1-p)}{\text{حای}} = \frac{p}{p}$$

$$(1 - \rho_c - \beta) \hat{s}_c = \frac{c}{\rho} + \frac{c}{1 + \rho}$$
$$1 - c = \frac{c}{1 - c - \rho} \quad \text{طای}$$

$$(1 - \alpha - \beta) \hat{v}_t = \frac{c}{r} - \frac{c}{r}$$

$$1) \quad \text{طای } (1 - \alpha \times c - \beta) \bar{u}_c = \frac{c}{r} - \frac{c}{r}$$

.....



$$\frac{p}{1-p} - \frac{p}{1-p} = \frac{p}{1-p} [1 - (1-p)] \text{ طای}$$

و يجمع هذه المعادلات الى بعضها طرفا بطرف يحدث

$$[(1-r) - [(1-r) + \dots + r + c + 1]c - \beta(1-r)] \lambda_1 \tilde{x}^c = \frac{c}{1} - \frac{c}{\beta}$$

وبملاحظة ان  $\frac{1}{c} = c^2$  (١-٢) طأى وأن مجموع الاعداد الأول الصحيحة التي عددها  $m$  يساوى  $\frac{m(m+1)}{2}$  يكون

$$(11) \dots\dots\dots (r-2) r \times 5 \text{ ط } 3 = \frac{r}{2}$$

ويبقى علينا حينئذ حساب المقادير المتأبقة للكمية  $t$  وهذه المقادير تنفع بمعادلة (٦) على التوالي وحينئذ

او  $\bar{b}_m - \bar{b}_m = (\bar{b}_m + \bar{b}_m) \text{ حای}$

$$C_{(n-2)} = \frac{1}{n} - \frac{1}{1+n}$$

وإذا جعل في هذه المعادلة  $m = 1, 2, 3, \dots$  على التوالي يحدث

۱.  $\vec{r} - \vec{r}_1 = r_1 \hat{r}_1$  طای (۱-۲)

$$L \quad (c \times c - 1) \psi_c = \frac{1}{c} - \frac{1}{c^2}$$

$$(3 \times 10^{-7}) \text{ m} = \frac{c}{f} - \frac{c}{f_0}$$

.....

$$\bar{c}_m - \bar{c}_n = \bar{c} [1 - (1 - \alpha)^{m-n}]$$

ويجمع هذه المعادلات الى بعضها طرفا بطرف وملاحظة أن

ت = نه طای = نه (۱-۲) طای  $\times \frac{1}{6}$  بكون

$$(۱۷) \dots\dots \left[ \frac{1+p}{r} - (1+r-p)r \right] \text{ قسطای } r = \frac{1}{r}$$

وحينئذ فقوانين (١٠)، (١١)، (١٢) يخرج منها مقادير الشدود والضغوط الناتجة من الحمل المنتظم على جميع القضبان المائلة وعلى جميع قطاعات رأسى العتب والمسألة المفروضة تكون حينئذ محلولة بالتام وتغيرات الشدود والضغوط الحاصلة على القضبان المائلة تتعين من قانون (١٠) والنهاية العظمى للقوتين (٢)، (٣) تحصل عند ما تكون  $m = 0$ . ثم تأخذ في التناقص الى ان يكون مقدار  $m$  مساويا الى  $\frac{1}{2} \times 2$  وحينئذ فيتعد ما ن ثم بعد ذلك تتغير اشارتها وتأخذ ان جميع المقادير المطلقة التي كانت لها اولافيا بين منتصف العتب والكامل الآخر فاذا كان  $\phi$  زوجيا فلا يمكن ان يكون  $m = 1 \times 2$  وحينئذ فقضايا (٢)، (٣) لا ينبغي ان وانما يقربان من الصفر بقدر ما يراد

وإذا جئنا بواسطة قانون (١١) عن النهاية العظمى للقوة  $\frac{1}{m}$  يرى أنها تحصل عند ما يكون  $m = \frac{3}{4}$  وإذا جئنا عن النهاية العظمى للقوة  $\frac{1}{m}$  بقانون (١٢) يرى أنها تحصل عند ما يكون  $m = \frac{1+3}{4}$

وهاتان النهايتان متصلان حيثئذ بالقرب من وسط العتب وأن ضغط الرأس العليا لعبت وشدة الرأس السفلى له يأخذان في التزايد بالابتداء من الكاملين الى وسط العتب



وحينئذ فالنهاية العظمى للقوة تكون مساوية الى  $\frac{1}{2}$  طى  $\times \frac{1}{2}$   
والنهاية العظمى للقوة تكون مساوية الى  $\frac{1}{2}$  طى  $(\frac{1}{2} - 1)$   
وهاتان الكميتان يكونان متساويتين تقريبا متى كان عدد الفتحات كبيرا جدا  
وكذا الشدود والضغط في رأس العتب تتغير في الجهة العكسية لشدود وضغوط القضبان المماثلة  
فالاول يتزايد والآخر يتناقص بالابتداء من النهايتين الى وسط العتب  
في تشابه الاعتبار الشبكية الى الجمل المثلثية - تشابه الاعتبال الشبكية للجمل المثلثية التي حسبناها امر  
دقيق نوعا ويظهر من بادئ الامر انه ليس صحيحا بالضبط الا أنه مقبول ولا يؤدي الى نتائج رديئة في العمل  
وحينئذ يمكن اعتبار التشابه المذكور محققا حقيقيا كافيا  
ففي الجملة الثلاثية الرأس الأفقية  $AB \dots C$  مكونتان من قطعي مفصلية في كل من رؤوسها وأما في  
الاعتبال الشبكية فان الرأسين مكونتان من الواح مستمرة من الصالح موضوعة افقيا وحيث ان طول الاعتبال  
المذكورة كبير جدا بالنسبة لباقي ابعادها فان انحناؤها يكون كبيرا جدا ويمكن اعتبار انها تحتوي على  
مفصلة أو تقشيق في نقطة حيثما اتفقت من طولها  
وحينئذ اذا اعتبرنا قضيبين مائلين مثل  $AB$  فيصير تقويضهما بجملته من القضبان المتوازية الموزعة بين  
 $AB$  وبين  $BC$  حيث يكون مجموع القطاعات العرضية لتلك القضبان مساويا للقطاعين  
الناجمين من الحساب بالنسبة للقضيبين  $AB$  ويمر مثل ذلك بالنسبة للقضبان  $AB \dots C$  المائلة  
في الجهة المضادة

ويعتبر أيضا ان القوى  $T$  في السابق حسابها تتوزع فيما بين جميع القضبان المائلة التي تتقابل مع  
القاعدة  $AB$  التي اعتبرناها فحة في العتب ذي المثلثات ولا يستغرب من هذا الفرض اذ لو حظ أن  $AB$   
يكون دائما كسرا صغيرا جدا من السعة الشبكية للعتب وان تغير القوى المنتقلة على القطع المائلة يلزم أن  
يكون ظاهرا قليلا على الطول المذكور الصغير جدا

وحينئذ فحساب العتب الشبكي يكون سهلا بالنسبة لكل نقطة من الرأسين ويحصل على الشد أو الضغط  
الذي يتوصل به الى حساب القطاع بناء على المقدار اللازم لتشغيل المادة بحسبه بالنسبة للوحدة السطحية  
وبالمثل بالنسبة لكل حزمة من القضبان المائلة المقابلة للقاعدة  $AB$  لمثلثات الجملة المتولدة عنها الحزم  
المذكورة يقسم التأثير الكلي على عدد قضبان الحزمة فيحصل على التأثير بالنسبة لكل قضيب من القضبان المذكورة  
وعليه يحسب قطاعه

وقد يرى ان قطاع كل من الرأسين يأخذ في التزايد من طرفي العتب الى وسطه بخلاف قطاع حزم القضبان  
المائلة فإنه يأخذ في التناقص

ومن المعلوم أن خوص الشبكة تكون مبرشمة من اعلى ومن اسفل في زاويتين مبرشمتين في رأس العتب وإن  
البرشمة ترفع على الحامي وتشتمل على حمله مسامير برشامر وحينئذ فلا يوجد حقيقة مركز تقشيق في اطراف



القضبان المائلة وإنما من المحتمل أنه مع الزمن تنم البرشمة وينشأ عنها بعض حركات ولكن في الواقع وتفسى الأمر يكون التعشيق معدوما وجار منعه بالكلية

وزيادة على ذلك فالقضبان المائلة في الجهة المضادة عند تقابلها مع القضبان الأولى جارى تجمعها معها بواسطة مسامير برشام وتكون حينئذ مع القضبان الأولى المذكورة جسا واحدا مع كون هذا الأمر مخالفا بالكلية للنظرية التى نحن بصدددها وكذا ليسم بالأمر غير المبرهن عليه بالكلية وهو أن هذه التغيرات ليس المقصد منها الاتقوية الجملة وإنما المقصد الوحيد من النظرية التى ذكرناها هو عدم التوصل فى العمل إلى نتائج وخيه ملحوظات على الشبكات - وباعتبار الاعتبار الشبكية طمحا يرى أن جملة مثل هذه يلزم أن توصل إلى تقليل ثقل العب وبناء على أنه يحصل فائدة من إبعاد الخيوط المقاومة المكونة للعب عن محور الحمل وحصرها فى شريطين متباعدين عن بعضها بمسافة أعظم ما يمكن قد صار حذف الجزء الوسطى القريب من محور الحمل وتحويل الجزء المصمت من العب إلى شبكة ولكن هذا الأمر تحقق عدم صحته بالتجربة وبالعلم النظرى فقد ظهر من التجربة أنه إذا تجاوز وفو المعدن الداخل فى تركيب نقطة شبكية حدامينا فإنه يكون دائما مضرا بمكث القطرة المذكورة

وقد أظهر العلم النظرى الفائدة التى تعود فى مقاومة العب من الروح التى تربط رأسيه ببعضها سواء كانت تلك الروح مصمتة أو مفرغة وليان ذلك نقول

حيث أن الروح هى العنصر الذى به تنتقل قوى الشد والضغط من رأس إلى أخرى فى العب الواحد فتحتاج حينئذ لمادة بالنظر لهذه الشغل الضرورى للتوازن العنصرى للانشاء وبملاحظة أن الحمل القاطع ح يكون تقريبا واحدا فى العب الشبكي وفى العب ذى الروح المصمتة متى كان طولها واحدا وكان كل من الحمل الثابت والعرض فى كلاهما واحدا وأن الحمل القاطع فى العب الشبكي يؤثر بالميل على قضبان عددها  $c$  التى يمكن تشغيلها بجمل أعظم قدره  $m$  بالنسبة لليلومتر المربع من القطاع فيكون المقدار الأصغر للقطاع العمودى لتضيق مبينا بالكر الآتى وهو

$$\frac{c}{m \times c}$$

وحينئذ فجم الشبكة بالنسبة لطول صغير جدا قدره  $l$  من العب يكون مساويا إلى

$$\frac{c}{m \times c} \times \frac{l}{c} \times c$$

وهذا المقدار يؤوله فى حالة ما تكون  $y = 0$  وهى الحالة الأعظم موافقة إلى

$$\frac{c \times c}{m}$$

ففى العب ذى الروح المصمتة الموضوع بالشروط السابقة قطاع الروح ينتج من معادلة  $\frac{c}{m}$  وأما الحجم الجزئى للروح المذكورة يكون هو  $\frac{c \times c}{m}$  اعن نصف المقدار السابق

وحينئذ فالروح المفرغة الشبكية تتكون من معدن ضعف المعدن اللازم لروح مصمتة

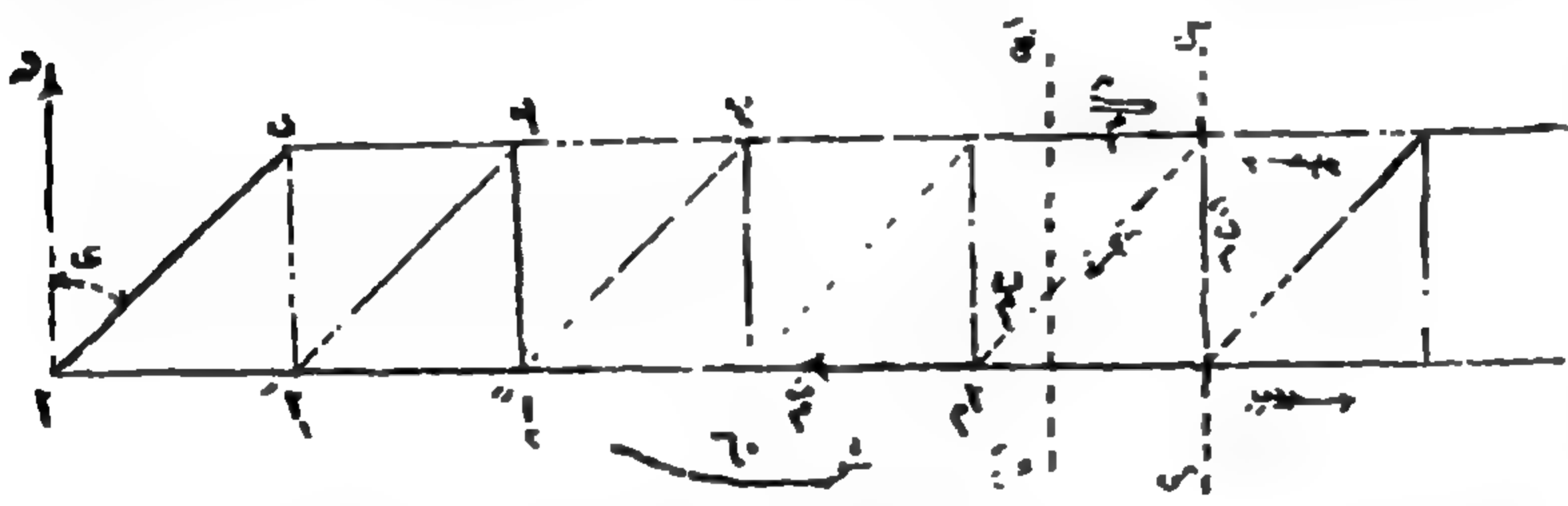


وقد قال المهندسون كوالينيون أيضا أنه رغما عن قلة الوفرة في الاعتبار الشبكية فإنه غير جازم تركها واستعمال الاعتبار ذات الروح المصمتة خاصة بل أن خفة الشبكة المرسومة جيدا والمنظر المنفر للروح المصمتة هما ثلاث أوجيا دائما كثيرا من المنشئين تفضيل الجملة التي يري تاح إليها النظر عن الجملة التي ليس لها فضل سوى الخسائر أي قلة المصروف.

وبالجملة فإن الأرواح الشبكية أثقل من الأرواح المصمتة وأنه من ضمن الميول المختلفة للشبكة ميله هو الأكثر فائدة عن غيره.

الاعتبار التي على طريقة هوف أوجون - يعرف في أوروبا بأن عتب هوف هو الذي يصنع من الخشب والحديد معا ويستعمل على العموم في القناطر الوقتية وأما تكوين العتب المذكور بتمامه من المعدن يعرف في أمريكا باسم عتب جوت.

فإن شكل العمود لعب هوف يتكون من رأسين أفقيين ١١١... م... ب... مجتمعين مع



بعضها بجملة قضبان بعضها رأسية وبعضها مائلة وصانعة مع الرأس زاوية في القضبان الرأسية لا تستغل إلا بالشد وهي من الحديد وأما القضبان المائلة فلا تستغل إلا بالضغط

وهي من الخشب أو الحديد الزهر وبواسطة طريقة موجودة في القضبان الرأسية يمكن تثبيتها بحيث تستغل بالشد المأمور لها وأنا القضبان المائلة فهي مثبتة جدا بحيث تستغل فقط بالضغط.

ومن البديهي أن هذا الشكل يحتاج إلى دقة عظيمة أثناء التركيب حتى لا يحصل فصل اللحامات من بعضها مع الزمن بتأثير الارتجاجات والاهتزازات

وحينئذ يلزم من وقت إلى آخر التحقق من جودة ارتباط القطع ببعضها حتى تكون دائما مقاومة للاجهال الكاملة لها والطريقة البسيطة التي استعملت لحساب الضغوط أو الشدود الواقعة على القطع المختلفة للشبكة المثبتة يمكن تطبيقها بالضبط في هذه الحالة

فمن الراس ب شد الجزء م ١، م من الرأس السفلي للعتب وبالرمز ك لضغط الجزء ب م من الرأس العليا للعتب وبالرمز ب شد الساق الرأسية م ١، وبالرمز ك لضغط الساق المائل م ١ م ونستعرض أنه يوجد رأس مثل ١ عدها ١ بين طرفي العتب وأنه معلق في كل منها ثقل قدره ١، ٢، ٣، ٤، ٥، ٦، ٧، ٨، ٩، ١٠، ١١، ١٢، ١٣، ١٤، ١٥، ١٦، ١٧، ١٨، ١٩، ٢٠، ٢١، ٢٢، ٢٣، ٢٤، ٢٥، ٢٦، ٢٧، ٢٨، ٢٩، ٣٠، ٣١، ٣٢، ٣٣، ٣٤، ٣٥، ٣٦، ٣٧، ٣٨، ٣٩، ٤٠، ٤١، ٤٢، ٤٣، ٤٤، ٤٥، ٤٦، ٤٧، ٤٨، ٤٩، ٥٠، ٥١، ٥٢، ٥٣، ٥٤، ٥٥، ٥٦، ٥٧، ٥٨، ٥٩، ٦٠، ٦١، ٦٢، ٦٣، ٦٤، ٦٥، ٦٦، ٦٧، ٦٨، ٦٩، ٧٠، ٧١، ٧٢، ٧٣، ٧٤، ٧٥، ٧٦، ٧٧، ٧٨، ٧٩، ٨٠، ٨١، ٨٢، ٨٣، ٨٤، ٨٥، ٨٦، ٨٧، ٨٨، ٨٩، ٩٠، ٩١، ٩٢، ٩٣، ٩٤، ٩٥، ٩٦، ٩٧، ٩٨، ٩٩، ١٠٠، ١٠١، ١٠٢، ١٠٣، ١٠٤، ١٠٥، ١٠٦، ١٠٧، ١٠٨، ١٠٩، ١١٠، ١١١، ١١٢، ١١٣، ١١٤، ١١٥، ١١٦، ١١٧، ١١٨، ١١٩، ١٢٠، ١٢١، ١٢٢، ١٢٣، ١٢٤، ١٢٥، ١٢٦، ١٢٧، ١٢٨، ١٢٩، ١٣٠، ١٣١، ١٣٢، ١٣٣، ١٣٤، ١٣٥، ١٣٦، ١٣٧، ١٣٨، ١٣٩، ١٤٠، ١٤١، ١٤٢، ١٤٣، ١٤٤، ١٤٥، ١٤٦، ١٤٧، ١٤٨، ١٤٩، ١٥٠، ١٥١، ١٥٢، ١٥٣، ١٥٤، ١٥٥، ١٥٦، ١٥٧، ١٥٨، ١٥٩، ١٦٠، ١٦١، ١٦٢، ١٦٣، ١٦٤، ١٦٥، ١٦٦، ١٦٧، ١٦٨، ١٦٩، ١٧٠، ١٧١، ١٧٢، ١٧٣، ١٧٤، ١٧٥، ١٧٦، ١٧٧، ١٧٨، ١٧٩، ١٨٠، ١٨١، ١٨٢، ١٨٣، ١٨٤، ١٨٥، ١٨٦، ١٨٧، ١٨٨، ١٨٩، ١٩٠، ١٩١، ١٩٢، ١٩٣، ١٩٤، ١٩٥، ١٩٦، ١٩٧، ١٩٨، ١٩٩، ٢٠٠، ٢٠١، ٢٠٢، ٢٠٣، ٢٠٤، ٢٠٥، ٢٠٦، ٢٠٧، ٢٠٨، ٢٠٩، ٢١٠، ٢١١، ٢١٢، ٢١٣، ٢١٤، ٢١٥، ٢١٦، ٢١٧، ٢١٨، ٢١٩، ٢٢٠، ٢٢١، ٢٢٢، ٢٢٣، ٢٢٤، ٢٢٥، ٢٢٦، ٢٢٧، ٢٢٨، ٢٢٩، ٢٣٠، ٢٣١، ٢٣٢، ٢٣٣، ٢٣٤، ٢٣٥، ٢٣٦، ٢٣٧، ٢٣٨، ٢٣٩، ٢٤٠، ٢٤١، ٢٤٢، ٢٤٣، ٢٤٤، ٢٤٥، ٢٤٦، ٢٤٧، ٢٤٨، ٢٤٩، ٢٥٠، ٢٥١، ٢٥٢، ٢٥٣، ٢٥٤، ٢٥٥، ٢٥٦، ٢٥٧، ٢٥٨، ٢٥٩، ٢٦٠، ٢٦١، ٢٦٢، ٢٦٣، ٢٦٤، ٢٦٥، ٢٦٦، ٢٦٧، ٢٦٨، ٢٦٩، ٢٧٠، ٢٧١، ٢٧٢، ٢٧٣، ٢٧٤، ٢٧٥، ٢٧٦، ٢٧٧، ٢٧٨، ٢٧٩، ٢٨٠، ٢٨١، ٢٨٢، ٢٨٣، ٢٨٤، ٢٨٥، ٢٨٦، ٢٨٧، ٢٨٨، ٢٨٩، ٢٩٠، ٢٩١، ٢٩٢، ٢٩٣، ٢٩٤، ٢٩٥، ٢٩٦، ٢٩٧، ٢٩٨، ٢٩٩، ٣٠٠، ٣٠١، ٣٠٢، ٣٠٣، ٣٠٤، ٣٠٥، ٣٠٦، ٣٠٧، ٣٠٨، ٣٠٩، ٣١٠، ٣١١، ٣١٢، ٣١٣، ٣١٤، ٣١٥، ٣١٦، ٣١٧، ٣١٨، ٣١٩، ٣٢٠، ٣٢١، ٣٢٢، ٣٢٣، ٣٢٤، ٣٢٥، ٣٢٦، ٣٢٧، ٣٢٨، ٣٢٩، ٣٣٠، ٣٣١، ٣٣٢، ٣٣٣، ٣٣٤، ٣٣٥، ٣٣٦، ٣٣٧، ٣٣٨، ٣٣٩، ٣٤٠، ٣٤١، ٣٤٢، ٣٤٣، ٣٤٤، ٣٤٥، ٣٤٦، ٣٤٧، ٣٤٨، ٣٤٩، ٣٥٠، ٣٥١، ٣٥٢، ٣٥٣، ٣٥٤، ٣٥٥، ٣٥٦، ٣٥٧، ٣٥٨، ٣٥٩، ٣٦٠، ٣٦١، ٣٦٢، ٣٦٣، ٣٦٤، ٣٦٥، ٣٦٦، ٣٦٧، ٣٦٨، ٣٦٩، ٣٧٠، ٣٧١، ٣٧٢، ٣٧٣، ٣٧٤، ٣٧٥، ٣٧٦، ٣٧٧، ٣٧٨، ٣٧٩، ٣٨٠، ٣٨١، ٣٨٢، ٣٨٣، ٣٨٤، ٣٨٥، ٣٨٦، ٣٨٧، ٣٨٨، ٣٨٩، ٣٩٠، ٣٩١، ٣٩٢، ٣٩٣، ٣٩٤، ٣٩٥، ٣٩٦، ٣٩٧، ٣٩٨، ٣٩٩، ٤٠٠، ٤٠١، ٤٠٢، ٤٠٣، ٤٠٤، ٤٠٥، ٤٠٦، ٤٠٧، ٤٠٨، ٤٠٩، ٤١٠، ٤١١، ٤١٢، ٤١٣، ٤١٤، ٤١٥، ٤١٦، ٤١٧، ٤١٨، ٤١٩، ٤٢٠، ٤٢١، ٤٢٢، ٤٢٣، ٤٢٤، ٤٢٥، ٤٢٦، ٤٢٧، ٤٢٨، ٤٢٩، ٤٣٠، ٤٣١، ٤٣٢، ٤٣٣، ٤٣٤، ٤٣٥، ٤٣٦، ٤٣٧، ٤٣٨، ٤٣٩، ٤٤٠، ٤٤١، ٤٤٢، ٤٤٣، ٤٤٤، ٤٤٥، ٤٤٦، ٤٤٧، ٤٤٨، ٤٤٩، ٤٥٠، ٤٥١، ٤٥٢، ٤٥٣، ٤٥٤، ٤٥٥، ٤٥٦، ٤٥٧، ٤٥٨، ٤٥٩، ٤٦٠، ٤٦١، ٤٦٢، ٤٦٣، ٤٦٤، ٤٦٥، ٤٦٦، ٤٦٧، ٤٦٨، ٤٦٩، ٤٧٠، ٤٧١، ٤٧٢، ٤٧٣، ٤٧٤، ٤٧٥، ٤٧٦، ٤٧٧، ٤٧٨، ٤٧٩، ٤٨٠، ٤٨١، ٤٨٢، ٤٨٣، ٤٨٤، ٤٨٥، ٤٨٦، ٤٨٧، ٤٨٨، ٤٨٩، ٤٩٠، ٤٩١، ٤٩٢، ٤٩٣، ٤٩٤، ٤٩٥، ٤٩٦، ٤٩٧، ٤٩٨، ٤٩٩، ٥٠٠، ٥٠١، ٥٠٢، ٥٠٣، ٥٠٤، ٥٠٥، ٥٠٦، ٥٠٧، ٥٠٨، ٥٠٩، ٥١٠، ٥١١، ٥١٢، ٥١٣، ٥١٤، ٥١٥، ٥١٦، ٥١٧، ٥١٨، ٥١٩، ٥٢٠، ٥٢١، ٥٢٢، ٥٢٣، ٥٢٤، ٥٢٥، ٥٢٦، ٥٢٧، ٥٢٨، ٥٢٩، ٥٣٠، ٥٣١، ٥٣٢، ٥٣٣، ٥٣٤، ٥٣٥، ٥٣٦، ٥٣٧، ٥٣٨، ٥٣٩، ٥٤٠، ٥٤١، ٥٤٢، ٥٤٣، ٥٤٤، ٥٤٥، ٥٤٦، ٥٤٧، ٥٤٨، ٥٤٩، ٥٥٠، ٥٥١، ٥٥٢، ٥٥٣، ٥٥٤، ٥٥٥، ٥٥٦، ٥٥٧، ٥٥٨، ٥٥٩، ٥٦٠، ٥٦١، ٥٦٢، ٥٦٣، ٥٦٤، ٥٦٥، ٥٦٦، ٥٦٧، ٥٦٨، ٥٦٩، ٥٧٠، ٥٧١، ٥٧٢، ٥٧٣، ٥٧٤، ٥٧٥، ٥٧٦، ٥٧٧، ٥٧٨، ٥٧٩، ٥٨٠، ٥٨١، ٥٨٢، ٥٨٣، ٥٨٤، ٥٨٥، ٥٨٦، ٥٨٧، ٥٨٨، ٥٨٩، ٥٩٠، ٥٩١، ٥٩٢، ٥٩٣، ٥٩٤، ٥٩٥، ٥٩٦، ٥٩٧، ٥٩٨، ٥٩٩، ٦٠٠، ٦٠١، ٦٠٢، ٦٠٣، ٦٠٤، ٦٠٥، ٦٠٦، ٦٠٧، ٦٠٨، ٦٠٩، ٦١٠، ٦١١، ٦١٢، ٦١٣، ٦١٤، ٦١٥، ٦١٦، ٦١٧، ٦١٨، ٦١٩، ٦٢٠، ٦٢١، ٦٢٢، ٦٢٣، ٦٢٤، ٦٢٥، ٦٢٦، ٦٢٧، ٦٢٨، ٦٢٩، ٦٣٠، ٦٣١، ٦٣٢، ٦٣٣، ٦٣٤، ٦٣٥، ٦٣٦، ٦٣٧، ٦٣٨، ٦٣٩، ٦٤٠، ٦٤١، ٦٤٢، ٦٤٣، ٦٤٤، ٦٤٥، ٦٤٦، ٦٤٧، ٦٤٨، ٦٤٩، ٦٥٠، ٦٥١، ٦٥٢، ٦٥٣، ٦٥٤، ٦٥٥، ٦٥٦، ٦٥٧، ٦٥٨، ٦٥٩، ٦٦٠، ٦٦١، ٦٦٢، ٦٦٣، ٦٦٤، ٦٦٥، ٦٦٦، ٦٦٧، ٦٦٨، ٦٦٩، ٦٧٠، ٦٧١، ٦٧٢، ٦٧٣، ٦٧٤، ٦٧٥، ٦٧٦، ٦٧٧، ٦٧٨، ٦٧٩، ٦٨٠، ٦٨١، ٦٨٢، ٦٨٣، ٦٨٤، ٦٨٥، ٦٨٦، ٦٨٧، ٦٨٨، ٦٨٩، ٦٩٠، ٦٩١، ٦٩٢، ٦٩٣، ٦٩٤، ٦٩٥، ٦٩٦، ٦٩٧، ٦٩٨، ٦٩٩، ٧٠٠، ٧٠١، ٧٠٢، ٧٠٣، ٧٠٤، ٧٠٥، ٧٠٦، ٧٠٧، ٧٠٨، ٧٠٩، ٧١٠، ٧١١، ٧١٢، ٧١٣، ٧١٤، ٧١٥، ٧١٦، ٧١٧، ٧١٨، ٧١٩، ٧٢٠، ٧٢١، ٧٢٢، ٧٢٣، ٧٢٤، ٧٢٥، ٧٢٦، ٧٢٧، ٧٢٨، ٧٢٩، ٧٣٠، ٧٣١، ٧٣٢، ٧٣٣، ٧٣٤، ٧٣٥، ٧٣٦، ٧٣٧، ٧٣٨، ٧٣٩، ٧٤٠، ٧٤١، ٧٤٢، ٧٤٣، ٧٤٤، ٧٤٥، ٧٤٦، ٧٤٧، ٧٤٨، ٧٤٩، ٧٥٠، ٧٥١، ٧٥٢، ٧٥٣، ٧٥٤، ٧٥٥، ٧٥٦، ٧٥٧، ٧٥٨، ٧٥٩، ٧٦٠، ٧٦١، ٧٦٢، ٧٦٣، ٧٦٤، ٧٦٥، ٧٦٦، ٧٦٧، ٧٦٨، ٧٦٩، ٧٧٠، ٧٧١، ٧٧٢، ٧٧٣، ٧٧٤، ٧٧٥، ٧٧٦، ٧٧٧، ٧٧٨، ٧٧٩، ٧٨٠، ٧٨١، ٧٨٢، ٧٨٣، ٧٨٤، ٧٨٥، ٧٨٦، ٧٨٧، ٧٨٨، ٧٨٩، ٧٩٠، ٧٩١، ٧٩٢، ٧٩٣، ٧٩٤، ٧٩٥، ٧٩٦، ٧٩٧، ٧٩٨، ٧٩٩، ٨٠٠، ٨٠١، ٨٠٢، ٨٠٣، ٨٠٤، ٨٠٥، ٨٠٦، ٨٠٧، ٨٠٨، ٨٠٩، ٨١٠، ٨١١، ٨١٢، ٨١٣، ٨١٤، ٨١٥، ٨١٦، ٨١٧، ٨١٨، ٨١٩، ٨٢٠، ٨٢١، ٨٢٢، ٨٢٣، ٨٢٤، ٨٢٥، ٨٢٦، ٨٢٧، ٨٢٨، ٨٢٩، ٨٣٠، ٨٣١، ٨٣٢، ٨٣٣، ٨٣٤، ٨٣٥، ٨٣٦، ٨٣٧، ٨٣٨، ٨٣٩، ٨٤٠، ٨٤١، ٨٤٢، ٨٤٣، ٨٤٤، ٨٤٥، ٨٤٦، ٨٤٧، ٨٤٨، ٨٤٩، ٨٥٠، ٨٥١، ٨٥٢، ٨٥٣، ٨٥٤، ٨٥٥، ٨٥٦، ٨٥٧، ٨٥٨، ٨٥٩، ٨٦٠، ٨٦١، ٨٦٢، ٨٦٣، ٨٦٤، ٨٦٥، ٨٦٦، ٨٦٧، ٨٦٨، ٨٦٩، ٨٧٠، ٨٧١، ٨٧٢، ٨٧٣، ٨٧٤، ٨٧٥، ٨٧٦، ٨٧٧، ٨٧٨، ٨٧٩، ٨٨٠، ٨٨١، ٨٨٢، ٨٨٣، ٨٨٤، ٨٨٥، ٨٨٦، ٨٨٧، ٨٨٨، ٨٨٩، ٨٩٠، ٨٩١، ٨٩٢، ٨٩٣، ٨٩٤، ٨٩٥، ٨٩٦، ٨٩٧، ٨٩٨، ٨٩٩، ٩٠٠، ٩٠١، ٩٠٢، ٩٠٣، ٩٠٤، ٩٠٥، ٩٠٦، ٩٠٧، ٩٠٨، ٩٠٩، ٩١٠، ٩١١، ٩١٢، ٩١٣، ٩١٤، ٩١٥، ٩١٦، ٩١٧، ٩١٨، ٩١٩، ٩٢٠، ٩٢١، ٩٢٢، ٩٢٣، ٩٢٤، ٩٢٥، ٩٢٦، ٩٢٧، ٩٢٨، ٩٢٩، ٩٣٠، ٩٣١، ٩٣٢، ٩٣٣، ٩٣٤، ٩٣٥، ٩٣٦، ٩٣٧، ٩٣٨، ٩٣٩، ٩٤٠، ٩٤١، ٩٤٢، ٩٤٣، ٩٤٤، ٩٤٥، ٩٤٦، ٩٤٧، ٩٤٨، ٩٤٩، ٩٥٠، ٩٥١، ٩٥٢، ٩٥٣، ٩٥٤، ٩٥٥، ٩٥٦، ٩٥٧، ٩٥٨، ٩٥٩، ٩٦٠، ٩٦١، ٩٦٢، ٩٦٣، ٩٦٤، ٩٦٥، ٩٦٦، ٩٦٧، ٩٦٨، ٩٦٩، ٩٧٠، ٩٧١، ٩٧٢، ٩٧٣، ٩٧٤، ٩٧٥، ٩٧٦، ٩٧٧، ٩٧٨، ٩٧٩، ٩٨٠، ٩٨١، ٩٨٢، ٩٨٣، ٩٨٤، ٩٨٥، ٩٨٦، ٩٨٧، ٩٨٨، ٩٨٩، ٩٩٠، ٩٩١، ٩٩٢، ٩٩٣، ٩٩٤، ٩٩٥، ٩٩٦، ٩٩٧، ٩٩٨، ٩٩٩، ١٠٠٠، ١٠٠١، ١٠٠٢، ١٠٠٣، ١٠٠٤، ١٠٠٥، ١٠٠٦، ١٠٠٧، ١٠٠٨، ١٠٠٩، ١٠١٠، ١٠١١، ١٠١٢، ١٠١٣، ١٠١٤، ١٠١٥، ١٠١٦، ١٠١٧، ١٠١٨، ١٠١٩، ١٠٢٠، ١٠٢١، ١٠٢٢، ١٠٢٣، ١٠٢٤، ١٠٢٥، ١٠٢٦، ١٠٢٧، ١٠٢٨، ١٠٢٩، ١٠٣٠، ١٠٣١، ١٠٣٢، ١٠٣٣، ١٠٣٤، ١٠٣٥، ١٠٣٦، ١٠٣٧، ١٠٣٨، ١٠٣٩، ١٠٤٠، ١٠٤١، ١٠٤٢، ١٠٤٣، ١٠٤٤، ١٠٤٥، ١٠٤٦، ١٠٤٧، ١٠٤٨، ١٠٤٩، ١٠٥٠، ١٠٥١، ١٠٥٢، ١٠٥٣، ١٠٥٤، ١٠٥٥، ١٠٥٦، ١٠٥٧، ١٠٥٨، ١٠٥٩، ١٠٦٠، ١٠٦١، ١٠٦٢، ١٠٦٣، ١٠٦٤، ١٠٦٥، ١٠٦٦، ١٠٦٧، ١٠٦٨، ١٠٦٩، ١٠٧٠، ١٠٧١، ١٠٧٢، ١٠٧٣، ١٠٧٤، ١٠٧٥، ١٠٧٦، ١٠٧٧، ١٠٧٨، ١٠٧٩، ١٠٨٠، ١٠٨١، ١٠٨٢، ١٠٨٣، ١٠٨٤، ١٠٨٥، ١٠٨٦، ١٠٨٧، ١٠٨٨، ١٠٨٩، ١٠٩٠، ١٠٩١، ١٠٩٢، ١٠٩٣، ١٠٩٤، ١٠٩٥، ١٠٩٦، ١٠٩٧، ١٠٩٨، ١٠٩٩، ١١٠٠، ١١٠١، ١١٠٢، ١١٠٣، ١١٠٤، ١١٠٥، ١١٠٦، ١١٠٧، ١١٠٨، ١١٠٩، ١١١٠، ١١١١، ١١١٢، ١١١٣، ١١١٤، ١١١٥، ١١١٦، ١١١٧، ١١١٨، ١١١٩، ١١٢٠، ١١٢١، ١١٢٢، ١١٢٣، ١١٢٤، ١١٢٥، ١١٢٦، ١١٢٧، ١١٢٨، ١١٢٩، ١١٣٠، ١١٣١، ١١٣٢، ١١٣٣، ١١٣٤، ١١٣٥، ١١٣٦، ١١٣٧، ١١٣٨، ١١٣٩، ١١٤٠، ١١٤١، ١١٤٢، ١١٤٣، ١١٤٤، ١١٤٥، ١١٤٦، ١١٤٧، ١١٤٨، ١١٤٩، ١١٥٠، ١١٥١، ١١٥٢، ١١٥٣، ١١٥٤، ١١٥٥، ١١٥٦، ١١٥٧، ١١٥٨، ١١٥٩، ١١٦٠، ١١٦١، ١١٦٢، ١١٦٣، ١١٦٤، ١١٦٥، ١١٦٦، ١١٦٧، ١١٦٨، ١١٦٩، ١١٧٠، ١١٧١، ١١٧٢، ١١٧٣، ١١٧٤، ١١٧٥، ١١٧٦، ١١٧٧، ١١٧٨، ١١٧٩، ١١٨٠، ١١٨١، ١١٨٢، ١١٨٣، ١١٨٤، ١١٨٥، ١١٨٦، ١١٨٧، ١١٨٨، ١١٨٩، ١١٩٠، ١١٩١، ١١٩٢، ١١٩٣، ١١٩٤، ١١٩٥، ١١٩٦، ١١٩٧، ١١٩٨، ١١٩٩، ١٢٠٠، ١٢٠١، ١٢٠٢، ١٢٠٣، ١٢٠٤، ١٢٠٥، ١٢٠٦، ١٢٠٧، ١٢٠٨، ١٢٠٩، ١٢١٠، ١٢١١، ١٢١٢، ١٢١٣، ١٢١٤، ١٢١٥، ١٢١٦، ١٢١٧، ١٢١٨، ١٢١٩، ١٢٢٠، ١٢٢١، ١٢٢٢، ١٢٢٣، ١٢٢٤، ١٢٢٥، ١٢٢٦، ١٢٢٧، ١٢٢٨، ١٢٢٩، ١٢٣٠، ١٢٣١، ١٢٣٢، ١٢٣٣، ١٢٣٤، ١٢٣٥، ١٢٣٦، ١٢٣٧، ١٢٣٨، ١٢٣٩، ١٢٤٠، ١٢٤١، ١٢٤٢، ١٢٤٣، ١٢٤٤، ١٢٤٥، ١٢٤٦، ١٢٤٧، ١٢٤٨، ١٢٤٩، ١٢٥٠، ١٢٥١، ١٢٥٢، ١٢٥٣، ١٢٥٤، ١٢٥٥، ١٢٥٦، ١٢٥٧، ١٢٥٨، ١٢٥٩، ١٢٦٠، ١٢٦١، ١٢٦٢، ١٢٦٣، ١٢٦٤، ١٢٦٥، ١٢٦٦، ١٢٦٧، ١٢٦٨، ١٢٦٩، ١٢٧٠، ١٢٧١، ١٢٧٢، ١٢٧٣، ١٢٧٤، ١٢٧٥، ١٢٧٦، ١٢٧٧، ١٢٧٨، ١٢٧٩، ١٢٨٠، ١٢٨١، ١٢٨٢، ١٢٨٣، ١٢٨٤، ١٢٨٥، ١٢٨٦، ١٢٨٧، ١٢٨٨، ١٢٨٩، ١٢٩٠، ١٢٩١، ١٢٩٢، ١٢٩٣، ١٢٩٤، ١٢٩٥، ١٢٩٦، ١٢٩٧، ١٢٩٨، ١٢٩٩، ١٣٠٠، ١٣٠١، ١٣٠٢، ١٣٠٣، ١٣٠٤، ١٣٠٥، ١٣٠٦، ١٣٠٧، ١٣٠٨، ١٣٠٩، ١٣١٠، ١٣١١، ١٣١٢، ١٣١٣، ١٣١٤، ١٣١٥، ١٣١٦، ١٣١٧، ١٣١٨، ١٣١٩، ١٣٢٠، ١٣٢١، ١٣٢٢، ١٣٢٣، ١٣٢٤، ١٣٢٥، ١٣٢٦، ١٣٢٧، ١٣٢٨، ١٣٢٩، ١٣٣٠، ١٣٣١، ١٣٣٢، ١٣٣٣، ١٣٣٤، ١٣٣٥، ١٣٣٦، ١٣٣٧، ١٣٣٨، ١٣٣٩، ١٣٤٠، ١٣٤١، ١٣٤٢، ١٣٤٣، ١٣٤٤، ١٣٤٥، ١٣٤٦، ١٣٤٧، ١٣٤٨، ١٣٤٩، ١٣٥٠، ١٣٥١، ١٣٥٢، ١٣٥٣، ١٣٥٤، ١٣٥٥، ١٣٥٦، ١٣٥٧، ١٣٥٨، ١٣٥



$$\begin{aligned} \frac{1}{1+r} - \frac{1}{1+r} &= 0 \\ \text{أو } \frac{1}{1+r} - \frac{1}{1+r} &= 0 \end{aligned}$$

وَيَقْطَعُ الْعُتْبَ بِمَسْتَوْرَأْسَى مُتَوَسِّطٍ مَوْصًى وَاعْتِبَارَ حَصُولِ التَّوَازُنِ بَيْنَ جَمِيعِ الْقَوَى الْخَارِجَةِ  
وَرَدُّهَا لِأَفْعَالِ النَّاتِجَةِ مِنْ جِزْءِ الْعُتْبِ الْمَوْجُودِ عَلَى بَيْنِ الْقَطَاعِ الْمَذْكُورِ وَمُرَاعَاةِ نَظَرِيَّةِ اسْتِقَاطِ  
الْقَوَى الْمَذْكُورَةِ عَلَى مَحْوَرَيْنِ أَحَدَهُمَا رَأْسَى وَالْآخَرُ أَفْتَى بِحِدْثِ

حای  $\times$  لم =  $ق - م$  او لم =  $\frac{ق - م}{حای} = \frac{ثام}{حای} \dots\dots\dots (1)$

$$\frac{t}{m} = \frac{t}{m} + c_m \text{ طای } \text{ او } \frac{t}{m} = \frac{t}{m} + c_m \text{ طای } (c) \dots$$

فعدلتا (١)، (٢) نتملان على الحل التام للسألة وتسمان بحساب القوى الواقعة على جميع القطع على التتابع ومع ذلك ففانون (٢) يمكن وضعه بالصورة الآتية وهي

ت = ت + قه طای (۱ - م)   
 وحينئذ يجعل م = ۱، ۲، ۳، ۴، ۵، ۶، ۷، ۸، ۹، ۱۰، ۱۱، ۱۲، ۱۳، ۱۴، ۱۵، ۱۶، ۱۷، ۱۸، ۱۹، ۲۰، ۲۱، ۲۲، ۲۳، ۲۴، ۲۵، ۲۶، ۲۷، ۲۸، ۲۹، ۳۰، ۳۱، ۳۲، ۳۳، ۳۴، ۳۵، ۳۶، ۳۷، ۳۸، ۳۹، ۴۰، ۴۱، ۴۲، ۴۳، ۴۴، ۴۵، ۴۶، ۴۷، ۴۸، ۴۹، ۵۰، ۵۱، ۵۲، ۵۳، ۵۴، ۵۵، ۵۶، ۵۷، ۵۸، ۵۹، ۶۰، ۶۱، ۶۲، ۶۳، ۶۴، ۶۵، ۶۶، ۶۷، ۶۸، ۶۹، ۷۰، ۷۱، ۷۲، ۷۳، ۷۴، ۷۵، ۷۶، ۷۷، ۷۸، ۷۹، ۸۰، ۸۱، ۸۲، ۸۳، ۸۴، ۸۵، ۸۶، ۸۷، ۸۸، ۸۹، ۹۰، ۹۱، ۹۲، ۹۳، ۹۴، ۹۵، ۹۶، ۹۷، ۹۸، ۹۹، ۱۰۰، ۱۰۱، ۱۰۲، ۱۰۳، ۱۰۴، ۱۰۵، ۱۰۶، ۱۰۷، ۱۰۸، ۱۰۹، ۱۱۰، ۱۱۱، ۱۱۲، ۱۱۳، ۱۱۴، ۱۱۵، ۱۱۶، ۱۱۷، ۱۱۸، ۱۱۹، ۱۲۰، ۱۲۱، ۱۲۲، ۱۲۳، ۱۲۴، ۱۲۵، ۱۲۶، ۱۲۷، ۱۲۸، ۱۲۹، ۱۳۰، ۱۳۱، ۱۳۲، ۱۳۳، ۱۳۴، ۱۳۵، ۱۳۶، ۱۳۷، ۱۳۸، ۱۳۹، ۱۴۰، ۱۴۱، ۱۴۲، ۱۴۳، ۱۴۴، ۱۴۵، ۱۴۶، ۱۴۷، ۱۴۸، ۱۴۹، ۱۵۰، ۱۵۱، ۱۵۲، ۱۵۳، ۱۵۴، ۱۵۵، ۱۵۶، ۱۵۷، ۱۵۸، ۱۵۹، ۱۶۰، ۱۶۱، ۱۶۲، ۱۶۳، ۱۶۴، ۱۶۵، ۱۶۶، ۱۶۷، ۱۶۸، ۱۶۹، ۱۷۰، ۱۷۱، ۱۷۲، ۱۷۳، ۱۷۴، ۱۷۵، ۱۷۶، ۱۷۷، ۱۷۸، ۱۷۹، ۱۸۰، ۱۸۱، ۱۸۲، ۱۸۳، ۱۸۴، ۱۸۵، ۱۸۶، ۱۸۷، ۱۸۸، ۱۸۹، ۱۹۰، ۱۹۱، ۱۹۲، ۱۹۳، ۱۹۴، ۱۹۵، ۱۹۶، ۱۹۷، ۱۹۸، ۱۹۹، ۲۰۰، ۲۰۱، ۲۰۲، ۲۰۳، ۲۰۴، ۲۰۵، ۲۰۶، ۲۰۷، ۲۰۸، ۲۰۹، ۲۱۰، ۲۱۱، ۲۱۲، ۲۱۳، ۲۱۴، ۲۱۵، ۲۱۶، ۲۱۷، ۲۱۸، ۲۱۹، ۲۲۰، ۲۲۱، ۲۲۲، ۲۲۳، ۲۲۴، ۲۲۵، ۲۲۶، ۲۲۷، ۲۲۸، ۲۲۹، ۲۳۰، ۲۳۱، ۲۳۲، ۲۳۳، ۲۳۴، ۲۳۵، ۲۳۶، ۲۳۷، ۲۳۸، ۲۳۹، ۲۴۰، ۲۴۱، ۲۴۲، ۲۴۳، ۲۴۴، ۲۴۵، ۲۴۶، ۲۴۷، ۲۴۸، ۲۴۹، ۲۵۰، ۲۵۱، ۲۵۲، ۲۵۳، ۲۵۴، ۲۵۵، ۲۵۶، ۲۵۷، ۲۵۸، ۲۵۹، ۲۶۰، ۲۶۱، ۲۶۲، ۲۶۳، ۲۶۴، ۲۶۵، ۲۶۶، ۲۶۷، ۲۶۸، ۲۶۹، ۲۷۰، ۲۷۱، ۲۷۲، ۲۷۳، ۲۷۴، ۲۷۵، ۲۷۶، ۲۷۷، ۲۷۸، ۲۷۹، ۲۸۰، ۲۸۱، ۲۸۲، ۲۸۳، ۲۸۴، ۲۸۵، ۲۸۶، ۲۸۷، ۲۸۸، ۲۸۹، ۲۹۰، ۲۹۱، ۲۹۲، ۲۹۳، ۲۹۴، ۲۹۵، ۲۹۶، ۲۹۷، ۲۹۸، ۲۹۹، ۳۰۰، ۳۰۱، ۳۰۲، ۳۰۳، ۳۰۴، ۳۰۵، ۳۰۶، ۳۰۷، ۳۰۸، ۳۰۹، ۳۱۰، ۳۱۱، ۳۱۲، ۳۱۳، ۳۱۴، ۳۱۵، ۳۱۶، ۳۱۷، ۳۱۸، ۳۱۹، ۳۲۰، ۳۲۱، ۳۲۲، ۳۲۳، ۳۲۴، ۳۲۵، ۳۲۶، ۳۲۷، ۳۲۸، ۳۲۹، ۳۳۰، ۳۳۱، ۳۳۲، ۳۳۳، ۳۳۴، ۳۳۵، ۳۳۶، ۳۳۷، ۳۳۸، ۳۳۹، ۳۴۰، ۳۴۱، ۳۴۲، ۳۴۳، ۳۴۴، ۳۴۵، ۳۴۶، ۳۴۷، ۳۴۸، ۳۴۹، ۳۵۰، ۳۵۱، ۳۵۲، ۳۵۳، ۳۵۴، ۳۵۵، ۳۵۶، ۳۵۷، ۳۵۸، ۳۵۹، ۳۶۰، ۳۶۱، ۳۶۲، ۳۶۳، ۳۶۴، ۳۶۵، ۳۶۶، ۳۶۷، ۳۶۸، ۳۶۹، ۳۷۰، ۳۷۱، ۳۷۲، ۳۷۳، ۳۷۴، ۳۷۵، ۳۷۶، ۳۷۷، ۳۷۸، ۳۷۹، ۳۸۰، ۳۸۱، ۳۸۲، ۳۸۳، ۳۸۴، ۳۸۵، ۳۸۶، ۳۸۷، ۳۸۸، ۳۸۹، ۳۹۰، ۳۹۱، ۳۹۲، ۳۹۳، ۳۹۴، ۳۹۵، ۳۹۶، ۳۹۷، ۳۹۸، ۳۹۹، ۴۰۰، ۴۰۱، ۴۰۲، ۴۰۳، ۴۰۴، ۴۰۵، ۴۰۶، ۴۰۷، ۴۰۸، ۴۰۹، ۴۱۰، ۴۱۱، ۴۱۲، ۴۱۳، ۴۱۴، ۴۱۵، ۴۱۶، ۴۱۷، ۴۱۸، ۴۱۹، ۴۲۰، ۴۲۱، ۴۲۲، ۴۲۳، ۴۲۴، ۴۲۵، ۴۲۶، ۴۲۷، ۴۲۸، ۴۲۹، ۴۳۰، ۴۳۱، ۴۳۲، ۴۳۳، ۴۳۴، ۴۳۵، ۴۳۶، ۴۳۷، ۴۳۸، ۴۳۹، ۴۴۰، ۴۴۱، ۴۴۲، ۴۴۳، ۴۴۴، ۴۴۵، ۴۴۶، ۴۴۷، ۴۴۸، ۴۴۹، ۴۵۰، ۴۵۱، ۴۵۲، ۴۵۳، ۴۵۴، ۴۵۵، ۴۵۶، ۴۵۷، ۴۵۸، ۴۵۹، ۴۶۰، ۴۶۱، ۴۶۲، ۴۶۳، ۴۶۴، ۴۶۵، ۴۶۶، ۴۶۷، ۴۶۸، ۴۶۹، ۴۷۰، ۴۷۱، ۴۷۲، ۴۷۳، ۴۷۴، ۴۷۵، ۴۷۶، ۴۷۷، ۴۷۸، ۴۷۹، ۴۸۰، ۴۸۱، ۴۸۲، ۴۸۳، ۴۸۴، ۴۸۵، ۴۸۶، ۴۸۷، ۴۸۸، ۴۸۹، ۴۹۰، ۴۹۱، ۴۹۲، ۴۹۳، ۴۹۴، ۴۹۵، ۴۹۶، ۴۹۷، ۴۹۸، ۴۹۹، ۵۰۰، ۵۰۱، ۵۰۲، ۵۰۳، ۵۰۴، ۵۰۵، ۵۰۶، ۵۰۷، ۵۰۸، ۵۰۹، ۵۱۰، ۵۱۱، ۵۱۲، ۵۱۳، ۵۱۴، ۵۱۵، ۵۱۶، ۵۱۷، ۵۱۸، ۵۱۹، ۵۲۰، ۵۲۱، ۵۲۲، ۵۲۳، ۵۲۴، ۵۲۵، ۵۲۶، ۵۲۷، ۵۲۸، ۵۲۹، ۵۳۰، ۵۳۱، ۵۳۲، ۵۳۳، ۵۳۴، ۵۳۵، ۵

$$\begin{aligned} \dot{\bar{c}}_1 &= \dot{c}_1 - \dot{c}_1 \tau_1 \\ \dot{\bar{c}}_2 &= \dot{c}_2 + \dot{c}_1 \tau_1 - \dot{c}_2 \tau_2 \\ \dot{\bar{c}}_3 &= \dot{c}_3 + \dot{c}_2 \tau_2 - \dot{c}_3 \tau_3 \\ &\vdots \\ \dot{\bar{c}}_m &= \dot{c}_m + \dot{c}_{m-1} \tau_{m-1} - \dot{c}_m \tau_m \end{aligned}$$

ويجمع هذه المعادلات الى بعضها طرفا بطرف وملاحظة أن مجموع الأعداد الصحيحة الأول التي عددها  $n$  يساوي  $\frac{n(n+1)}{2}$  يحدث

وباعتبار هذه المعادلة مع معادلتى

تساوي = (م - ٢) / ٢  
 يمكن حساب جميع اجزاء المسألة

ويرى من ذلك أن النهاية العظمى للكيتين ت، ك تحصل في العقب الاقرب للحاملين وتأخذ تلك النهاية في النقص الى ان تنعدم في وسط العتب بخلاف انكيتين ت، ك فإن نهايتها العظمى تكون في وسط العتب وتأخذان في النقص بمجرد قربها للحاملين وزيادة على ذلك فإن هاتين الكيتين موجبتان دائماً بخلاف الكيتين ت، ك فإن اشارتها تنعدم في وسط العتب واذا اريد تشغيل القطع بالكيفية المذكورة يلزم تكوين النصف الأيمن للعتب بالتماثل للنصف الأيسر منه

وعلى هذا فالنهاية العظمى لكل من الصفتين تلك التي

وَقَطَايَ  $\left(\frac{1+2}{2}\right)^2$



تستعمل لتعيين القطاع الأعظم لكل من رأسى العتب  
وللانتقال من الجملة النظرية التى هى أساس للحسابات التى أجريناها الى الجمل المختلفة لطريقة (هوف) يستعاض  
كل من القضبان الرأسية أو المائلة بجملة قضبان أخرى بحيث يحصل على حزم كل منها مركب من قضبان عددها  $m$   
قطاع كل منها جزء فوفى من قطاع القضيب الواحد المعد لمقاومة الأحمال  $T$  أو  $N$   
ويضاف أيضا كما هى العادة وترتان  $I$  و  $II$  للمرجعات التى مثل  $I$  و  $II$  ويستعاض الوتر المذكور بجزء  
من القطع المائلة قطاعها مساو لقطاعه لكن عدد القطع المذكورة يكون نصف عدد القطع المعوضة للوتر  $I$  و  $II$   
وهذه الأوتار الإضافية تتركز فقط على رأس العتب بدون أن تضغطها ولا يجب أن تشتغل تحت تأثير الحمل  
المنتظم التام ولا يمكن أن تشتغل الاعراضيا بتأثير حمل وحيد والغرض منها هو زيادة الصلابة فقط ولا يخفى  
أن هذا التركيب يحتاج مباشرة كثيرة ودقيقة

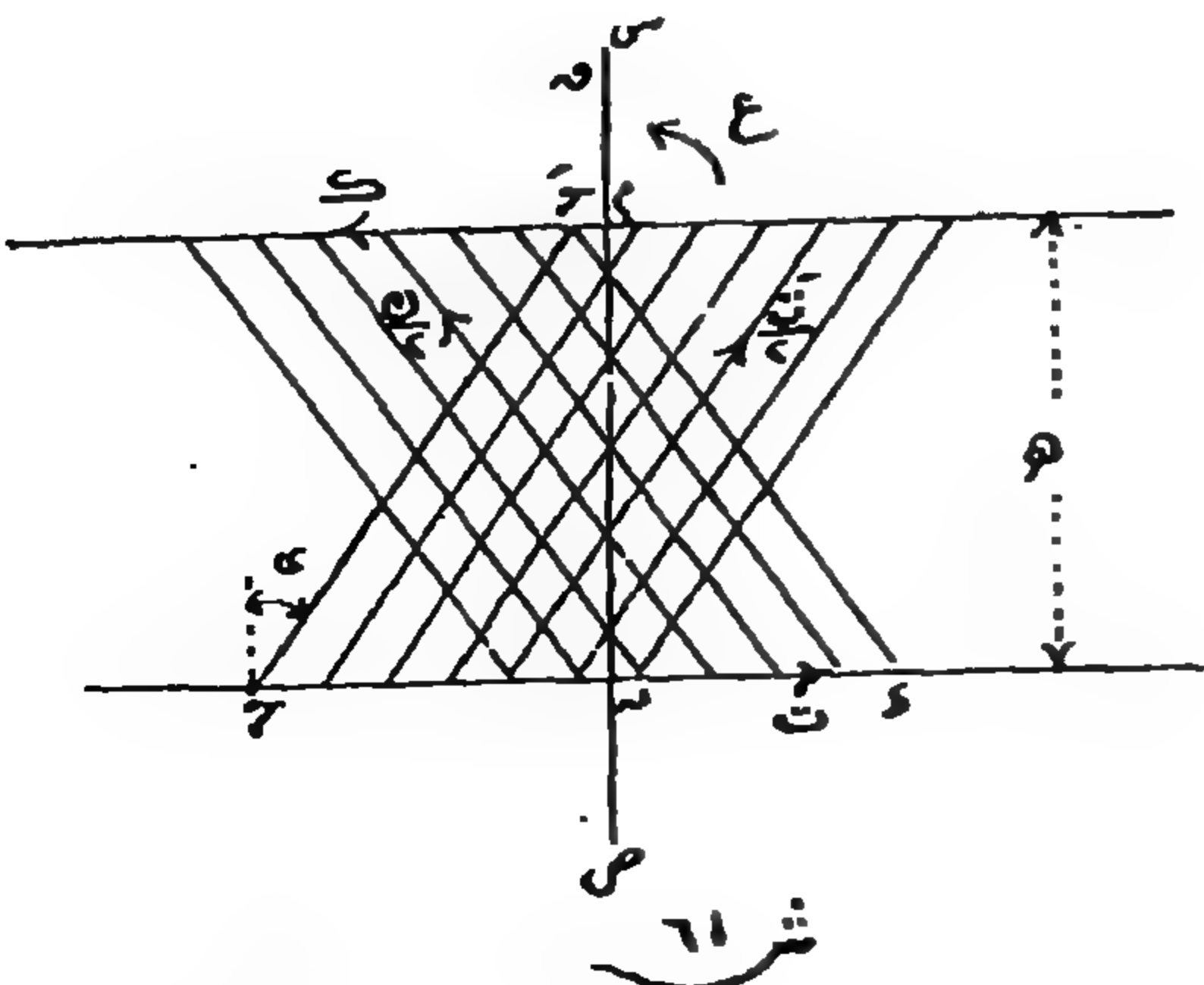
وهذه الاعتبارات الأمريكية تحتاج كما قال المهندس كوليفون الى توضيح كثير الجديده ودقيق العمل  
وحيث أن الضغوط تتغير بحسب وضع الأحمال العارضية ويمكن انعكاسها فيعلم من ذلك أن القطع تكون  
متأثرة بارتجاجات وانصدامات مستمرة مضرة بصلابة

وعلى هذا فعتب هوف ليس مستعملا في أوروبا إلا بصفة تشغيل صناعى وقى  
وقد استعمل الأمريكيون بكثرة الجمل التى شرحناها والجمل المشتقة منها أو المشابهة لها  
في الاعتبار الأمريكي ذات الفتحات الكثيرة - الأمريكيون لا يستعملون الاعتبار ذات الفتحات الكثيرة الا قليلا  
ولهم الحق في استعمال أشكال اعلمهم لكثرة التركيب حيث أنه من الصعب معرفة التأثير الواقع من حمل احدى الفتحات  
على الفتحات المجاورة لها بالضبط

أما في أوروبا فقد التجنوا غالبا الى الاختاب الشبكية ذات الفتحات الكثيرة المكونة عتبا واحدا وحينئذ بناء  
على النظرية يمكن أن يحسب الحمل القاطع في كل نقطة وعزم الانثناء كذلك ثم يعين على الخصوص ردود أفعال  
نقط الارتكاز بالسهولة وردود الأفعال المذكورة هي الكميات الوحيدة المتضمنة معرفتها لأجراء الحساب  
الذى شرحناه سابقا

وفي هذه الحالة يمكن الالتجاء الى طريقة الحساب الآتية التى شرحها المعلم بريس وتؤدي الى نتائج لا تفرق عن التى  
وجدناها الا قليلا فنقول

في حساب الاعتبار الشبكي - ليكن عتب شبكي كما في شكل ٦٦  
فيه كل من القضبان المائلة حذاء  $m$  و  $n$  يحمل الى حزمة من  
القضبان المتوازية التى عددها  $n$  ثم نقطع العتب المذكور  
بستور رأسى  $SS$  فهذا المستوى لا يقابل بداهة إلا  
نصف  $n$  من القضبان المائلة من كل حزمة وحينئذ تكون  
الأحمال الواقعة على  $n$  من القضبان المائلة نصف



الكيتين







وهما كانت الحالة فهالك طريقة تعيين أبعاد العتب المذكور وهي أن تؤخذ على مسافات كافية قطاعات بمستويات رأسية س ص ويجب في كل منها عزم الانتواء ع والحمل القاطع ه المنسوبين للقوى الخارجة وهاتان الكميتان غير متعلقتين بشكل العتب الذي يكون ثقله معلوماً بالتقريب ثم يجري العمل كما أجرينا سابقاً بالنسبة لكل قطاع بأن يعتبر فيه حصول التوازن بين القوى الخارجة الناتجة عنها العزم ع والقوى ه وبين ردود الأفعال العنصرية المبينة لشدود وضغوط القطع التي تقطع المستوى س ص

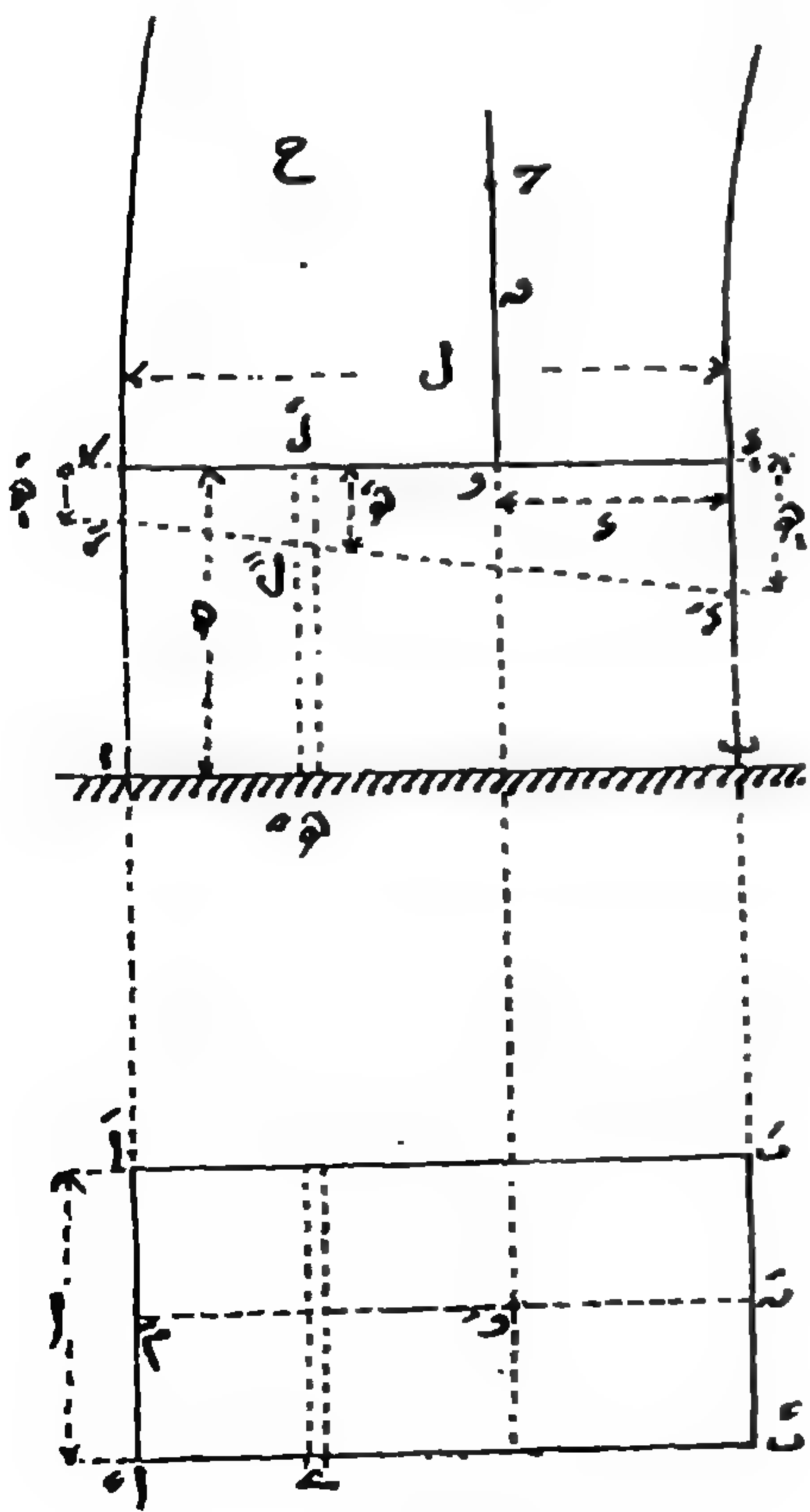
وحينئذ بناء على شروط التوازن تحدث ثلاث معادلات وتعين جميع ردود الأفعال المجهولة بشرط أن المستوى س ص لا يقابل خلافاً في الرأسين سوى قضيب مائل واحد فإذا قابل المستوى المذكور قضيبين مائلين يلزم إدخال فرض على الارتباط الواقع بين الأحمال الواقعة عليها ويجب أن يلاحظ أنه ليس ممكناً دائماً بأن التأثيرات تكون مؤثرة في الجهة التي نعين فيها في مبدأ الأمر بل أن الإشارة التي تحصل للجهد تظهر دائماً أن كان هناك خطأ أم لا وفي حال وجود الخطأ يتوصل لكميات سالبة وينتضي حينئذ تغيير شد ضغط وبالعكس وهذه الأشكال المتشعبة التركيب لا تؤدي إلا إلى وفر قليل من المادة وتزيد صعوبات العمل وحينئذ فلا يكون لاستعمالها منزلة عظيمة

### في توازن جسم ثقيل موضوع على مستوى أفقي

إذا فرض جسم ثقيل موضوع على مستوى أفقي بوجه مستو مستطيل أب شكل ٦٣ المبين بالمقدار الحقيقي بالشكل أ ب ت م وفرض أن الوجه الجانبي للجسم ح يجاور وجه الارتكاز أب مكون من مستويين عموديين على الوجه المذكور وممتدة من أضلاعه الأربعة وأن مركز الثقل د للجسم المفروض يوجد في المستوى الرأسى للمادة المتصفين م م م للضلعين أ ب م ب لوجه الارتكاز السابق ذكره

وفرض أيضاً أن السطح المستوي الموضوع عليه الجسم المفروض متين جداً بحيث يبقى مستوياً رغماً عن الانخفاض (أي العز) لتخفيف الذي يحدث له ثقل الجسم المذكور

وفرض كذلك أن الجسم ح قابل للانضغاط في جميع أجزائه على التساوى بتأثير القوى الممكن وقوعها عليه على الأقل في الجزء المجاور لوجه الارتكاز حينئذ بناء على قابلية الانضغاط هذه الحاصلة بالتساوى فإن العناصر التي كانت في الأصل



شكل ٦٣



وحيث ان الجسم ح لا يمكن ان يحدث على نفسه أقل تأثير فتأثيرات الانضغاطات المشاهدة في الأجزاء المجاورة للارتكاز تكون منسوبة حينئذ لردود أفعال الارتكاز التي تحصلتها تكون مساوية ومضادة مباشرة للشغل في الجسم المفروض

وحينئذ إذا فرضنا منشورا جزئيا قطاعه  $AA'x$  (في كمية صغيرة جدا) وارتفاعه  $ل' = ه'$  فإنه بتأثير رد فعل الارتكاز يشغل المستوى  $س'س'$  الوضع  $س'س'$  والارتفاع  $ل' = ه'$  يصير  $ل' = ه'$  والانكماش النسبي يصير  $\frac{ل'}{ل} = \frac{ه'}{ه}$  وحينئذ إذا فرضنا للقوة التي أحدثت هذا الانكماش بالرمز  $ق$  وفرضنا أن  $AA' = ١$  يكون  $ق = ١ \times ه' = ١ \times \frac{ه'}{ه}$

الذى فيه و دخل عامل اللزومة وحيث ان كلاما من الكميات و(أ) ثابت فتكون محصلة زدود الافعال هـ  
هـ ق =  $\frac{ق}{ه} \times ١ \times ح \times ع$   
ولكن حيث ان (ح ع هـ) عبارة عن مساحة شبه المخوف ر ع د ر فاذا جعلنا ر ع ل ، و د هـ هـ  
ر ع د هـ يكون

$$\frac{(1+1)1}{5} \times 1 \times \frac{9}{9} = 2.2$$

وحيث ان القوى الجزئية  $\propto$  تناسب بداهة للسطوح الجزئية  $\propto h$  فينتج محصلة ردود الانفعال المذكورة تمر بمركز ثقل شبه المخروط  $S$  و  $\bar{S}$  وحيث ان  $h$  مساوية ومضادة مباشرة لهذه المحصلة فتمر بمركز الثقل المذكور ويكون

$$\frac{(A_1 + A_2) \cdot \rho}{5} \times t \times \frac{g}{\rho} = 2$$

فإذا جعلنا  $a = 1$  أعني أن  $\rho$  هو ثقل المتر الطولي ورمزنا للبعد  $\rho$  بالرمز  $\epsilon$  أعني يكون  $\rho = \epsilon$  و  $\epsilon = \epsilon$  فنأخذ على وضع مركز ثقل شبه المنحرف يكون

$$\frac{J - s_3}{s_3 - J_5} \times p_1 = \hat{p}_1$$

$$\frac{1}{(s^2 - 1)c} \times 1 \times \frac{1}{s} = v$$

وحيث أن الضغط الجزئي الواقع في أي نقطة مثل  $L$  على سطح جزيئي  $1$  هو  $\frac{1}{\rho} \times 1 \times \rho$  فالضغط في نقطة  $L$  بالنسبة للوحدة السطحية يكون

۲ = ۹ × ۱/۹ و علیہ یکتا

$$(1) \dots \dots \frac{53-50}{5} \times 20 = 12$$

فإذا كانت م هي نهاية الأحوال المستديرة للمواد المستعملة فيلزم حصول الأمن أن يكون

$$\left(\frac{s^3}{j} - c\right) \cdot \frac{2c}{j} = \frac{s^3 - jc}{j} \times \frac{2c}{j} \leq m$$



فإذا كانت نقطة التأثير و للثقل ه تنتقل وتقرّب من نقطة ه بناء على تغيير شكل الجسم فمركز ثقل الشكل س ه و س يتبع نفس الحركة مع بقاء الأسطح ثابتا وحيث أن الضلع ه و ك يأخذ في الازدياد والضعف س ه يأخذ في النقص والضغط بالنسبة للوحدة السطحية في نقطة ه يزداد بالنسبة الى ه و ك وعلى هذا فإذا كان  $\frac{1}{\rho} = \frac{1}{\rho_0}$  فشكل س ه و ك يصير مثلثا س ه س ينحدر ويكون الضغط حيث ه في نقطة س معدوما وفي نقطة ه هو

$$ق = \frac{3c}{\rho} \dots \dots (٢)$$

أعني أنه ضعف الضغط المتوسط  $\frac{3c}{\rho}$

فإذا قربت نقطة التأثير و أيضا من نقطة ه فإن و ه يصير أصغر من ثلث س ه والشكل يصير س ه و ك كما في شكل ٦٤ بحيث يكون

$$س = و = \frac{1}{3} س ه$$

والضغط في نقطة ه يؤول حيث ه الى

$$ق = \frac{3c}{\rho} \times \frac{2}{3} \dots \dots (٣)$$

وأما في نقطة س فيكون معدوما

لكن ولو أن الضغط بالنسبة للطول س ه يكون معدوما إلا أنه يوجد فيه شد يميل لانفصال الجسم ح في هذا الجزء من الارتكاز ويظهر تأثير هذا الشد متى كانت مقاومة المواد غير كافية لمقاومة الضغط وأما الجزء س ه فيكون قابلا للتفتت بالنسبة للضغط الجزئية الواقعة عليه

فإذا صار البعد ه صغيراً بقدر ما يراى فإن الضغط

$$ق = \frac{3c}{\rho} \times \frac{2}{3}$$

يصير كبيرا بقدر ما يراى بالنسبة لمقاومة المواد والكرف ه يفتت

ملحوظ - حيث أنه لحصول الاستدامة يلزم أن لا

يتجاوز مقدار الضغط على الوحدة السطحية في نقطة ه معامل المقاومة م للمواد فيكون

$$ق \leq م$$

$$\frac{3c}{\rho} \leq م$$

وبالاختصار فإنه بعد تعويض ق بمعامل المقاومة م في قوانين (١) (٢) (٣) السابقة نؤول تلك القوانين الى

$$م = \frac{3c}{\rho} (٢ - \frac{3c}{\rho})$$



$$\frac{١٥٤}{١٣} = ٣$$

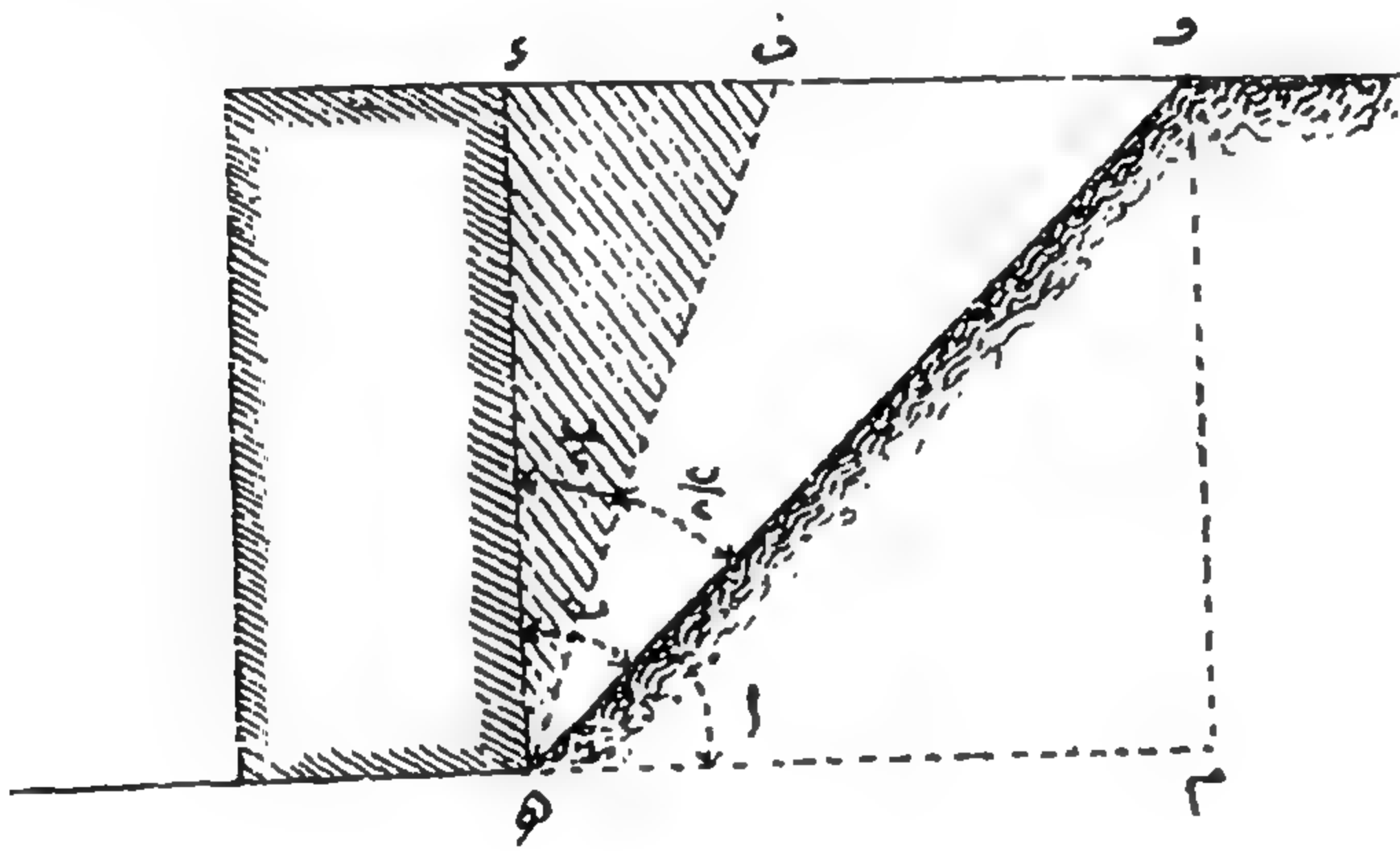
$$\frac{١٥٤}{١٣} = ٣$$

فالقانون الأول من هذه القوانين الثلاثة يكون هو المستعمل دون غيره متى كان البعد  $\epsilon$  لنقطة تأثير محصلة الضغط عن الحرف  $\delta$  أكبر من ثلث  $ل$  وأما إذا كان  $\epsilon$  مساويا لثلث  $ل$  فيستعمل القانون الثاني ويستعمل القانون الثالث متى كان  $\epsilon$  أصغر من ثلث  $ل$

### الحيطان الساندة للأتربة

لحيطان الساندة للأتربة شكلها يتغير بحسب الحالة فأما أن تكون من وجهين رأسيين وأما من وجه رأسى جهة الأتربة ووجه مائل من الجهة الأخرى أو بالعكس وأما من وجهين مائلين وقد تصنع غالبا بالوجه الداخل قصص وأحيانا تصنع أكثاف للتقوية متباعدة عن بعضها بأبعاد متساوية وتلك الأبعاد تختلف بحسب الحالة المستعملة فيها الحائط الساندة سواء كانت تلك الأكثاف من جهة الوجه الداخل أو الخارج

والميل التي تقطع عادة للوجه المائل هي  $\frac{١}{٤}$ ،  $\frac{١}{٥}$ ،  $\frac{١}{٦}$  والميل الأخير هو المستعمل بكثرة حساب دفع الأتربة - إذا فرض أن  $\epsilon$  هو الوجه الداخل للحائط الساندة للأتربة كما في شكل ٦٥ وهو



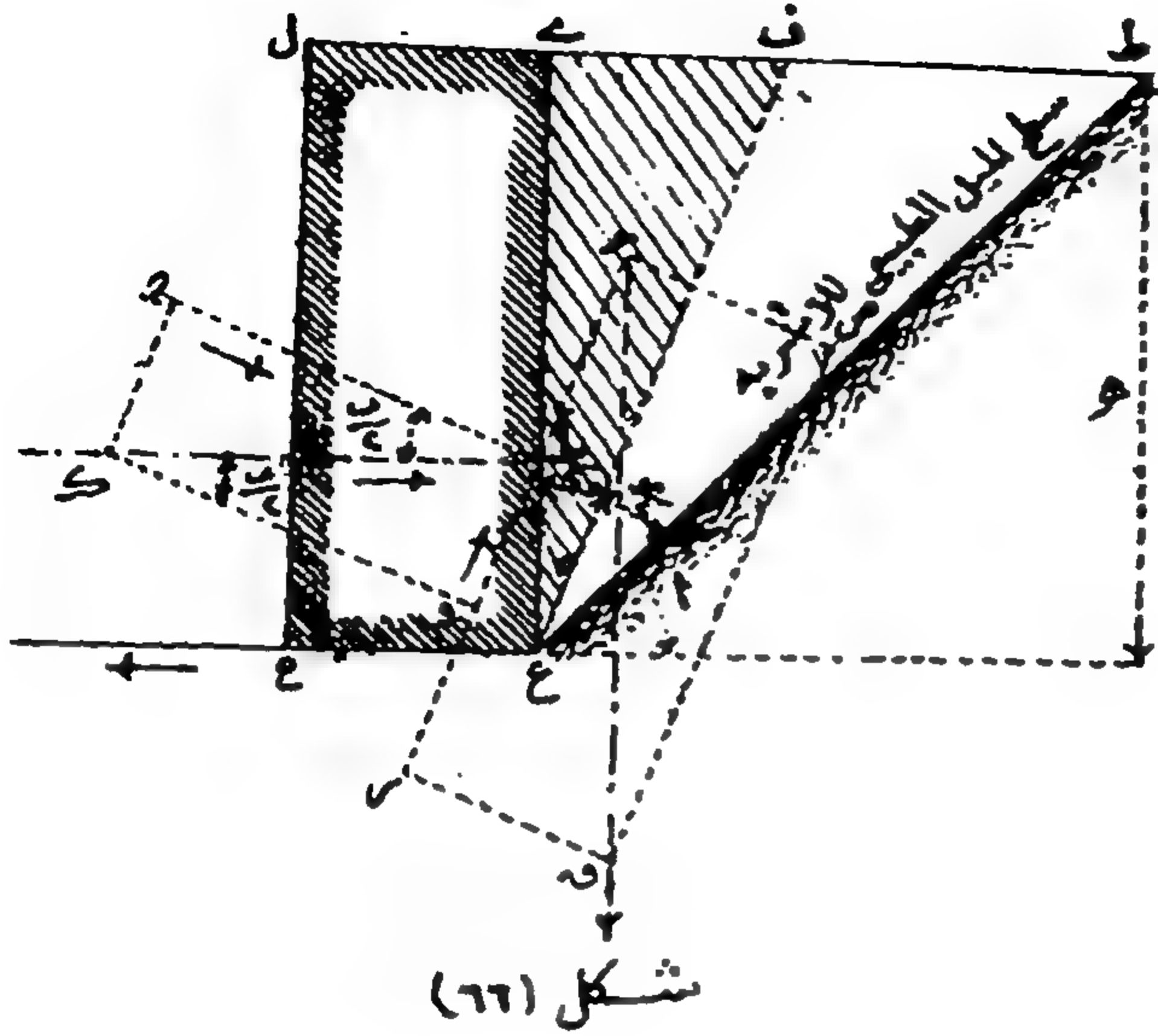
شكل ٦٥

رأسى وأن  $\epsilon$  هو السطح العلوى للأتربة وهو افقى وفي استواء قمة الحائط وكانت زاوية الميل الطبيعى للأتربة على الافق هي زاوية  $\alpha$  وهى  $\alpha = ١$  فناء على ما ظهر من الباهين الرياضية من أن جزء الأتربة الذى يحدث تأثيرا أعظم ما يمكن على الحائط الساندة من الجزء  $\epsilon$  هو للأتربة الذى زاوية ميله على الرأسى  $\epsilon$  هي  $\epsilon$  و  $\epsilon = ١ - \alpha$  هو الجزء

$\epsilon$  الذى زاوية ميله على الرأسى هي  $\epsilon = ١ - \alpha$  المحصور بين الخط المحدد للوجه الرأسى الداخل للحائط الساندة وبين الخط المنصف للزاوية الممتدة لزاوية ميل الأتربة  $\alpha$  على الافق وبين الخط المحدد للسطح العلوى للأتربة الذى يكون افقيا ومارا بقمة الحائط وهذا الجزء من الأتربة يسمى بالمنثور ذى الدفع الأعظم وعلى حسب هذا المنثور يجب الدفع الواقع من الأتربة على الحائط الساندة وأن الوجه  $\epsilon$  ف للمنثور المذكور يسمى بمستوى الانزلاق

إذا قدر هذا واعتبرنا طول متر واحد من الحائط ورمزنا لارتفاع الحائط المذكور بالرمز  $هـ$  كما في شكل ٦٦ وفرضنا أن الزاوية الممتدة لزاوية ميل الأتربة  $\alpha$  هي زاوية  $\beta$  فيكون المنثور ذو الدفع الأعظم  $هـ \epsilon$  ف وتكون مساحة قاعدته هي  $س = \frac{١}{٢} \epsilon \times \epsilon$  ف  $\epsilon = \frac{١}{٢} هـ \times \epsilon$  ف وإذا رمزنا لثقل المتر المكعب من الأتربة بحرف  $\gamma$  يكون ثقل المنثور المذكور بالنسبة للمتر الطولى هو





هـ =  $\frac{ي}{ج} \times ع$  ف  
ولكن  $ع = ف = هـ$  طابعاً حينئذ فيكون  
هـ =  $\frac{ي}{ج} \times طابعاً$

ثم نرمز بحرف ك لدفع الأتربة على الوجه  
الداخل مع الحائط ونلاحظ أنه يعلم  
مقدار الدفع المذكور متى علمت القوة المضادة  
له في الاتجاه والمزنة معه ونقول  
أن ثقل منشور الدفع هـ الذي يميل لأحد  
تحرك الحائط في الاتجاه ع ح يحلل إلى قوتين  
أحدهما حـ موازية إلى فـع والأخرى  
حـص عمودية على فـع فأما القوة الأولى

فهي التي وحدها تحدث الانزلاق وأما القوة الثانية فينشأ عنها الاحتكاك على مستوى الانزلاق فـع ومقدار  
هاتين القوتين هما

$$حـ = حـص = حـا$$

وحيث أن الثقل هـ واقع في مركز الثقل للمنشور عـ ف فالمركبة حـ تقطع الوجه مع الحائط في  
نقطة م بحيث يكون  $ع = م = \frac{ع}{ي} = \frac{هـ}{ي}$

فهذه النقطة هي التي يؤثر فيها الدفع كما سنبين على ذلك فيما بعد وحيث أن القوى التي تعارض انزلاق  
المنشور هي أولاً مدافعة كتلة الحائط لـع ح أعني المقاومة الأفقية ك التي تمنع الانقلاب وثانياً  
الاحتكاك

فيمكن تحليل المدافعة الأفقية ك إلى قوتين أحدهما وم = ك حـا (وهي قوة مقاومة) مؤثرة في  
اتجاه حـ وفي جهة مضادة لجهة القوة التي تحدث الانزلاق  
والأخرى م = ك حـص العمودية على حـ وحينئذ فتكون عمودية على عـ ف ولا تحدث سوى  
ازدياد الاحتكاك وحيث أن هذا الاحتكاك مناسب إلى حـص أعني إلى الضغط العمودي على مستوى الانزلاق عـ ف وإلى معامل  
الاحتكاك و للأتربة على نفسها فيكون مقداره هو

$$هـ = حـا (وهي قوة مقاومة)$$

وحينئذ فتكون الاحتكاك المنسوب للمركبة م ؟ للقوة ك تكون مساوية إلى

$$ك حـا (وهي قوة مقاومة)$$

وبمساواة القوة المحركة بالقوة المقاومة نحصل معادلة التوازن وهي

$$هـ = حـا + ك حـا + هـ = حـا + ك حـا$$



ومن هذه العبادلة يحدث

$$= \frac{\frac{1}{2} \ln 2 - \frac{1}{2} \ln 2}{\frac{1}{2} \ln 2 + \frac{1}{2} \ln 2}$$

## روحیات

$\frac{1}{x} = \frac{1}{\frac{1}{\frac{1}{x}}}$

$$= \frac{\frac{1}{x} + 1 - \frac{1}{x+1}}{\frac{1}{x} + 1 + \frac{1}{x+1}} \times \frac{x(x+1)}{x(x+1)}$$

$$(\frac{n}{r} + 1) \cdot \frac{1}{2} = k$$

ولكن حيث أن

و = \frac{y}{c} ط\frac{y}{c}

فیکون

$\left(\frac{\tau}{r} + 1\right) ط\frac{y}{c} = \frac{y}{c}$

× ط\frac{y}{c}

ط\frac{y}{c}

(ط\frac{y}{c}) × ط\frac{y}{c}

= س

وحيث أن  $\frac{1}{r} + \frac{1}{r_0} = \frac{1}{r_0} - \frac{1}{r_0} = 0$  فيكون

$$= \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} = \frac{1}{4}$$

$$\frac{1}{2} \times \frac{1}{2} = \frac{1}{4}$$

ومن هذه المعادلات يتعين مقدار الدفع كـ للأثرية في الحالة التي يكون فيها الوجه الداخل للجائز  
رأسيا والسطح العلوي للأثرية أفقيا ومارابعة الجائز  
والأصل الدهنية على أن هذا الدفع يمثلك ارتفاع الجائز من أسفل ويكون عموديا على الوجه  
الداخل يقال

ان مقدار الدفع المذكور يمكن وضعه بهذه الصورة

$$K = \frac{C}{\frac{P}{T}} \times \frac{P}{T}$$

ويفهم من ذلك أن الدفع <sup>في</sup> للترتبة على الوجود <sup>مع</sup> الحائط

شكل ٦٧ يحصل أيضا بضرب نقل المتر المكعب من الأترية في

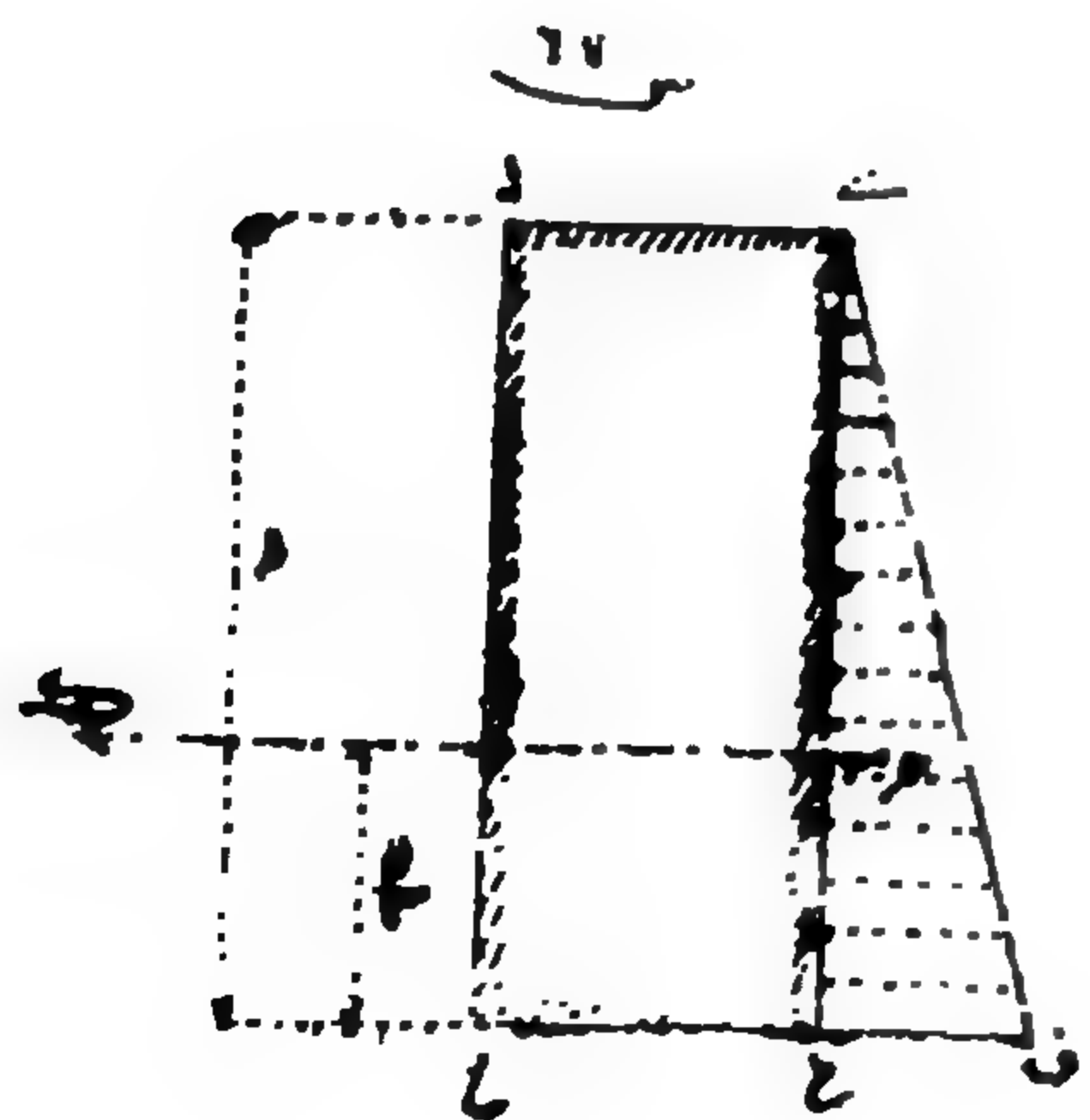
مساحة مثلث قائم الزاوية مع ارتفاع ارتفاعه و قاعدته

ع ف ح

$\frac{1}{2} \text{ m}$

وحيث ان هذه القاعدة تدل على الضم في أسفل الحائطين

الموازيات لها تدل على الضغوط في التقط المختلفة من الوجه ع على التناظر فالحصوله كجميع





هذه الضغوط الجزئية ترجيحاً بمرکز الثقل حـ للثقل أعني أنها تمر في ثلث الارتفاع هـ للكانط من أسفل وزيادة على ذلك ففوة الدفع كـ المذكورة تؤثر بالتعامد على الوجه عـ عـ حيث أنها موازية للقاعدة عـ فـ

عزم الدفع كـ - حيث ان ذراع رافعة الدفع المذكور يساوي  $\frac{2}{3}$  فيكون عزمه الذي يرزاليه بالرمز  $\frac{2}{3} \times \text{حـ} \times \text{هـ}$  هو

$$\frac{2}{3} \times \text{حـ} \times \text{هـ} \times \frac{2}{3} = \frac{4}{9} \times \text{حـ} \times \text{هـ} \times \frac{2}{3}$$

فاذا لم يقطع النظر عن تماسك الاتربة فان نقطة تأثير الدفع كـ توجد أسفل ثلث ارتفاع الكانط بقليل لكن في العمل تعتبر دائماً أنها مؤثرة في ثلث الارتفاع

عزم مقاومة الكانط - اذا اعتبرنا قطاع الكانط مستطيلاً ورزنا السكة بحرف سـ ولنقل المتر المكعب من البناء بالرمز يكون ثقل الكانط ثـ باعتبار طوله متراً واحداً هو

$$\text{ثـ} = \text{سـ} \times \text{هـ}$$

وعزمه بالنسبة لنقطة و التي هي نقطة تأثير محصلة الثقل هـ ودفع الاتربة كـ شكل ٦٨ هو

$$\text{ثـ} \times \text{حـ} = \text{سـ} \times \text{هـ} \times \text{حـ} \times \text{هـ}$$

وحينئذ لأجل حصول التوازن يكون

$$\frac{4}{9} \times \text{حـ} \times \text{هـ} \times \frac{2}{3} = \text{سـ} \times \text{هـ} \times \text{حـ} \times \text{هـ} \dots (ب)$$

$$\text{لكن } \text{حـ} = \frac{\text{سـ}}{\text{هـ}} \dots (د)$$

وحيث أنه لحصول الثبات يلزم أن المحصلة ثـ للثقل ثـ وللدفع كـ تقطع قاعدة الكانط في نقطة متباعدة عن الضلع هـ الذي تميل للدوران حوله ببعد أكثر من ثلث سن الكانط فيكون

$$\text{م} = \frac{\text{ثـ}}{\text{سـ}} \times (\frac{2}{3} - \frac{2}{3})$$

التي فيها م رمز لمعامل مقاومة البناء ومنها يحدث

$$\frac{\text{سـ}}{\text{هـ}} - \frac{\text{سـ}}{\text{هـ}} = \frac{\text{م}}{\text{هـ}}$$

وحيث أن  $\text{ثـ} = \text{سـ} \times \text{هـ}$  فيكون

$$\frac{\text{سـ}}{\text{هـ}} - \frac{\text{سـ}}{\text{هـ}} = \frac{\text{م}}{\text{هـ}} \dots (أ)$$

$$\frac{\text{سـ}}{\text{هـ}} - \frac{\text{سـ}}{\text{هـ}} = \frac{\text{م}}{\text{هـ}} \times \frac{\text{سـ}}{\text{هـ}} = \frac{\text{م}}{\text{هـ}} \times \frac{\text{سـ}}{\text{هـ}} \times \frac{\text{سـ}}{\text{هـ}} \dots (ب)$$

واذا وضع عوضاً عن م مقداره في معادلة (ب) يحدث

$$\frac{\text{سـ}}{\text{هـ}} - \frac{\text{سـ}}{\text{هـ}} = \frac{\text{م}}{\text{هـ}} \times \frac{\text{سـ}}{\text{هـ}} = \frac{\text{م}}{\text{هـ}} \times \frac{\text{سـ}}{\text{هـ}} \times \frac{\text{سـ}}{\text{هـ}} \dots (ب)$$

واذا وضع عوضاً عن م مقداره في معادلة (ب) يحدث



$$\frac{1}{4} \text{ ي } \frac{3}{4} \text{ ط } \frac{1}{4} = \frac{1}{4} \text{ هـ } \frac{1}{4} \text{ س } \times \frac{5}{4} \times \frac{4}{4} = \frac{5}{4} \text{ هـ } \frac{1}{4} \text{ س } \text{ أو } \\ \text{ ي } \frac{3}{4} \text{ ط } \frac{1}{4} = \frac{1}{4} \text{ هـ } \frac{1}{4} \text{ س } (م - ٤) \text{ ومنها يحدث } \\ \text{ س } = \text{ هـ } \frac{1}{4} \text{ ط } \frac{1}{4} \sqrt{\frac{5}{4}} \dots (٢)$$

ومن هذه المعادلة يتعين مقدار السك س  
وقد يمكن إيجاد مقدار السك س بطريقة أبسط من ذلك وهي أن يؤخذ المعزم باثنسبة للحرف الخارج  
به مباشرة فيكون

$$\frac{1}{4} \text{ هـ } \frac{1}{4} \text{ س } = \frac{1}{4} \text{ ي } \frac{3}{4} \text{ ط } \frac{1}{4}$$

وحيث أن مقدار س المستخرج من المعادلة يحدث للحائط توازنا وقتيا بسبب أن محصلة جميع الضغوط  
الواقعة على الحائط تمر بالحرف الخارج هـ الذي تدور حوله الحائط المذكورة بمجرد حصول أدنى فرق  
في التوازن

فحينئذ لأجل التحقق من حصول الاستدانة يقتضى ضرب الطرف الثانى من المعادلة السابقة فى معامل  
أكبر من الواحد وقد ظهر من التجربة أنه يلزم جعل المعامل المذكور مساويا لـ ١ وعلى هذا يكون

$$\frac{1}{4} \text{ هـ } \frac{1}{4} \text{ س } = \frac{1}{4} \text{ ي } \frac{3}{4} \text{ ط } \frac{1}{4} \text{ أو } \\ \frac{1}{4} \text{ هـ } \frac{1}{4} \text{ س } = \frac{1}{4} \text{ ي } \frac{3}{4} \text{ ط } \frac{1}{4} \text{ ومنها يحدث } \\ \text{ س } = \text{ هـ } \frac{1}{4} \text{ ط } \frac{1}{4} \sqrt{\frac{5}{4}} \dots (١)$$

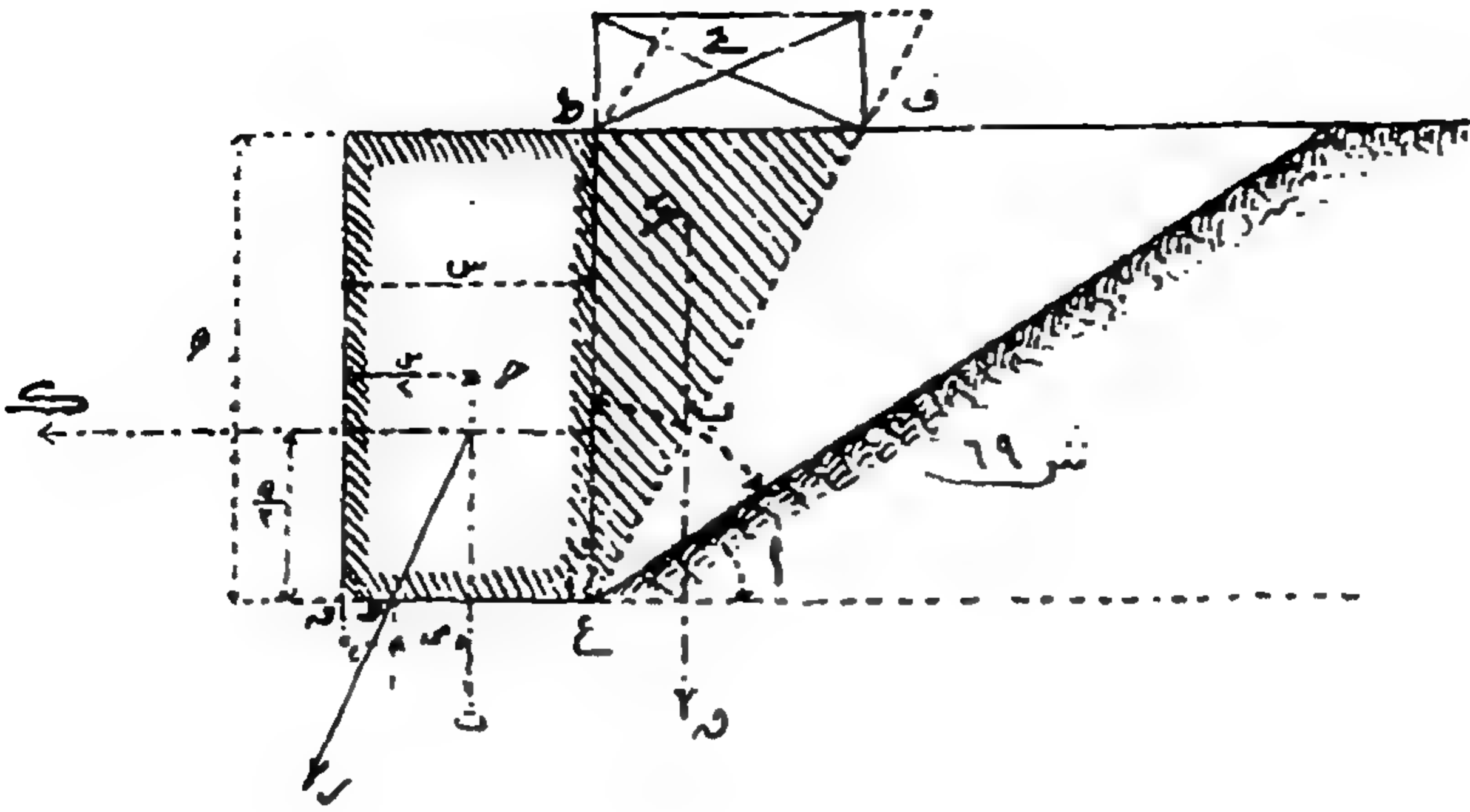
ولا يخفى أن الأسباب الأصلية التى ينشأ عنها تلف الحيطان الساندة ثلاثة وهى الانقلاب  
والانزلاق والتفتت فلو أثر أحد هذه الأسباب بمفرده أو بالاشتراك مع أحد السببين الآخرين  
أو كلاهما على حائط ساندة لسقطت تلك الحائط فى الحال وقد ثبت من التجارب أنه إذا كانت الحائط تقاوم  
تأثيرى التفتت والانقلاب فلا يخشى عليها من تأثير الانزلاق

فعلى هذا يقتضى للأمن على ثبات الحائط وعدم كسرها أن يتحقق بعد تعيين سمكها أو لا من أن الضغط فى  
أى نقطة من سطح المدمالك الأسفل للحائط يلزم أن يكون أقل من معامل المقاومة م أو فى النهاية مساويا له  
وثانيا من أن اتجاه محصلة دفع الأتربة وثقل الحائط معا يلزم أن يكون قاطعا لسطح القاعدة فى نقطة متباعدة  
عن الضلع الذى تميل الحائط للدوران حوله بمقدار أزيد من ثلث السك أو فى النهاية المعرفه مساويا لثلث السك  
المذكور

وثالثا من أن مقدار الاحتكاك الناشئ من المركبة الرأسية للمحصول السابقة على سطح الأساس يلزم  
أن يكون أكبر من قوة الانزلاق أى أكبر من المركبة الأفقية للمحصول المذكورة

الحالة التى يوجد فيها فوق سطح الأتربة حمل اضافى - إذا كان المنشور ذو الدفع الأعظم  
محمالا بحمل اضافى فحينئذ تنطبق الحالة فأنه يلزم اضافة ثقل الحمل المذكور على ثقله وحينئذ لتعيين السك س  
للحائط الساندة مع ملاحظة تطبيق الحساب دائما على طول متر واحد من الحائط والمنشور ذى





الدفع الأعظم نمر بالرمز  
ع للثقل الكلي للحمل الإضافي  
الواقع على المنشور ذي الدفع  
الأعظم المذكور وبالرمز  
لثقل الحمل الإضافي المذكور  
بالنسبة للمربع ثم نعتبر  
بأق الرموز السابقة ونلاحظ  
أن ثقل المنشور ذي الدفع  
الأعظم والحالة السابقة هو

وكذا مقدار الدفع هو

$$و = \frac{1}{2} \gamma \cdot ط \cdot \frac{1}{2}$$

$$ك = \frac{1}{2} \gamma \cdot ط \cdot \frac{1}{2}$$

ويفهم من ذلك أن

$$ك = و \times ط \cdot \frac{1}{2}$$

وحيث باعتبار الثقل الإضافي ع يقتضى تعويض د بالمقدار و + ع وعليه يكون

$$ك = (و + ع) \cdot ط \cdot \frac{1}{2}$$

وحيث أن ع = و × ف = و × ط × و × ط × ف فيكون

$$ك = \left( \frac{1}{2} \gamma \cdot ط \cdot \frac{1}{2} + و \cdot ط \cdot \frac{1}{2} \right) \cdot ط \cdot \frac{1}{2} \text{ أو}$$

$$ك = و \cdot ط \cdot \left( \frac{1}{2} + و \right) \cdot ط \cdot \frac{1}{2} \text{ أو}$$

$$ك = و \cdot ط \cdot \left( \frac{1}{2} + و \right) \cdot ط \cdot \frac{1}{2}$$

$$\frac{ع}{و} = \frac{و \cdot ط \cdot \left( \frac{1}{2} + و \right) \cdot ط \cdot \frac{1}{2}}{\frac{1}{2} \gamma \cdot ط \cdot \frac{1}{2}} = \frac{و \cdot ط \cdot \left( \frac{1}{2} + و \right) \cdot ط \cdot \frac{1}{2}}{\frac{1}{2} \gamma \cdot ط \cdot \frac{1}{2}} = \frac{و \cdot ط \cdot \left( \frac{1}{2} + و \right) \cdot ط \cdot \frac{1}{2}}{\frac{1}{2} \gamma \cdot ط \cdot \frac{1}{2}}$$

وعزم هذا الدفع هو

$$\frac{ع}{و} = \frac{و \cdot ط \cdot \left( \frac{1}{2} + و \right) \cdot ط \cdot \frac{1}{2}}{\frac{1}{2} \gamma \cdot ط \cdot \frac{1}{2}} = \frac{و \cdot ط \cdot \left( \frac{1}{2} + و \right) \cdot ط \cdot \frac{1}{2}}{\frac{1}{2} \gamma \cdot ط \cdot \frac{1}{2}} = \frac{و \cdot ط \cdot \left( \frac{1}{2} + و \right) \cdot ط \cdot \frac{1}{2}}{\frac{1}{2} \gamma \cdot ط \cdot \frac{1}{2}}$$

وعزم ثقل الحائط هو

$$\frac{ع}{و} = \frac{و \cdot ط \cdot \left( \frac{1}{2} + و \right) \cdot ط \cdot \frac{1}{2}}{\frac{1}{2} \gamma \cdot ط \cdot \frac{1}{2}} = \frac{و \cdot ط \cdot \left( \frac{1}{2} + و \right) \cdot ط \cdot \frac{1}{2}}{\frac{1}{2} \gamma \cdot ط \cdot \frac{1}{2}} = \frac{و \cdot ط \cdot \left( \frac{1}{2} + و \right) \cdot ط \cdot \frac{1}{2}}{\frac{1}{2} \gamma \cdot ط \cdot \frac{1}{2}}$$

أعني يكون

$$\frac{ع}{و} = \frac{و \cdot ط \cdot \left( \frac{1}{2} + و \right) \cdot ط \cdot \frac{1}{2}}{\frac{1}{2} \gamma \cdot ط \cdot \frac{1}{2}} = \frac{و \cdot ط \cdot \left( \frac{1}{2} + و \right) \cdot ط \cdot \frac{1}{2}}{\frac{1}{2} \gamma \cdot ط \cdot \frac{1}{2}} = \frac{و \cdot ط \cdot \left( \frac{1}{2} + و \right) \cdot ط \cdot \frac{1}{2}}{\frac{1}{2} \gamma \cdot ط \cdot \frac{1}{2}}$$

$$س = و \cdot ط \cdot \frac{1}{2} \sqrt{\frac{ع}{و} + \frac{و}{ع}} \dots \dots \dots (٢)$$

ويمكن حساب السك س بطريقة أخذ العزم بالنسبة لنقطة و التي هي نقطة تأثير المحملة كالطريقة السابقة فيكون

$$س = و \cdot ط \cdot \frac{1}{2} \sqrt{\frac{ع}{و} + \frac{و}{ع}} \dots \dots \dots (١)$$

تنبيه - بمجرد ازدياد الحمل الإضافي فإن نقطة تأثير الدفع ترتفع عن تلك الارتفاع ه للحائط وأمام وجهة  
لخط المنصف ع ف فلا يبقى على حاله إلا إذا كان الحمل الإضافي المذكور موزعاً بانتظام على المنشور ذي  
الدفع الأعظم والحالة الكثيرة الاعتبار

وفي العمل



وفي العمل لا يتغير على العموم الأحوال التي تغير نقطة تأثير الدفع ووضع الخط المنصف للزاوية ما إذا اختلف ذلك تكون مسألة سند الأتربة متشعبة وغير منتهية عوضاً عن أن تكون دأخلة تحت حكم القواعد العمومية السهلة الفهم والمستعملة في التطبيقات

وقد ظهر بناء على المناقشات الرياضية العديدة أنه مهما كان شكل الحائط الساندة وشكل الأتربة المطلوب سندها فإنه يمكن اعتبار اتجاه دفع الأتربة أفقياً

في تعيين أسلاك الخيطان الساندة في الأحوال المختلفة الآتية

أولاً - إذا كان كل من الوجهين الداخل والخارج للحائط مائلاً بحيث أن ميل الوجه الخارج =  $\frac{1}{2}$  وميل الوجه الداخل =  $\frac{1}{2}$  وأن ارتفاع الحائط =  $h$  وسطح الأتربة أفقياً وفي استواء قمة الحائط كما في شكل ٧٠

$$س = h \left[ - \left( \frac{1}{2} + \frac{1}{2} \right) \pm \sqrt{\frac{c}{2} \left( \frac{1}{2} + \frac{1}{2} \right) + \frac{1}{2} \left( \frac{1}{2} - \frac{1}{2} \right)} \right] \dots (١٣)$$

وهذا القانون محسوب على اعتبار أن مقدار

دفع الأتربة ناشئ عن دفع المنشور فع ط

فقط ومقطع النظر عن المنشور وعن ف

حيث أن هذا المنشور من الأتربة لا يؤثر

على الحائط بالنسبة للدوران حول الكرفح بغم

وإن كان يؤثر على الحائط بالنسبة للارتفاع إلا أنه متى

كان الحائط كافياً لمقاومة تأثيره لا تقلب والمقت فأنه

لا يخشى عليه من تأثير الانزلاق كما سبق

وثانياً إذا كان الوجه الخارج للحائط مائلاً

والداخل رأسياً وسطح الأتربة أفقياً كما في

شكل ٧١ فأن سلك الحائط في القمة يتعين من القانون

$$س = h \left[ - \frac{1}{2} \pm \sqrt{\frac{c}{2} \left( \frac{1}{2} + \frac{1}{2} \right) + \frac{1}{2} \left( \frac{1}{2} - \frac{1}{2} \right)} \right] \dots (١٤)$$

وثالثاً إذا كان الوجه الداخل للحائط مائلاً والخارج رأسياً وسطح

الأتربة أفقياً كما في شكل ٧٢ فأن سلك الحائط في القمة يتعين من

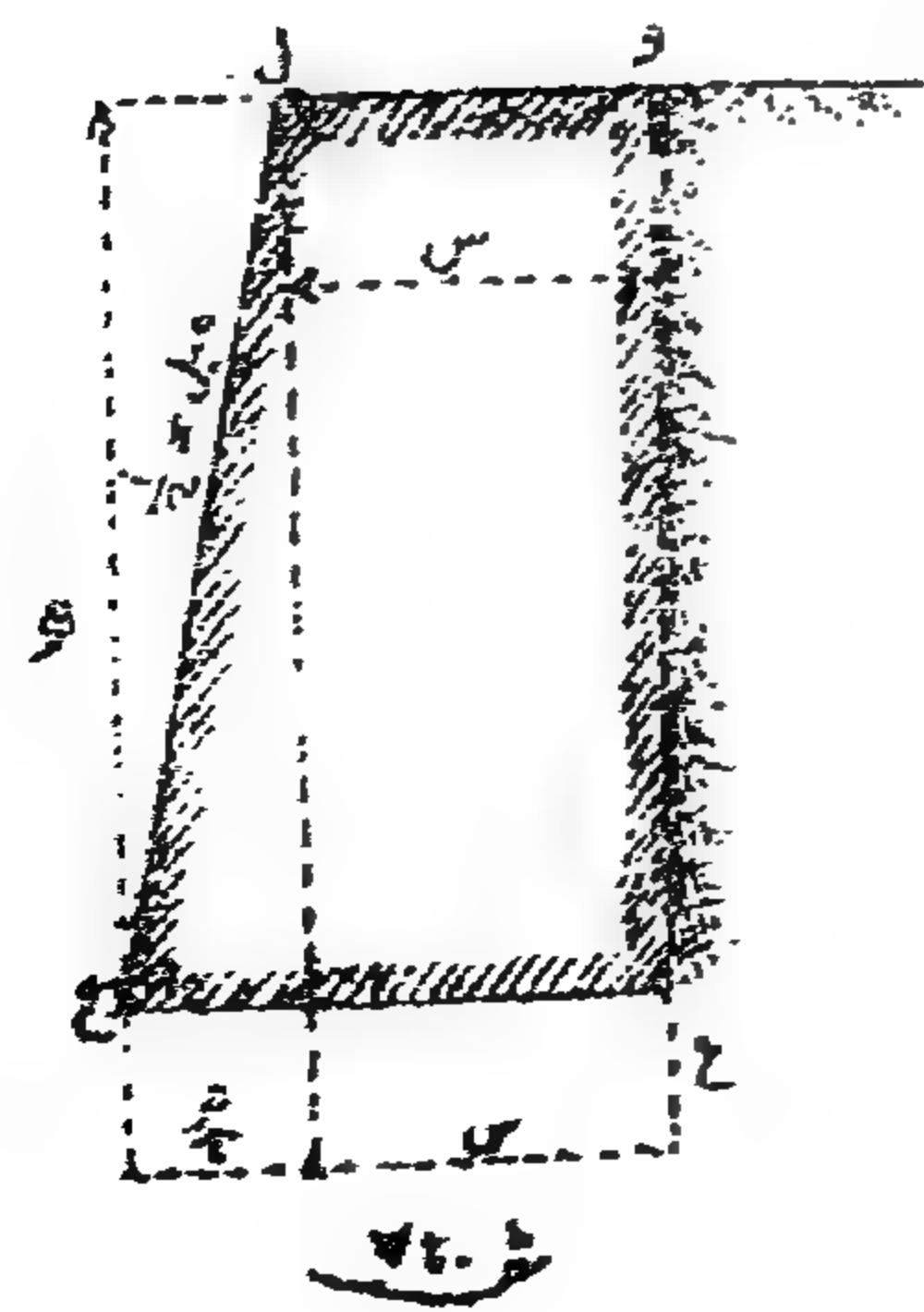
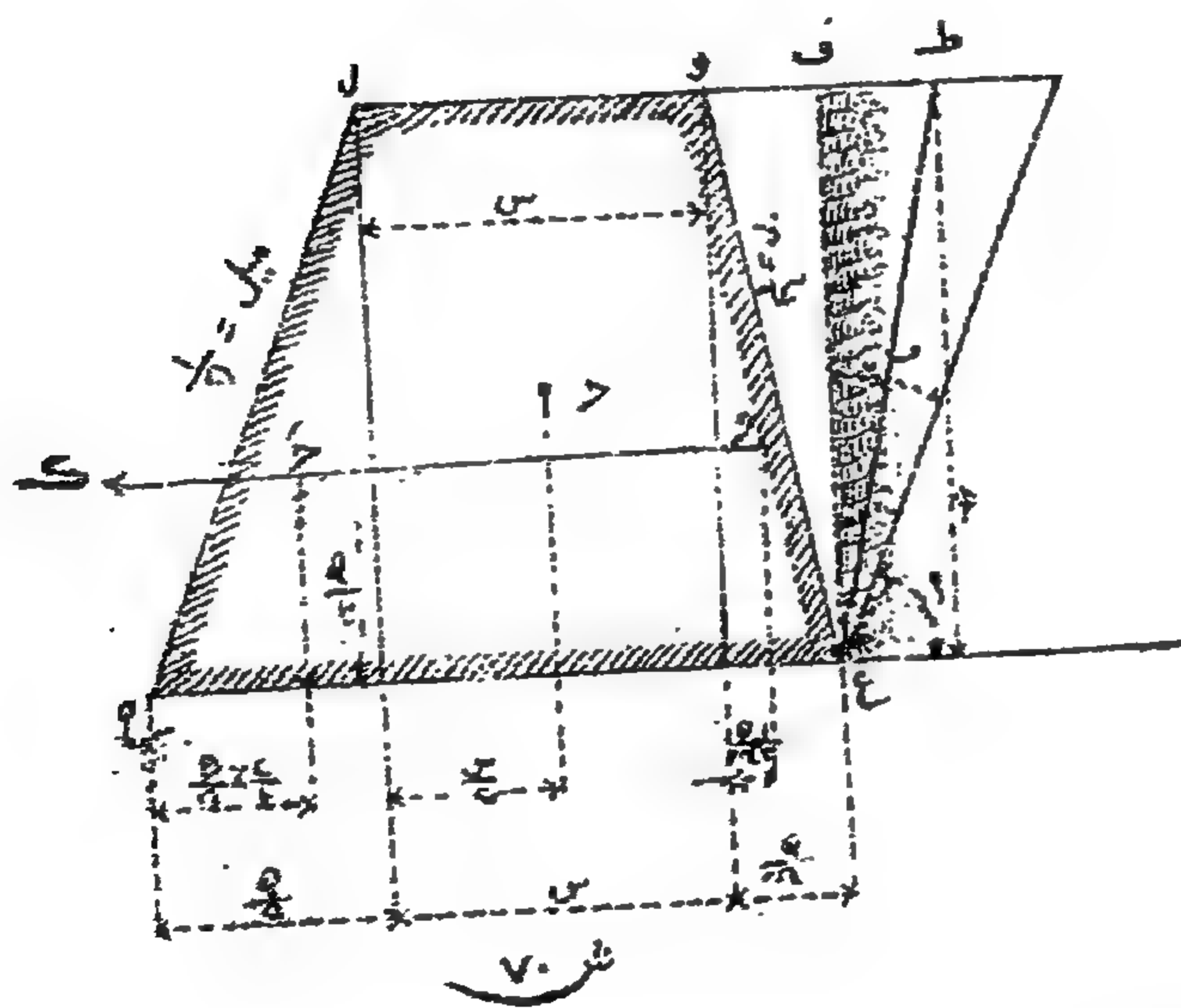
القانون

$$س = h \left[ - \frac{1}{2} \pm \sqrt{\frac{c}{2} \left( \frac{1}{2} + \frac{1}{2} \right) + \frac{1}{2} \left( \frac{1}{2} - \frac{1}{2} \right)} \right] \dots (١٥)$$

وإذا أريد عمل حائط ساندة يكون بها قصص من الداخل فيجب

سلك الحائط المذكور في القمة بقانون (١٥) أيضاً باعتبار أن الوجه

الداخل وعن مائل بميل  $\frac{1}{2}$  وأن خط الميل وعن يكون ماراً

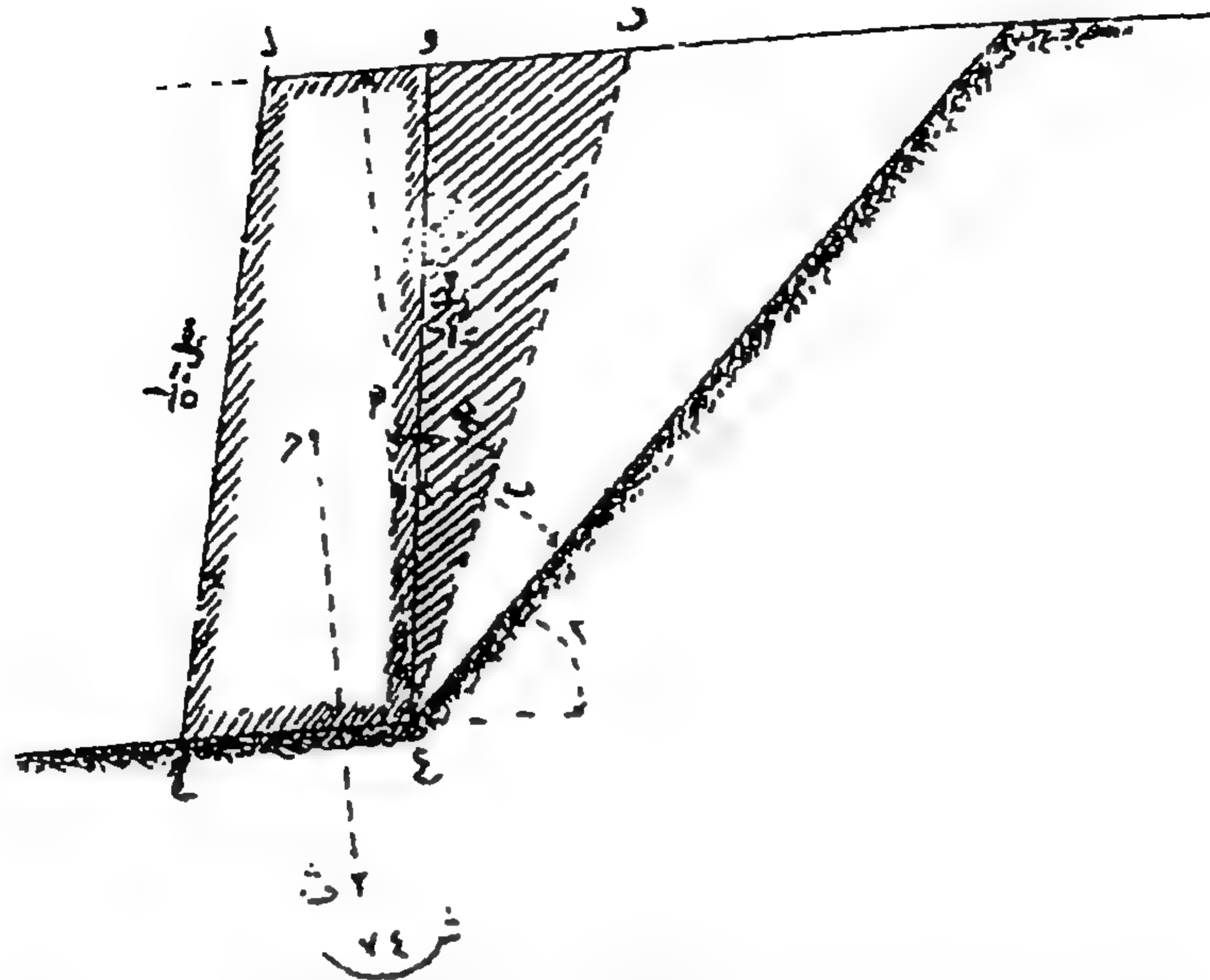








والمليون الكثير الاستعمال في مثل هذه الحيطان هما  $\frac{1}{2}$  بالنسبة للوجه الخارج،  $\frac{1}{2}$  بالنسبة للوجه الداخل كما في شكل ٧٤ وبواسطة



فإن الخط الرأسى المار بمركز الثقل يكون محققا للشرط السابق مهما كان ارتفاع الحائط. وحينئذ إذا كان ميل الوجه الخارج هو  $\frac{1}{2}$  وميل الوجه الداخل هو  $\frac{1}{2}$  كما في شكل ٧٥ فإن سمك الحائط في القمة يتعين من القانون

$$س = هـ - \left[ \frac{1}{2} - \left( \frac{1}{2} - \frac{1}{2} \right) \right] \pm \sqrt{\frac{1}{2} \left( \frac{1}{2} - \frac{1}{2} \right) + \left( \frac{1}{2} - \frac{1}{2} \right)^2} \dots (٩)$$

تحقيق هذا القانون - إذا جعل في هذا القانون  $\frac{1}{2} = 0$  فإن الوجه ع يصير رأسيا وتكون زاوية و = ٠ وعليه يكون طاو = ٠ ويحدث

$$س = هـ - \left[ \frac{1}{2} - \left( \frac{1}{2} - \frac{1}{2} \right) \right] \pm \sqrt{\frac{1}{2} \left( \frac{1}{2} - \frac{1}{2} \right) + \left( \frac{1}{2} - \frac{1}{2} \right)^2}$$

وهو قانون (٤) السابق

فحق كانت الحائط المائلة الى الداخل سائدة لأتربة عليها حمل اضافى كما سبق فإن سمك الحائط يتعين من القانون

$$س = هـ - \left[ \frac{1}{2} - \left( \frac{1}{2} - \frac{1}{2} \right) \right] \pm \sqrt{\frac{1}{2} \left( \frac{1}{2} - \frac{1}{2} \right) + \left( \frac{1}{2} - \frac{1}{2} \right)^2} \dots (١٠)$$

في حيطان التكبسية

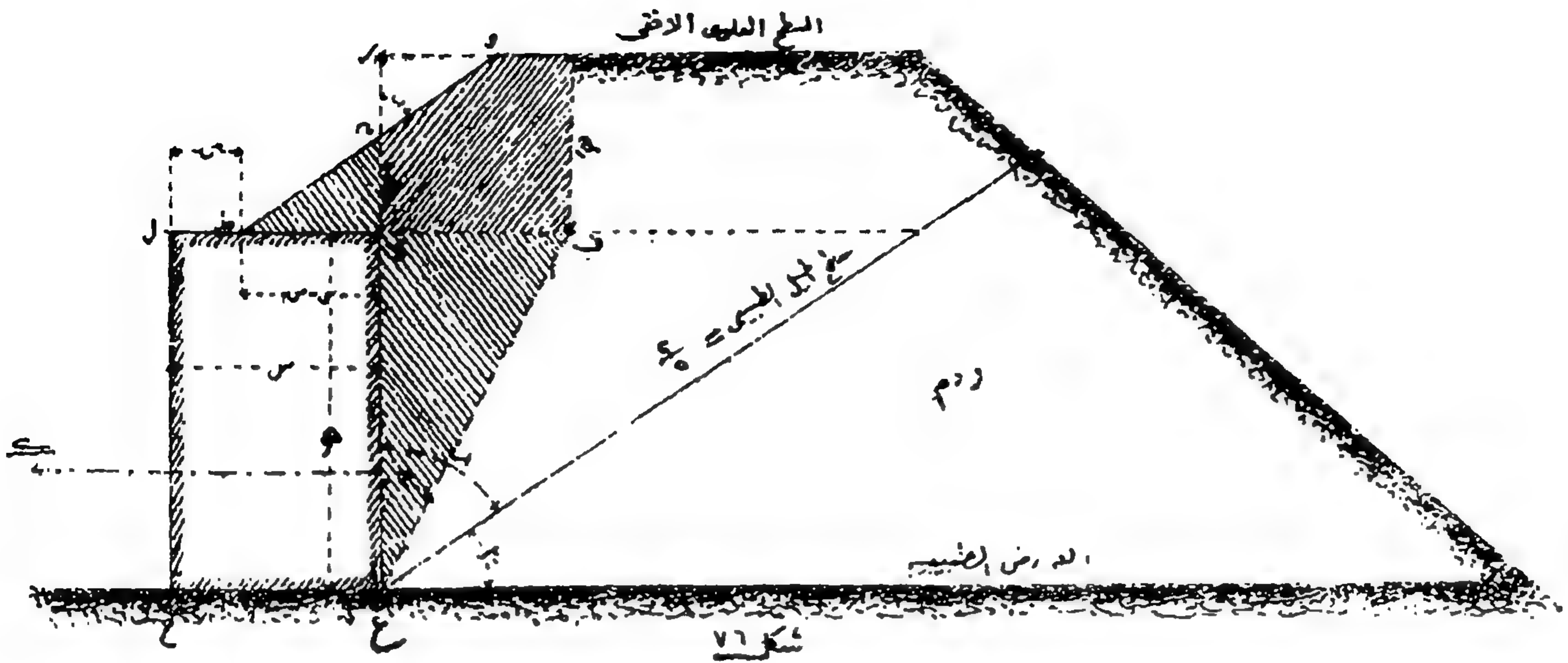
حيطان التكبسية لاتقار الا جزأ من ميل الأتربة وفي هذه الحالة تمتاز عن الحيطان السائدة للأتربة بكون جانب من نفس الأتربة الأصلية يكون واقعا على جزء من قبة الحائط كما هو مشاهد من الشكل ٧٦

ففي حالة ما يكون وجهها حائط التكبسية الخارج والداخل رأسيين وكانت المداليم هي ع و د هـ، ل ط = س، ١ = هـ، شكل ٧٦ فإن مقدار السمك س يتعين بواسطة حل عدة قوانين مرتبطة مع بعضها بالمعاليم الا ان نتيجة ذلك تقرب بكثير من استعمال القانون الذى وضعه المعلم بونسلية بهذا الخصوص وهو

$$س = ٨٤٥ \cdot \frac{1}{2} \left( \frac{1}{2} + \frac{1}{2} \right) \pm \sqrt{\frac{1}{2} \left( \frac{1}{2} - \frac{1}{2} \right) + \left( \frac{1}{2} - \frac{1}{2} \right)^2} \dots (١١)$$

فإذا كان ب = هـ، ١ = هـ، فإن القانون السابق يؤول الى





اذا كان  $m = 5$  ،  $y = 1700$  كيلوجرام ،  $s = 1000$  ، لنجد مع ملاحظة ان مقداری  $y$  ،  $s$  هما المقداران المستعملان عادة في المتوسط فان قانون (1) يقول ان

فإذا كان نليل مبينا كسر  $\frac{1}{2}$  أي ان القاعدة = ٣٠٠ والارتفاع = ٤٠٠ فإن زاوية الانزلاق = ٣٠° ١٨' ٥٠" ، طالع = ٥٠° ٣٠' ٥٠" وجعل = ٤٠٠ كج ١٨٠٠ = ١٨٠٠ كلو جرام فان قانون (١) يكون أيضا الى

وباعتبار معاليم قانون (١٣) ماعدا ١ الذي يجعل مساويا الى ١٦٠٠ كج وجعل  $\frac{1}{5} = \frac{1}{2}$  ٦  
 $\frac{1}{3} = \frac{1}{2}$  فان قانون (٩) يقول الى

وبتغييره وجعله مساويا الى ١٤٠٠ كج فان قانون (٩) المذكور يؤول ايضا الى

وقد يستعمل القافران الآتيان لحساب الاسماء المتوسطة بين للحيطان الساندة المائنة الى الداخل  
فهي الأحوال البسيطة المستعملة في العمل حينما يكون الميل الخارج =  $\frac{1}{2}$  والميل الداخل =  $\frac{1}{2}$  وهما

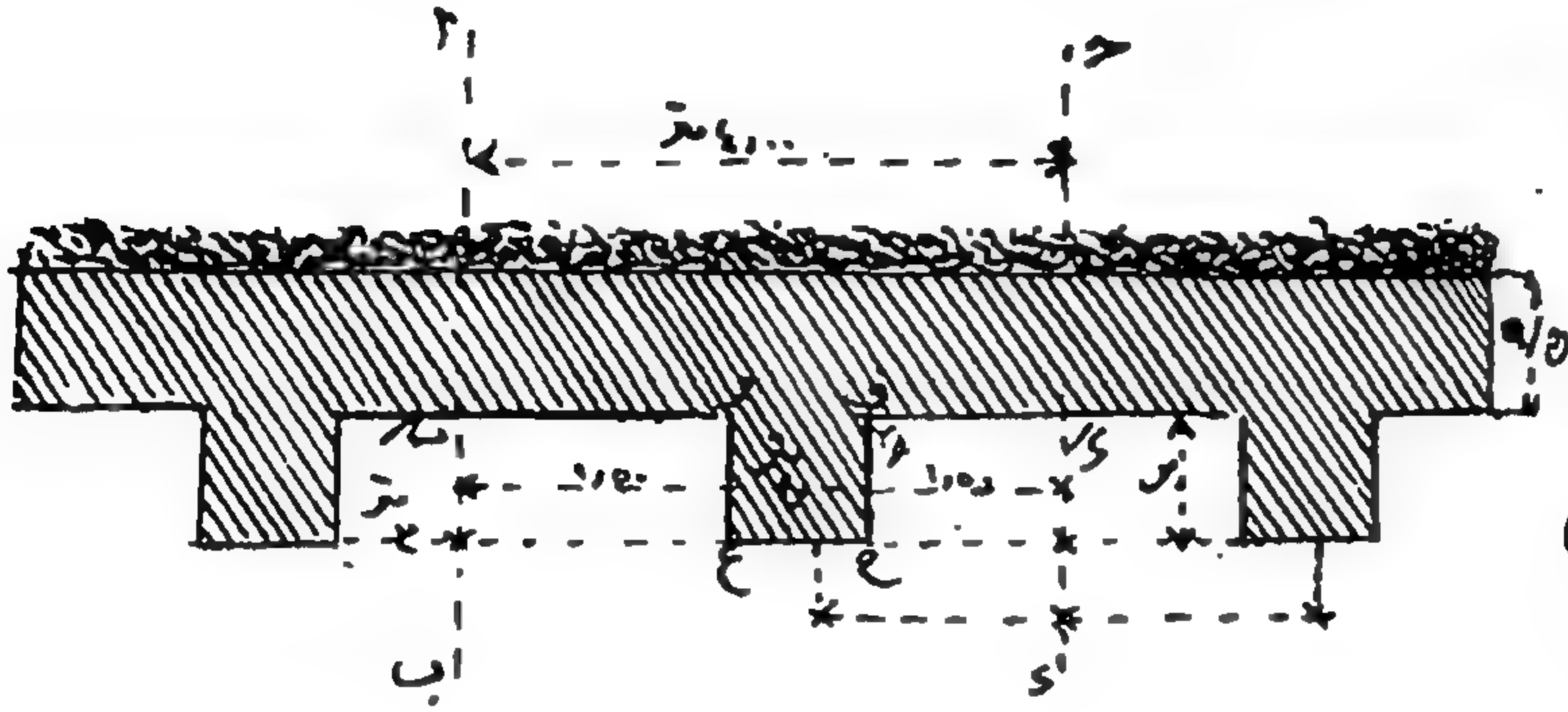
(۱۶) بی بی خاتون و بی بی کنان و بی بی ...

فہمید



## في الحيطان الساندة ذات الأكتاف الداخلة والخارجة

قد تصنع أحيانا حيطان ساندة ذات أكتاف للتقوية من الخارج أو من الداخل شكلي ٧٨، ٧٧ وهذه الأكتاف تكون متباعدة عادة عن بعضها من محور إلى آخر بمقدار أربعة أمتار ويكون عرض الكتف مترا واحدا وقطاعه البارز مستطيلا عادة وفي حالة ما يراد جعل هذا القطاع شبه منحرف فإنه بعد حساب بروزه على اعتبار أن القطاع مستطيل يحول إلى قطاع شبه منحرف مكافئ له وأما



وجها نفس الحائط الأصلية من الداخل والخارج فيكونان رأسيين على الدوار وقد يجعل بناء على ما ظهر من التجارب السك أن الحائط الأصلية أن توضع مساويا إلى خمس أو سدس ارتفاع الاتربة المسندة أعني أن السك

أما  $\frac{h}{j}$ ، ك يتغير من ٥ إلى ٦

ثم أنه لحساب مقدار بروز الكتف س يؤخذ عزم الكتلة  $أ د و$  ف ح ع و  $و$  المحصورة بين القطاعين  $أ ب$ ،  $د و$  المارين بالمنصفين  $ت$ ،  $و$  بالنسبة للحرف  $ع ح$  الذي يمثل الكتلة المذكورة للدواران حوله بتأثير دفع الاتربة ويساوي العزم المذكور بجزم دفع الاتربة بالنسبة للحرف المذكور وعلى هذا فيكون

$$س = \frac{h}{j} (-\pm \sqrt{14 + 4.76 \cdot \frac{h}{j}}) \dots (١٨)$$

وهذا القانون مؤسس على فرض أن الميل الطبيعي للاتربة معين

بكمية  $ع$  أعني أن الارتفاع  $ع$  والقاعدة  $٣$

وفي حالة ما يكون الميل الطبيعي للاتربة يساوي  $٤٥^\circ$  فإن قانون

(١٨) يقول إلى

$$س = \frac{h}{j} (-\pm \sqrt{14 + 4.76 \cdot \frac{h}{j}}) \dots (١٩)$$

قد اعتبر في تعيين قانوني (١٨)، (١٩) أنه ليس هناك حمل اضافي

وهذا أمر لا يتناقض في أغلب الأحيان وحينئذ إذا فرضنا الارتفاع

المقابل للحمل الإضافي الواقع على المتر المربع من السطح العلوي للاتربة باعتباره

اتربة بالوزن  $هـ$  فيلزم إضافة هذا الارتفاع

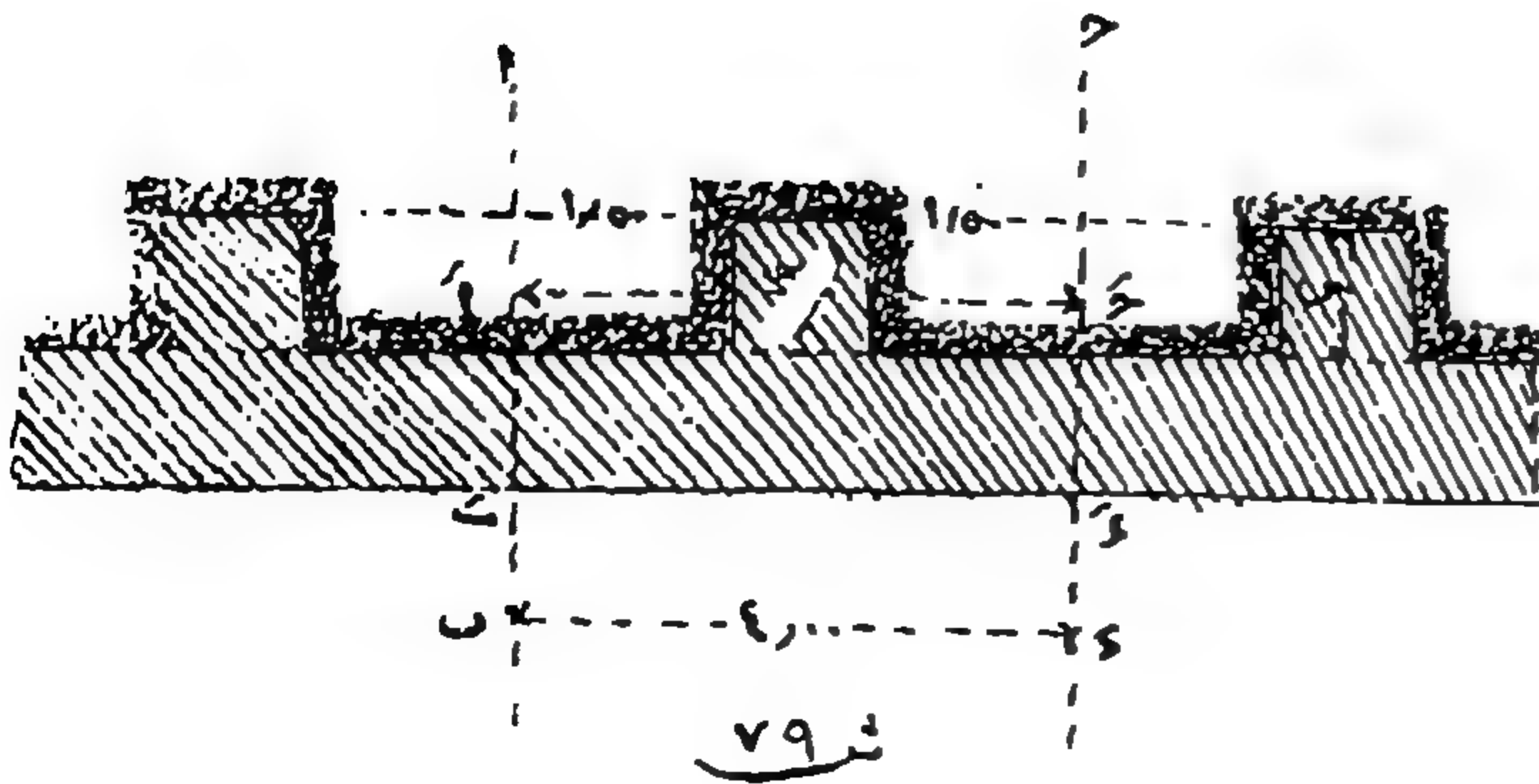
إلى  $هـ$  وحينئذ يكون سمك الحائط الأصلي مساويا إلى

$$\frac{هـ + هـ}{ج}$$

وإذا كانت أكتاف التقوية من الداخل كما في شكلي ٧٩، ٨٠

وكان الميل الطبيعي للاتربة مساويا  $٤٥^\circ$  فإن مقدار

البروز س للكتف يتعين من القانون

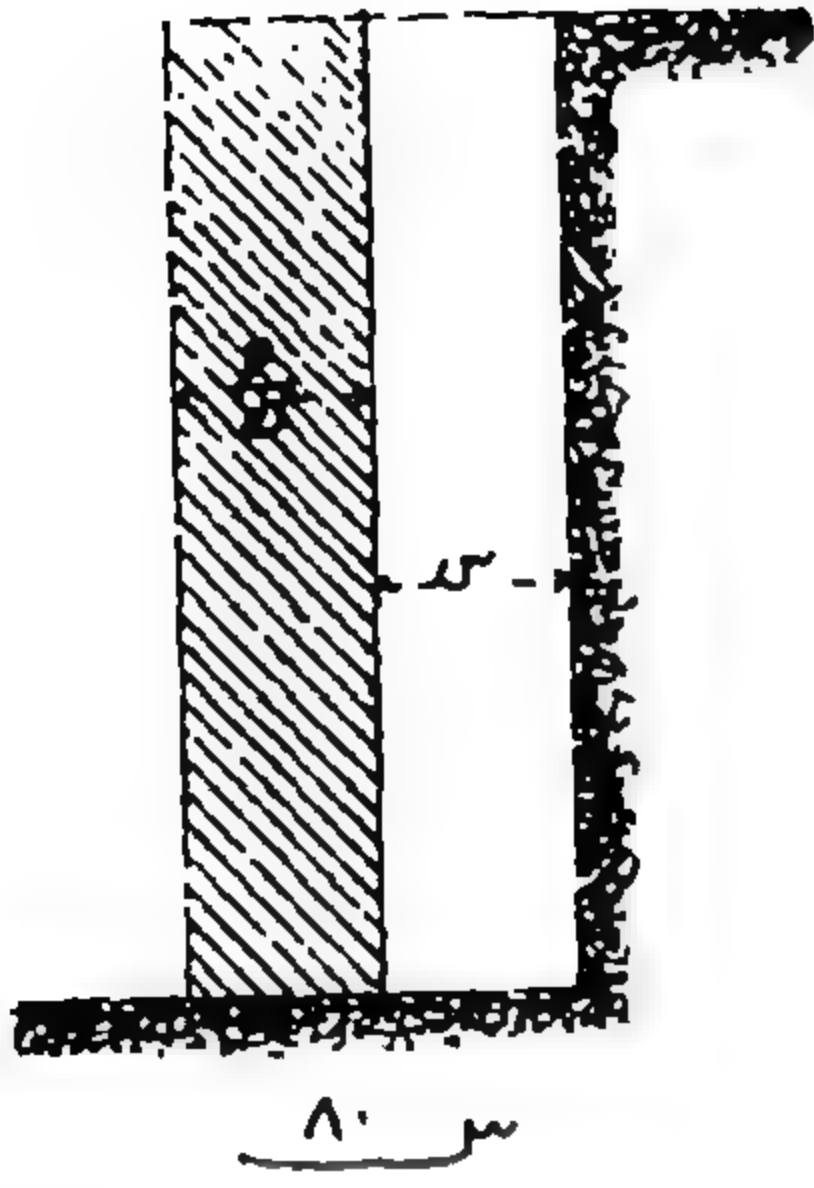




$$S = \frac{H}{L} (-1 \pm \sqrt{3.264 - 0.0001}) \dots (٢٠)$$

وإذا كان الميل الطبيعي للأتربة يساوي ٤٥ فيكون مقدار السبك  
معينا من القانون

$$S = \frac{H}{L} (-1 \pm \sqrt{3.264 - 0.0001}) \dots (٢١)$$



وهناك جدولا مشتقا على نوع الأتربة وثقل المتر المكعب منها والميل  
الطبيعي لها

نوع الأتربة	مقادير الميل الطبيعي للأتربة على الأفق	نوع الأتربة	مقادير الميل الطبيعي للأتربة على الأفق	نوع الأتربة
رمل ناعم جاف	يختلف من	١	١٦٠٠	من ٤٠ إلى ٥٠
رمل ناعم جدا	١٤٠٠ إلى ١٩٠٠	٢	١٩٨٠	من ٢٠ إلى ٢٥
رمل الأنهار	على حسب كونه مخلوطا بالأتربة أو نقيا	٣	من ١٦٠٠ إلى ١٧٠٠	من ٣٠ إلى ٣٧
رمل ناعم جاف جدا	١٥٠٠	٤	١٨٦٠	٤٥
تراب طمي جاف	١٤٠٠	٥	١٦٠٠	من ٣٥ إلى ٤٠
تراب طمي رطب	١٩٠٠	٦	١٠٠٠	..

وهناك جدولا آخر يشتمل على ثقل المتر المكعب من البناء بالنسبة للمواد المختلفة ونهاية الحمل الذي يتحملة  
مع الامن على السنتر المربع

انواع البناء	نهاية الحمل على السنتر المربع بالكيلوجرام	انواع البناء	نهاية الحمل على السنتر المربع بالكيلوجرام	انواع البناء	نهاية الحمل على السنتر المربع بالكيلوجرام
بناء من حجارة الآلة الحديد	٤٦٠٠ إلى ٤٨٠٠	٣٠ إلى ٤٠	٢٣٠٠ إلى ٢٤٠٠	١٠ إلى ١٢	من ١٠ إلى ١٢
بناء بالدبش الحديد وبمونة جيدة	٤٤٠٠ إلى ٤٦٠٠	١٤ إلى ٢٠	١٨٠٠ إلى ١٩٠٠	٦	٦
بناء معتاد بالدبش	٢٢٠٠ إلى ٢٤٠٠	٧	١٨٠٠ إلى ١٩٠٠	١٠	١٠
خراسان بمونة معتادة	٢٣٠٠ إلى ٢٤٠٠	٥	١٨٠٠ إلى ١٩٠٠	١٤	١٤

أيضا معاملات الاحتكاك بالنسبة للأساسات المختلفة فهي كالآتي



۷۸ اذ آكان الأساس تحيرا ای بنا، مالديش

إذا كان ارتفاع المياه المطلوب سندها هو  $h$  واعتبرنا طول الحائط مساويا للوحدة الطولية أي مساويا مترا واحدا وفرضنا أن وجهها رأسيان ووزنها

لكن من المعلوم أن في مثل هذه الحالة تكون ك  
افقية ومؤثرة في تلك ارتفاع الكائنات من أسفل  
ومقدارها هو

$$\frac{1}{s} \times 1 \dots = 5$$

واذا ارمزنا لثقل المتر المكعب من البناء بالرمز  $\frac{1}{2}$  يكون

وحيث أن معادله (و) تقول الى

أو  $\frac{1}{n} \times \frac{1}{n} \times \dots$

(u)  $\dots \times \dots = 2 \times \frac{100}{7}$

ولكن من الشكل  $ص = \frac{1}{2} \times$  . . . . . (ح)

وحيث انه يلزم حصول الثبات الجيد أن اتجاه المحصلة  $r$  يقطع القاعدة في نقطة متباعدة عن الحرف  
ح الذي تميل الحائط للدوران حوله بتأثير دفع المياه يبعد أكثر من ثلث عرض الحائط أى أكثر من ثلث  
س فيلزم استعمال معادلة

$$\left(\frac{93}{5} - 1\right) \frac{24}{5} = 4$$

التي فيها م ومن لمعامل مقاومة البناء ومنها يحدث

$$\left( \frac{p - 4.21}{4.21} \right) \frac{u}{7} = 5$$



واذا وضع عوضا عن  $\epsilon$  مقدارها في معادلة (ح) يحدث

$$ص = \frac{م}{هـ} \times \frac{م-م}{هـ-م}$$

واذا وضع عوضا عن  $ص$  مقدارها في معادلة (ب) يحدث

$$\frac{م}{هـ} \times \frac{م-م}{هـ-م} = \frac{م}{هـ} (م-م) \text{ ومنها يحدث}$$

$$ص = هـ \sqrt{\frac{م}{هـ-م}} \quad (أ')$$

وهذا القانون يمكن استنتاجه مباشرة من قانون (أ) الخاص بالحيطان الساندة للاستدرة يجعل

$$\frac{م}{هـ} = ١٠٠٠ \text{ كيلوجرام}$$

ويمكن تعيين سلك الحائط المذكورة بأن يؤخذ الغمر بالنسبة إلى نقطة ح ويساوى عزم ثقل الحائط بضعف عزم دفع المياه كما أجرى ذلك في الحيطان الساندة للآتربة فيكون

$$\epsilon \times \frac{م}{هـ} = \frac{م}{هـ} \times \frac{م-م}{هـ-م} \text{ ومنها يحدث}$$

$$\epsilon = \frac{م}{هـ} \times \frac{م-م}{هـ-م} \text{ أو}$$

$$ص = هـ \sqrt{\frac{م}{هـ-م}} \quad (أ)$$

وهذا القانون يمكن استنتاجه مباشرة من قانون (أ) الخاص بالحيطان الساندة للآتربة يجعل  $\frac{م}{هـ} = ١٠٠٠$

$$\epsilon = ١٠٠٠ \text{ كيلوجرام}$$

فعلى هذا إذا كان وجه الحائط مائلا بميل  $\frac{١}{٢}$ ،  $\frac{١}{٢}$  لكل  $\epsilon$

فإن السلك في قمة الحائط يتعين من قانون (٣) يجعل

$$\frac{م}{هـ} = ١٠٠٠ \text{ كيلوجرام هكذا}$$

$$ص = هـ \left[ \frac{١}{٢} + \frac{١}{٢} \right] \pm \sqrt{\frac{١}{٢} - \frac{١}{٢} + \frac{١}{٢}} \quad (٤)$$

فإذا كان الوجه الداخلى رأسيا يكون  $\frac{١}{٢} = ٠$  ويحدث

$$ص = هـ \left[ \frac{١}{٢} \right] \pm \sqrt{\frac{١}{٢} + \frac{١}{٢}} \quad (٥)$$

وإذا كان الوجه الخارج هو الرأسى فقط يكون  $\frac{١}{٢} = ٠$

ويحدث

$$ص = هـ \left[ \frac{١}{٢} \right] \pm \sqrt{\frac{١}{٢} - \frac{١}{٢} + \frac{١}{٢}} \quad (٦)$$

وإذا كان الحائط مائلا إلى اليمين يسوية فإنه يمكن أن يجعل

$$\text{في قانون (٩) } \epsilon = ١٠٠٠ \text{ كيلوجرام } \frac{م}{هـ} = ١٠٠٠$$

وحيث يكون

$$ص = هـ \left[ \frac{١}{٢} - \frac{١}{٢} \right] \pm \sqrt{\frac{١}{٢} - \frac{١}{٢} + \frac{١}{٢}} \quad (٥)$$

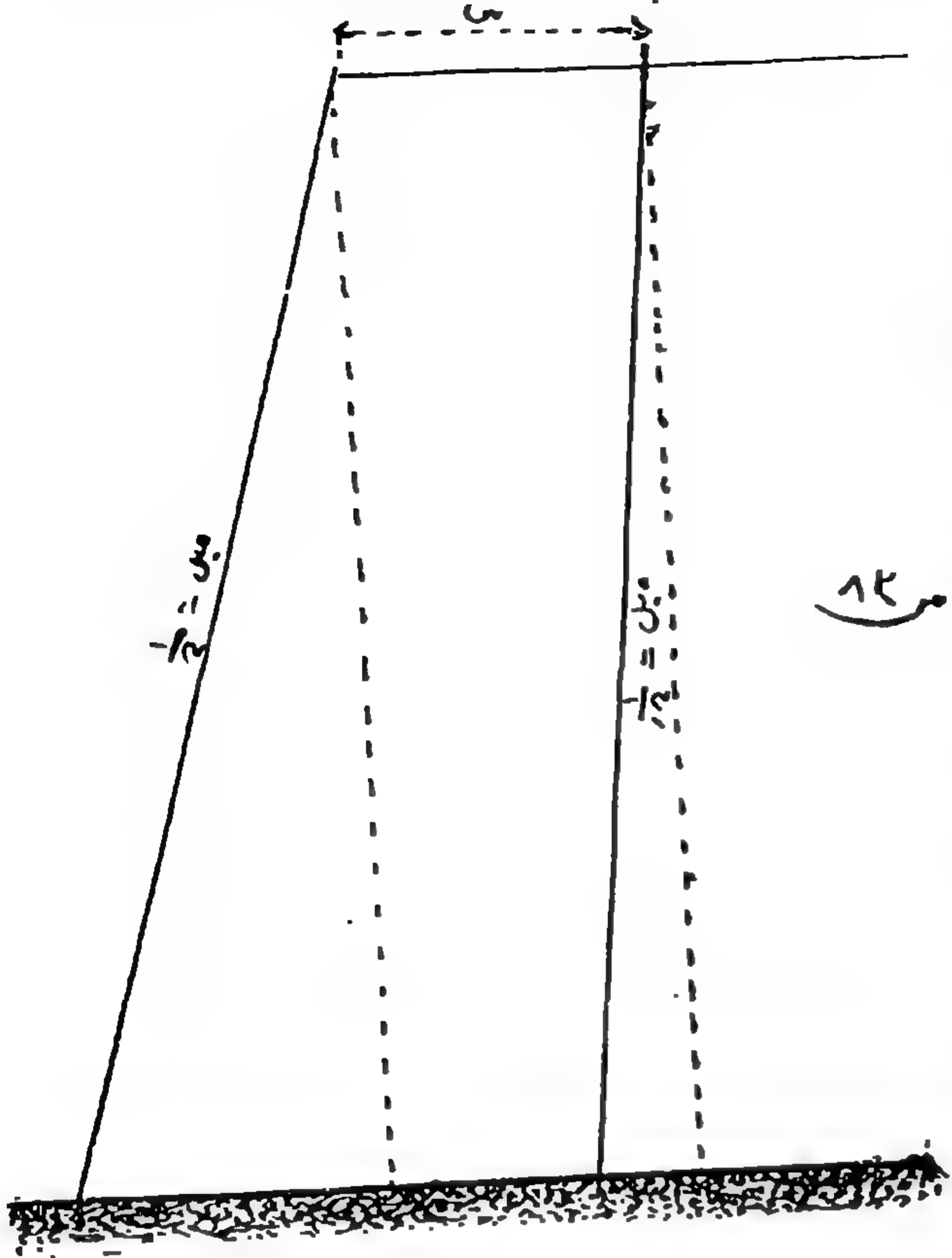
وبعد تعيين أسلاك الحيطان من القوانين السابقة بحسب الأحوال المختلفة يمكن التحقق من مقاومتها

للانقلاب بتعيين نقطة تأثير محصلة دفع المياه وثقل الحائط معا على قاعدة الحائط أعنى نقطة



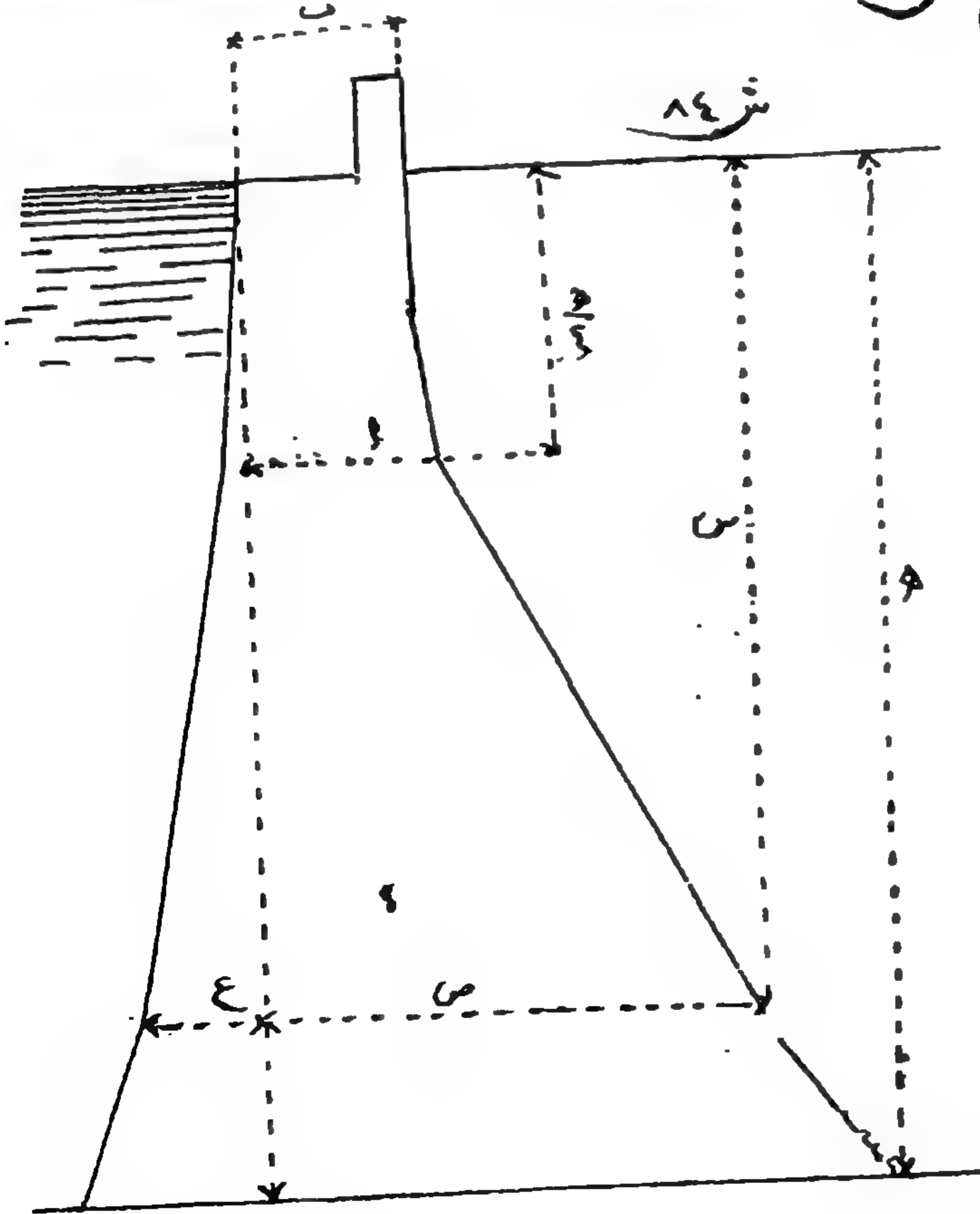
( ٨٥ )

تقابل المحصلة المذكورة بالقاعدة ومناقشة بعدها عن نقطة الدوران ثم بعد ذلك يتحقق من مقاومة



الحائط للفتت باستعمال القوانين الخاصة بالضغط وتعيين مقدار معامل المقاومة م ومناقشته مع ملاحظة ان الضغط الرأسى الداخل فى القوانين المذكورة هو المركبة الرأسية للمحصلة السابقة واخيرا فيتحقق من المقاومة للانزلاق بضرب مقدار المركبة الرأسية المذكورة فى معامل الاحتكاك ومقارنته بالمركبة الافقية للمحصلة السابقة أيضا

وتتبع المسألة لحيطان الساندة للياء نضع هنا القوانين الخاصة بحساب ابعاد حيطان الخزانات شكل ٨٤ فتوزع بالرمز ه لارتفاع الحائط بالقدم وبالرسم س لخطاط أى قطاع افقى عن سطح الماء بالقدم وبالرسم ص لتباعد طرف القطاع من الخارج عن لخط الرأسى بالنسبة للبعد س بالقدم وبالرسم ع لتباعد طرف القطاع من الداخل عن لخط الرأسى بالنسبة للبعد س بالقدم وبالرسم



بالقدم وبالرسم ب لسمك الحائط فى القمة بالقدم وبالرسم ٢ لسمك الحائط على ربع الارتفاع من أعلى بالقدم وبالرسم

م لنهاية الضغط المسموح بالطولونات الانجليزية على القدم المربع وهى تساوى ١٠١٦ ر ٠٤٧٥ كيلوجرام وحينئذ يكون

$$ب = ٢ \cdot ٥$$

$$ص = \sqrt{\frac{٣ \cdot ٠٥}{٣ \cdot ٠٤ + ٢}}$$

$$ع = \left( \frac{٣ \cdot ٠٥}{٣} \right)$$

واذا كان مقدار من المحصل من القانوت

اقل من ٦ ر ٠٥ فيلزم جعله مساويا الى

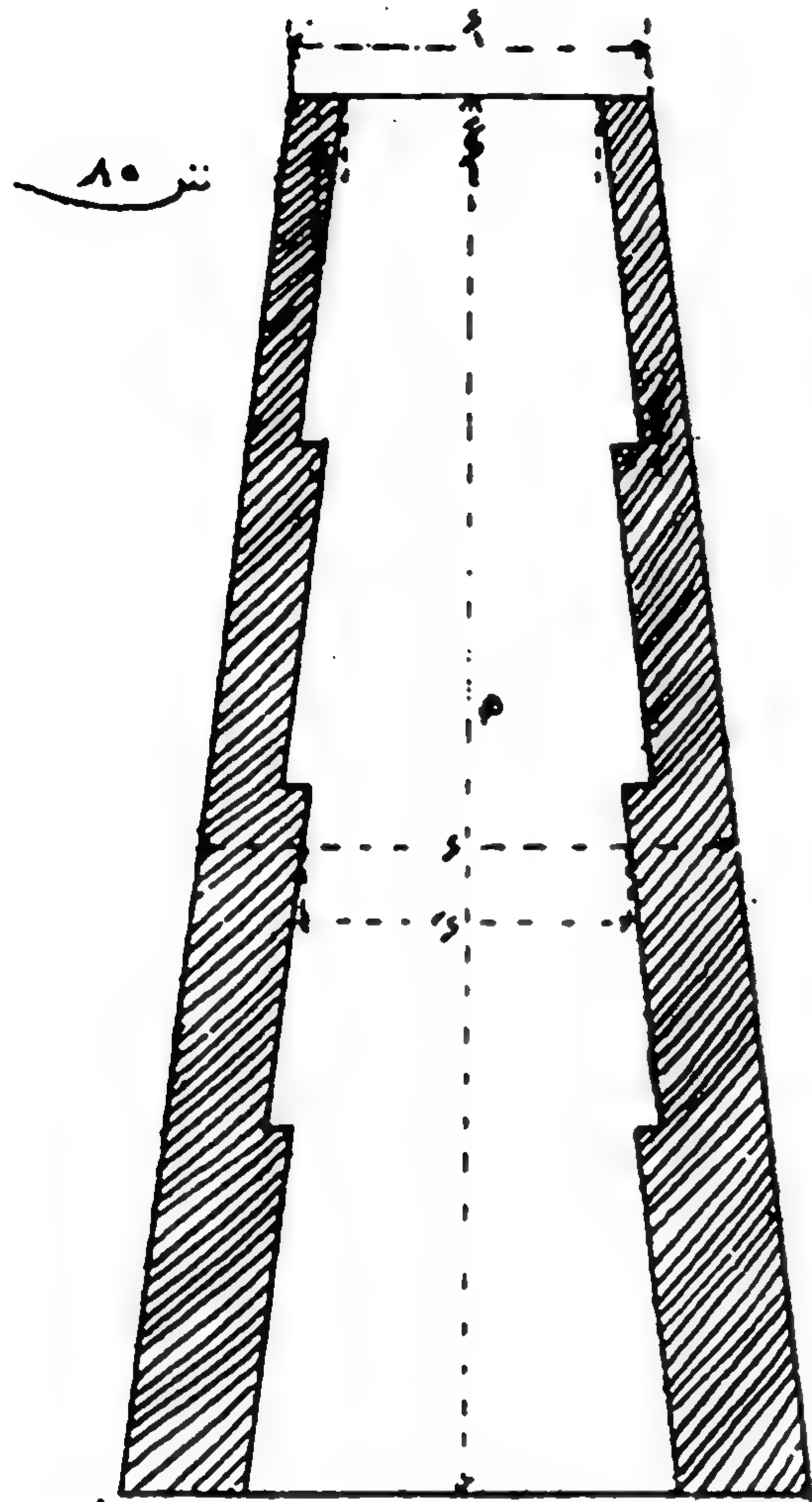
٦ ر ٠٥ اعنى أن ص = ٦ ر ٠٥ فى النهاية الصغرى

ويلاحظ ان مقدار م يجعل عادة مساويا الى ٥ ر ٠٥ طولونات



## في المداخن

شكل مدخن الورش أي المداخن التي من الطوب قد يكون هرميا وغالبا يكون مخروطيا وعندما يكون



هرميا اما ان يكون ذات اربعة اوجه متساوية او ذات ثمانية اوجه متساوية ولانشاء أي مدخنة من هذا القبيل يقتضى ان يكون فتحة المدخنة من أعلى وارتفاعها معلومين وذلك بناء على الحسابات الخصوصية المتعلقة بقدرات الآلات البخارية وأما سمك المدخنة من أعلا فإنه اما ان يكون ١١ رمت أو ٢ رمت أعنى بمقدار نصف طوبه أو طوبه كاملة اذا تقرر هذا فان قطاع المدخنة على الخطاط ه من القبة شكله يتعين من القانون

$$\text{لو } \frac{ب}{م} = \frac{ث}{م} \dots (١)$$

الذى فيه ب رمز لقطاع القبة من الخارج ، ب رمز لقطاع الخارج على الخطاط ه من القبة ، لو رمز للو غاريم النجاريات ، ث رمز لثقل المتر المكعب من البناء ، م رمز لمعامل المقاومة مع ملاحظة أنه في حالة ما يكون المدخنة مخروطية الشكل يكون

$$\left[ \frac{ب}{م} = \frac{ث}{م} ( \frac{د}{د} - \frac{د}{د} ) \right] \dots (٢)$$

$$\frac{د}{د} = 2 + \dots (٣)$$

وفي هذا القانون الأخير د رمز لليل بالنسبة للمتر الواحد ومقدار هذا الميل يختلف في المداخن من ١٠ ر. متر الى ٣٠ ر. متر بالنسبة للمتر الواحد والميل الأخير هو المستعمل بكثرة وقد تستعمل طريقة خصوصية في المداخن بدلا عن الحساب وهي

أنه بعد تعيين السطح الخارج للمدخنة بناء على الارتفاع المعلوم والميل بالنسبة للمتر الواحد يجرى اذدياد السبك دفعة واحدة بالابتداء من القبة بقصص قدر كل منها ١١ ر. متر أي نصف طوبه وذلك على مسافة كل ٣ متر أو ٤ متر أعنى اذا كان سمك المدخنة في القبة ١١ ر. متر يكون هذا السبك مستمرا على مسافة ٣٠ ر. متر أو ٤٠ ر. متر وبعد ذلك يضاف اليه ١١ ر. متر فيكون ٤١ ر. متر ويستم هذا السبك أيضا في المسافة التالية التي قدرها ٣ متر أو ٤ متر وهكذا الفاية المسافة الأخيرة من أسفل وأما في حالة ما يراد بحساب المدخنة بقانون (١) فإنه يلزم تحويل اللوغاريتم النجاريات الى لو غاريم معتاد وحينئذ فالمعادلة المذكورة تقول الى

$$\text{لو } ٣٠.٤٥٨ \frac{ب}{م} = \frac{ث}{م} \text{ أو } \text{لو } \frac{ب}{م} = \frac{ث}{م} \times \frac{١}{٣٠.٤٥٨} = \frac{١}{٣٠.٤٥٨} \times \frac{ث}{م} \dots (٤)$$

في حساب



### في حساب مدخنة من الطوب

الحساب الذي سيجرى عمله يمكن تطبيقه على جميع المباني المشابهة للمدخل من الأبراج والفنارات  
وخلافه وسنمثل لذلك بمثال فنقول —

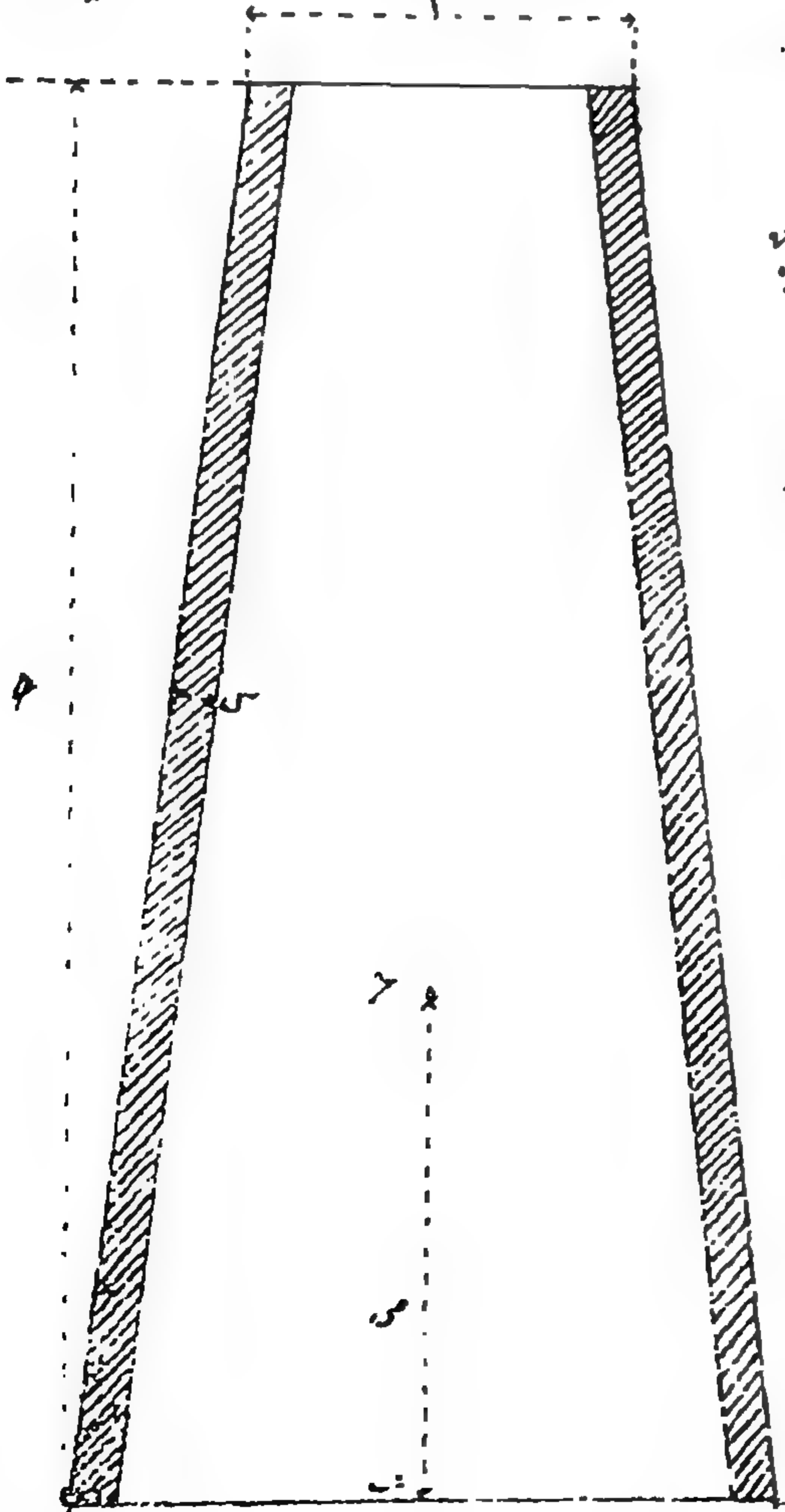
مثال — نفرض أن الارتفاع  $h$  للمدخنة من ابتداء سطح الأرض إلى القمة يساوي أربعين مترا وأن  
القطر الداخلي للمدخنة من أعلا يساوي  $h$  راسمها وأن المدخنة المذكورة تتكون من خمسة أجزاء  
كل منها له سمك منتظم من الطوب في جميع ارتفاعه مع ملاحظة أن هذا السمك يختلف بالنسبة لكل  
جزء من الأجزاء المذكورة

حساب الجزء الأول — نفرض أن ارتفاع الجزء الأول بالابتداء من القمة يساوي  $h$  متر وأن سمكه الثابت  $m$  متر  
ونعتبر الميل بالنسبة للارتفاع مساويا  $0.3$  متر ثم يقال

أن الجزء المذكور يمكن اعتباره كجسم متأثر بضغط الرياح وبثقله الخاص وحينئذ تكون المقاومة بالنسبة  
للوحدة السطحية للأجزاء الأكثر تأثرا من قاعدة الجزء المفروض معينة من القانون الجوي الآتي وهو

$$P = \frac{E}{2} + \frac{C}{2} \dots (5)$$

الذي فيه  $E$  رمز لعزم الانحناء المنسوب لضغط الهواء ،  $C$  شكل  $h$  رمز للقطاع الأكثر تأثرا ، و  
رمز  $P$  بعد مركز ثقل القطاع المذكور عن الجزء الأكثر تأثرا ، و



رمز لعزم قصور القطاع المذكور ، و  $C$  رمز ثقل الجزء المفروض

من المدخنة فالقطاع  $C$  دائرة قطرها  $0.8$  متر  $= 0.8$  متر  $= 0.8$  متر  $= 0.8$  متر

وأما  $E$  فإنه  $= 0.8$  متر وحينئذ إذا رمزنا للضغط الواقع

من الهواء على المتر المربع بالرمز  $P$  وكان مقدار الضغط المذكور

مساويا إلى  $0.8$  كيلوجرام فيكون

$$P = 0.8 \text{ كيلوجرام}$$

ولكن حيث أن ضغط الهواء واقع على شبه مخروط ارتفاعه

$h = 0.8$  متر وقاعدته المتوازيتان مساويتان على السطح

إلى  $0.8 = 0.8$  متر ،  $C = 0.8$  متر فيكون مقدار

الضغط المذكور هو

$$P = 0.8 \times h \times \frac{h}{2}$$

وحيث أن هذا الضغط واقع في مركز الثقل  $C$  شبه المخروط

المذكور فإذا رمزنا بعد مركز الثقل المذكور عن القاعدة  $C$

بالرمز  $m$  فيكون

$$E = 0.8 \times h \times \frac{h}{2} \times m$$



ولكن

$$ص = \frac{هـ}{(٢٤ + ت)} \text{ حيث يكون}$$

$$ع = ٤ = \frac{هـ}{(٢٤ + ت)} \times \frac{٢٤ + ت}{٤} \times هـ = \frac{هـ^2}{٤}$$

$$ع = ٤ = \frac{هـ^2}{٤} \Rightarrow ١٦٤٠٠ = \frac{هـ^2}{٤}$$

وكذا

$$س = \frac{ت}{٤} \text{ كما سبق أي } ١٤٤٠ = \frac{ت}{٤}$$

$$٤ = \frac{ط}{٤} = \left[ \frac{٢٤ - (٢٤ - ت)}{٤} - \frac{٢٤}{٤} \right] \Rightarrow ١٥٦٤٧٢٨ = \left[ \frac{٢٤ - (٢٤ - ت)}{٤} - \frac{٢٤}{٤} \right]$$

$$ب = ط = \left[ \frac{٢٤ - (٢٤ - ت)}{٤} - \frac{٢٤}{٤} \right] \Rightarrow ١٨١٠٨١٨ = \left[ \frac{٢٤ - (٢٤ - ت)}{٤} - \frac{٢٤}{٤} \right]$$

$$(٢) \quad \frac{٢٤}{٤} = \frac{١}{٤} ط هـ \left( \frac{٢٤}{٤} + \frac{٢٤}{٤} + \frac{٢٤}{٤} \right) - \frac{١}{٤} ط هـ \left[ \frac{(٢٤ - ٢)(٢٤ - ت)}{٤} + \frac{(٢٤ - ٢)}{٤} + \frac{(٢٤ - ت)}{٤} \right]$$

ومن هذه المعادلة  $٣١٤٩٥٧٩٦٦٤ = ٣١٤٩٥٧٩٦٦٤$  كيلوجرام

وفي هذه الثلاث معادلات الأخيرة س و ز يمكن استخراج مقدار هـ بتقريب كاف من المعادلة

$$هـ = ط \times (٢ - س) + (٢ - س) \times هـ = ٣١٤٩٥٧٩٦٦٤ \text{ كيلوجرام}$$

على اعتبار أن الجزء المفروض للدخنة كاسطوانة بجوفته سمكها س وقطرها مساو لمتوسط العددي بين القطرين متوسطين العلوي والسفلي للقاعدتين المتوازيتين

وبإجراء الحساب على هذا الاعتبار وملاحظة أن ثقل المتر المكعب من البناء بالطوب يساوي ١٤٠٠ كيلوجرام

أي أن  $١٤٠٠ \text{ ث} = ١٤٠٠ \text{ كيلوجرام}$  فإنه يكون مقدار م بالنسبة للمتر المربع هو  $٢٦٨٤١٩٠ = م$  كيلوجرام

حساب الجزء الثاني - باعتبار الميل السابق عينه للسطح الخارج للدخنة شكل ٩٧ وجعل ارتفاعه مساويا الى ٩٠ متر وسمكه مساويا الى

٣٣ متر وإجراء الحساب بطريقة مشابهة لما سبق يكون

$$ع = ٥٩٤٤١٩٦ = ع \quad ب = ٣١٦٤٠٠٠ = ب$$

$$٦٧٨١٠٠٠ = ٦٧٨١٠٠٠ \text{ كيلوجرام}$$

$$\text{حيث أن } س = \frac{٢٤}{٤} = \frac{٢٤}{٤} = ١٦٩ \text{ فيكون}$$

$$\frac{ع}{ب} = \frac{٥٩٤٤١٩٦}{٣١٦٤٠٠٠} \text{ وحيث أن}$$

$$\frac{ع}{ب} = \frac{٥٩٤٤١٩٦}{٣١٦٤٠٠٠} \text{ فيكون}$$

$$م = \frac{ع}{ب} + \frac{ع}{ب} = ١٨٤٥٩٦٦٤ = م \text{ كيلوجرام}$$

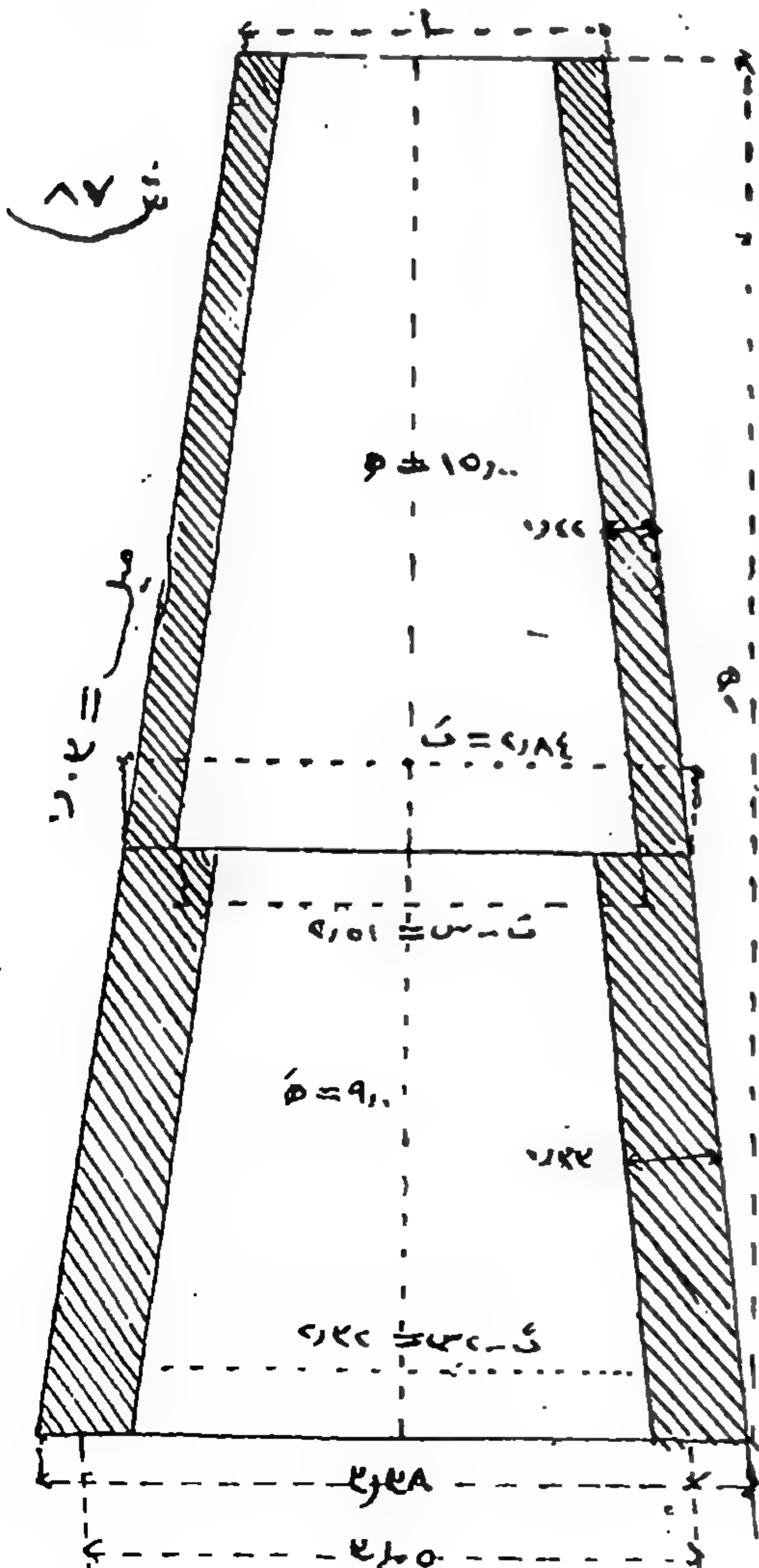
بالنسبة للمتر المربع

ويجوز الحساب على هذا المنوال من الجزء الى آخره حسب المقادير المتتالية

للقيمة م مع الاعتناء بحساب مقدار م الذي هو عبارة عن بعد مركز

ثقل مجموع الاجزاء المعتبرة للدخنة عن قاعدة الجزء الأخير

إحدى





لجاري فيه العمل الى أن تنتهي جميع اجزاء المدخنة ويتقضى ان لا يتجاوز مقدار م بالنسبة لقاعدة كل جزء جاري فيه العمل الحد النهائي المستعمل للمقاومة مع الأمن ففي المداخل المسنية بالطوب يلزم أن لا يتجاوز مقدار م ستة كيلوجرام بالنسبة للسنتي متر المربع فاذا ظهر من الحساب أن مقدار م تجاوز هذا المقدار يلزم تغيير ميل السطح الخارج للجزء الأخير من المدخنة الجاري فيه العمل وإعادة الحساب بالثاني ومتى تغير ميل السطح الخارج لجزء المدخنة فإنه يلزم حساب مقدار ص بالبحث عن مركز ثقل الشكل المتكون من مجموع الأجزاء المفروضة للمدخنة واذا لم تستعمل الطريقة المذكورة المؤسسة على استعمال قانون (٥) فإنه يمكن حساب القطاعات المتتابعة باستعمال قوانين (٢٤)، (٣)، (٤) وحينئذ باعتبار معاليم الجزء الأول من المدخنة في القوانين المذكورة يحدث

$$م = ٤٠ ر٢ متر = ٢ - ٤ س$$

$$ص = ١٦٨٧٠ ر١ = ٥ - ١٨ ر٢ = ٢ تقريباً$$

ويمكن حساب القطاعات المتتالية المخططة عن القطاع العلوى للمدخنة بأبعاد معلومة بالطريقة الآتية وهي

أن يعين مقدار الضغط الكلى الأفقى للهواء على القطاع الأسمى المار بمحور المدخنة ونقطة تأثيره فى القطاع المذكور ثم يعين مقدار ثقل الجزء المتبر من المدخنة وبعد ذلك يعين اتجاه محصلة هذا الثقل والضغط الكلى للهواء السابق ذكره ونقطة تأثيرها على القاعدة فإن كان بعد نقطة التأثير المذكورة عن نقطة الدوران مساوياً لثلث طول القاعدة أو أكثر كان عدم الانقلاب محققاً وزيادة وحينئذ فيتحقق من المقاومة للتفتت فى نقطة الدوران باستعمال القانون

$$م = \frac{٢٤}{٥} (٢ - \frac{٥٣}{٥})$$

الذى يجب فيه مقدار م بالنسبة للمتر المربع فاذا كان مقدار م المذكور أصغر أو مساوياً لضغط الأمن بالنسبة للوحدة السطحية كان بها والا فيلزم تغيير مقدار طول القاعدة وإعادة الحساب بالثاني واما ان كان بعد نقطة تأثير المحصلة المذكورة عن نقطة الدوران أقل من ثلث طول القاعدة بأن كان قريباً من الربع فيكون عدم الانقلاب محققاً ايضاً ويتقضى التحقق من المقاومة للتفتت فى نقطة الدوران المذكورة باستعمال القانون

$$م = \frac{٢٤}{٥٣}$$

واما ان كان بعد نقطة تأثير المحصلة المذكورة عن نقطة الدوران أقل من ثلث طول القاعدة بكثير فيقتضى تغيير طول القاعدة المذكورة وإعادة الحساب بالثاني



وبتطبيق هذه الطريقة على حساب الجزء الأول من المدخنة السابق ذكره الذي فيه

$$أ = ط ل = ٩٤ متر ، ت = ا ب = ٨٤ متر ،$$

$$هـ = ي هـ = ١٠٠ متر وسلك البناء في الجزء المذكور وهو$$

$$س = ٢٢ متر وضغط الهواء على المتر المربع وهو$$

$$٨٥ كيلوجرام يكون$$

$$ح هـ = ص = \frac{هـ}{(أ+ت)^2} = \frac{٨٥}{(٩٤+٨٤)^2} = ٧٠٣ متر$$

واذا رمز للضغط الكلي للهواء على القطاع الأصلي بالرمز ك

شكل ٨٨ يكون

$$ك = د \times هـ = \frac{أ+ت}{٢} \times ٨٥ = ٣٠٤٧٢٥ كيلوجرام أو$$

$$٣٠٤٧ كيلوجرام وكان هـ = ٣١٤٩٦ كيلوجرام$$

فيحتمل يكون

$$هـ و : ف ر :: ح هـ : ح ف ومنجدث$$

$$هـ و = \frac{ك \times ص}{هـ} = ٠٦٨ متر$$

وحيث ان مقدار هـ و في هذه الحالة قريب من ربع طول القاعدة

فيحقق من المقاومة للثقت في نقطة الدوران بحساب مقدار م من المعادلة

$$م = \frac{هـ}{٤٣}$$

التي فيها هـ = و ب = ٧٤ متر فيجدث

$$م = \frac{٣١٤٩٦}{٧٤} \times \frac{٤}{٤٣} = ٤٨٣٧٤٧٧ كيلوجرام بالنسبة للمتر المربع$$

وبفهم من ذلك ان ابعاد الجزء الأول المفروض من المدخنة موافقة للانقلاب واللتقت  
وقس على هذا



## ديناميكا تطبيقية

الديناميكا التطبيقية هي التطبيق العملي لعلم الديناميك

القوى الانسانية والحيوانية والقوى

المتولدة بالآلات على حسب قاعدة الشغل

وحدة الشغل - الشغل اللازم لرفع ثقل قدره كيلوجرام واحد الى ارتفاع متر واحد يسمى وحدة شغل

و يلفظ به كيلوجرام متر فاذا اخذ رجل ثقل كيلوجرام واحد ورفعه بيده الى متر واحد فقد أحدث وحدة

شغل



شغل.

وحينئذ واحد كيلوجرام مرفوعا الى عشرة امتار يكون عبارة عن عشرة وحدات شغل  
وعشرة كيلوجرام مرفوعة الى متر واحد يكون عبارة عن عشرة وحدات شغل  
وخمسة كيلوجرام مرفوعة الى مترين يكون عبارة عن عشرة وحدات شغل  
واثنين كيلوجرام مرفوعة الى خمسة امتار يكون عبارة عن عشرة وحدات شغل

## تمريبات

تمرين أول - س - ماهي وحدات الشغل اللازمة لرفع ١٠ كم الى ارتفاع ٣٠ متر

ج - وحدات الشغل =  $30 \times 10 = 300$

تمرين ثاني - س - ماهي وحدات الشغل اللازمة لرفع منداله أى ماشوله وزنها ٥٠٠ كم على مسافة  
خمس امتار من الارتفاع

ج - وحدات الشغل اللازمة =  $5 \times 500 = 2500$

تمرين ثالث - س - ماهي وحدات الشغل الناتجة عن رجل ثقله ٦٠ كم يصعد على ارتفاع قدره ٦٠ متر  
ج - وحدات الشغل =  $60 \times 60 = 3600$  أعني اذا وضع هذا الرجل في مقطف اثناء نزوله فإنه يعمل  
٣٦٠٠ وحدات شغل على أى شئ آخر متصل به

تمرين رابع - س - ماهي وحدات الشغل اللازمة لرفع ٨٠٠٠ متر مكعب ماء لارتفاع ٦٠ متر  
ج - ثقل المتر المكعب من الماء = ١٠٠٠ كم وعليه فوحدات الشغل اللازمة =  $8000 \times 1000 \times 60 = 4800000$

تمرين خامس - س - ماهي وحدات شغل حصان في الثانية بفرض سيره ٤ كيلومتر في الساعة وأنه يرفع  
٧٠ كم من ماء بواسطة جبل على بكرة ثابتة بصرف النظر عن الاحتكاك  
ج - سير الحصان في الثانية =  $\frac{4000}{3600} = 1.11$  متر وعليه فوحدات الشغل في الثانية يساوي  
 $70 \times 1.11 = 77.7$

شغل الحصان البخاري - المعتبر الآن أن الحصان البخاري يمكنه رفع ٧٥ كم الى ارتفاع متر واحد  
في الثانية وعلى ذلك يكون شغل الحصان البخاري مساويا ٧٥ وحدات شغل في الثانية أى ٧٥ كيلوجرام  
متر في الثانية

تمرين سادس - س - اذا كانت آلة بخارية يلزم أن ترفع ٨٠ متر مكعب ماء في ساعة واحدة من بحر أوطى  
عن محل الرفع بقدر ١٤٠ متر فما يكون مقدار شغلها بالخيول البخارية أى قوتها بالخيول البخارية في الثانية  
ج - ثقل الماء اللازم رفعه =  $80 \times 1000 = 80000$  كم ووحدات الشغل في الساعة يساوي  
 $80000 \times 140 = 11200000$  ووحدات الشغل في الثانية =  $\frac{11200000}{3600} = 3111.11$  وقوة الآلة بالحصان  
البخاري =  $\frac{3111.11}{75} = 41.48$  حصان بخاري



س - ماهو مقدار الفحم الجرى الممكن رفعه بواسطة وابور قوة ٤ خيل من بئر عمقها ١٠٠ متر في الساعة الواحدة

س - ماهو مقدار الامتار المكعبة من الماء الممكن رفعها في الساعة بواسطة وابور قوة ٣٦ حصان من بئر مياهه منخطة ٨ متر عن محل الرفع

س - ماهى قوة الوابور الذى يرفع ٧٠٠٠ ك م في الساعة من فحم جبرى موجود في بئر واطى بمقدار ١٥٠ متر عن محل الرفع بفرض  $\frac{1}{4}$  شغل الوابور معدوم بالاحتكاك

تمرين سابع - س - المطلوب معرفة قوة الوابور اللازمة لاعطاء المياه لمدينة حلوان بفرض مدة الشغل ١٢ ساعة في اليوم وعدد سكان المدينة ٤٠٠٠ نفر واللازم لكل نفريوميا من الماء ١٥٠ ار. متر مكعب والماء منخط عن محل الرفع ٦٠ متر

ج - الماء اللازم رفعه يوميا هو  $٤٠٠٠ \times ١٥٠ = ٦٠٠$  متر مكعب ووزن الماء المرفوع في الثانية بالوابور الدائر ١٢ ساعة يوميا  $= \frac{٦٠٠ \times ١٠٠٠}{٦٠ \times ٦٠ \times ١٢} = ١٣٨٩$  ك م

وحينئذ وحدات الشغل في الثانية  $= ١٣٨٩ \times ٦٠ = ٨٣٣٨٠$  كيلوجرام متر

وعليه فتوة الوابور  $= \frac{٨٣٣}{٧٠} = ١١٨١$  حصان بخارى وهذا التقدير هو على حسب قاعدة الشغل العمومية بصرف النظر عن احتكاك الماء في المواسير وغير المرفوع في علم الايدروليك

س - ماهى قوة الوابور الذى يرفع ماء من ثلاث تسويات انحطاطها عن محل الرفع على التناظر ٨٠ / ١٥٠ / ١٨٠

٨٠ - ١ متر بشرط ان يرفع في الدقيقة من التسوية الاولى

ومن الثانية  $\frac{1}{2}$

ومن الثالثة ١

بفرض ان ثلث شغل الوابور معدوم بالاحتكاك

س - ماهى قوة الوابور اللازمة لادارة ٢٠ مرزبة ثقل كل منها ٢٠ ك م ترتفع وتترزل ١٠٠ مرة في الدقيقة على مسافة ٦٠ ر. متر

تمرين ثامن - س - وابور قوة ١٠ حصان يرفع ٢٠٠٠ ك م فحم جبرى من بئر عمقه ٣٠٠ متر في الساعة ويدور ايضا مرزبة ترتفع وتترزل ٥٠ مرة في الدقيقة على مسافة ٢٠٠ ر. متر والمطلوب معرفة ثقل المرزبة المذكورة

ج - وحدات شغل الوابور في الثانية  $= ٧٥ \times ١٠ = ٧٥٠$

وحدات الشغل اللازمة لرفع الفحم في الثانية  $= \frac{٢٠٠٠ \times ٢٠٠}{٦٠ \times ٦٠} = ١٦٧$  والفرق بين هذين المقدارين المساوى ٥٨٣ هو وحدات الشغل الذى يصغه الوابور على المرزبة

وبفرض ان س ثقل المرزبة يكون

وحدات الشغل اللازمة لرفع هذه المرزبة في ثانية  $= \frac{٥٠ \times ٢ \times ٥}{٦٠}$  أو  $\frac{٥٠ \times ٢ \times ٥}{٦٠} = ٥٨٣$  ومنه

س = ٥٨٣



س = ٣٤٩٨ كجم وهو ثقل المزرية

شغل الحيوانات - قوة الحيوانات تختلف على حسب انواع الشغل والسرعة  
والجدول الآتي يبين وحدات الشغل التي تحت من التجارب التي عملت بأحد المشغالة الانكليزية والثانية اللمدة

رجل يرفع وزن نفسه (يصعد على سلم) = ٩٤ وحدات شغل في الثانية

رجل يجر اويشد افقي = ٧٠ " " " "

رجل يجر اويشد رأسى = ٣٠ " " " "

رجل يدور طاره = ٧٠ " " " "

رجل يشتغل بيد ورجله كما في المقادير = ٩٠ " " " "

مقدار واحد شغل النفر الذي يشتغل ٦ ساعات في اليوم هو كما الآتي

اذا رفع اشياء بواسطة بكرة = ٣٦٥ وحدات شغل في الثانية

اذا رفع اشياء بيد = ٣٦٠ " " " "

اذا رفع اشياء على ظهره ورجع فارغا = ٢٥ " " " "

مقدار وحدات شغل النفر الذي يشتغل ٨ ساعات في اليوم كما الآتي

اذا طلع اشياء من بئر عميقة بواسطة ونش = ٢٧٠ وحدات شغل في الثانية

اذا طلع مياه بالبريمه = ٣٦٠ " " " "

اذا طلع مياه بالجرول والحبل = ٢٤٠ " " " "

مقدار وحدات شغل النفر الذي يشتغل ١٠ ساعات في اليوم هو كما الآتي

اذا ذق بعربات اليد = ٢٦٠ وحدات شغل في الثانية

اذا رفع اترية بالكريك على ٥٠ متر من الارتفاع = ١٠٠ وحدات شغل في الثانية

تلمبيه - اذا اشتغل رجل بمفرده بالبريمه لطلوع المياه ٨ ساعات مستمرة فلا يمكنه ان يعطي وحدات

شغل الا المقدار السابق ايضا

واما اذا اشتغل فيها جملة اشخاص بالمناوبة كل منهم نصف ساعة فانها تعطى ازيد من المقدار  
السالف ذكره

الحصان الحقيقي يمكنه ان يعمل في ثانية واحدة ٥٠ وحدات شغل

والبقول يمكنه ان يعمل في ثانية واحدة ٣٧ وحدات شغل

والحمار الحقيقي يمكنه ان يعمل في ثانية واحدة ١٠ وحدات شغل

محصان الساقية يمكنه ان يعمل في ثانية واحدة ٤٠ وحدات شغل والعشرة الباقية تعتبر فاقدة

في الاحتكاك

تمرين تاسع - س - ما مقدار الامتار المكعبة من الطين الممكن رفعها بعشرين نفرا على مسافة ٥٠ متر



من الارتفاع في يوم قدره ١٠ ساعات اذا كان ثقل المتر المكعب الواحد من الطين = ١٦٠٠ كجم  
ج - يؤخذ من الجدول السابق ان الرجل يعمل في الثانية ١ وحدة شغل فيكون شغل ٢٠ رجلا في يوم  
قدره ١٠ ساعات =  $١٠ \times ١ \times ٦٠ \times ٦٠ \times ٢٠ = ٧٢٠٠٠٠$  وحدات شغل

وحدات الشغل اللازمة لرفع ١ متر مكعب طين على مسافة ٥ رما من الارتفاع =  $١٦٠٠ \times ٥ = ٨٠٠٠$   
وعليه فمقدار شغل العشرين رجلا من الامتار المكعبة =  $\frac{٧٢٠٠٠٠}{٨٠٠٠} = ٩٠$  متر مكعب طين

س - ما مقدار عدد الطوب الممكن رفعه بنفر واحد في يوم مقداره ٦ ساعات على ارتفاع ١٠ متر  
بفرض ان ثقل المتر المكعب من الطوب ٤٠٠٠ كجم وعدد الطوب الداخل في المتر المكعب ٦٠٠  
تمرين عاشر - س - ما مقدار الامتار المكعبة من المياه الممكن رفعها بأحد الشفاله من بئر عمقه ٥٠ متر  
بواسطة الجردل والجبل في ٨ ساعات

ج - من الجدول السابق يرى ان وحدات شغل الرجل في الثانية من هذا النوع ٤٠٠، فيكون شغله ٨ ساعات  
=  $٦٠ \times ٦٠ \times ٨ \times ٤٠٠ = ٦٩١٢٠$

والشغل اللازم لرفع ١٠ متر مكعب من الماء الى ارتفاع ٥٠ متر =  $١٠٠٠ \times ٥٠ = ٥٠٠٠٠$   
وعليه فمقدار ما يرفع الرجل في ٨ ساعات من الامتار المكعبة =  $\frac{٦٩١٢٠}{٥٠٠٠} = ١٣٨$  متر مكعب  
س - ما هو مقدار الكيلوجرامات الفهم الجري الممكن رفعها برجل واحد في ٨ ساعات من خندق عمقه ٥٠ متر  
بإدارة طارة

تمرين حادي عشر - س - مندالة وزنها ٢٥٠ كجم وتقع على مسافة ٧ متر فامقدار عدد مرات الدق  
بشغل اربعة رجال في ٨ ساعات بواسطة طارة

ج - شغل اربعة رجال في يوم قدره ٨ ساعات بحسب الجدول السابق =  $٦٠ \times ٦٠ \times ٨ \times ٥٠٠ = ٢٤٠٠٠٠$   
وحدات شغل

وحدات شغل دق المندالة في المرة الواحدة =  $٢٥٠ \times ٧ = ١٧٥٠$  وحدات شغل  
وعلى ذلك يكون عدد مرات الدق بالمندالة في ٨ ساعات =  $\frac{٢٤٠٠٠٠}{١٧٥٠} = ١٣٧$  مرة  
قوة شد الحيوانات تنقص مع زيادة السرعة والارتباط الكائن بين قوة الشد والسرعة موضع  
بالتقريب بالمعادلة الآتية

$$(١) \quad \text{قوة الشد} = \frac{\text{السرعة}}{\text{المسافة}} \quad \text{ك}$$

بفرض ان  $\text{قوة الشد} = \frac{\text{السرعة}}{\text{المسافة}}$  ك = السرعة بالكيلومتر في الساعة  
ومقدار ك يوافق سير الحصان متى كانت السرعة أقل من ٧ كيلومتر في الساعة  
تنبيه - من المعلوم ان الخيل في جري البضاعة لا يمكنها ان تسير أزيد من ٧ كيلومتر في الساعة  
فاذا فرضنا في معادلة (١) ان السرعة = ٥ كيلومتر في الساعة فتكون قوة الشد =  $١١ - ٦ = ٥$  كيلوجرام  
واذا كان المسير = ٤ كيلومتر في الساعة تكون قوة الشد =  $١١ - ٦ = ٥$  كيلوجرام

فبالنأمل



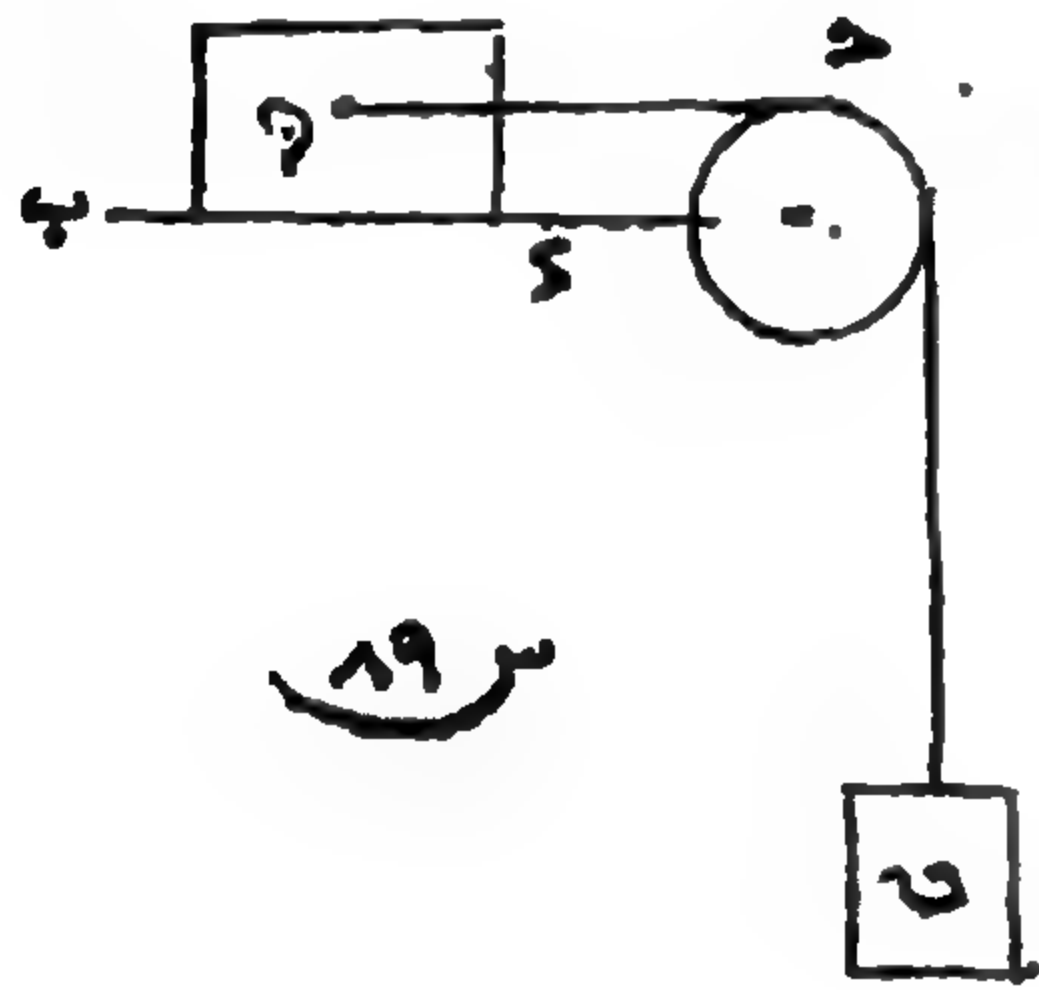
فالتأمل في المعادلة السابقة نجد أن أحسن شغل في اليوم للحصان هو متى كان سيره مساويا الى ٥ كيلوجرام في الساعة

الاحتكاك :- اذا تحرك جسم ما على مستوا فتي فالقوة المعطلة لمسيره تسمى بقوة الاحتكاك ولا يخفى ان هذه القوة تقدر دائما بكسر من ثقل الجسم وان الاحتكاك غير متعلق بسرعة الجسم ولا بسعة سطح التماس

ومتى سارت عربة على طريق افقي مصنوع بالمكدم وكان معامل الاحتكاك  $= \frac{1}{30}$  فإنه اذا شد حصان ١٥٠٠ كم على هذا الطريق فقوة الاحتكاك  $= \frac{1500}{30} = ٥٠$  كيلوجرام وبناء على معادلة واحد نجد أن

$٥٠ = ١١١ - ٦$  واليك فاذا وضعنا بدل ٥ مقدارها المساوى ٥ كيلوجرام تكون السرعة ٥٥ كم في الساعة

مقدار قوة الاحتكاك بعربات السكك الحديدية محصور بين  $\frac{1}{30}$  و  $\frac{1}{40}$  من ثقل الجسم المشدود والكسور  $\frac{1}{30}$  في طرق المكدم  $\frac{1}{40}$  في السكك الحديدية تسمى معامل الاحتكاك القوة المؤثرة على الطرق والسكك الحديدية وبوابات القناطر - اذا كان ٥ ثقل ما يشد على مستوا افقي بـ شكل ١ باستظار بواسطة ثقل آخر ٥ مرتبط بجبل مرتبط بالثقل ٥ ومارا على كرة ٥



لمقدار ٥ اللازم لتحرك الثقل ٥ = قوة الاحتكاك فاذا كان هذا المستوى هو سكة حديدية ٥ = ١٥٠٠ كم فينشد ٥ =  $\frac{1500}{30} = ٥٠$  كم اذا كان معامل الاحتكاك  $\frac{1}{40}$

ويظهر أنه اذا تقدم الثقل ٥ افقيا بأى مسافة ما فالثقل ٥ يقطع في التزول مسافة مساوية لها فعلى ذلك تكون وحدات الشغل اللازمة لتحرك الثقل ٥ = الثقل ٥ بالكيلوجرام في المسافة بالمتر التي يقطعها الثقل ٥ في التزول

أعني اذا كان ثقل ٥ = ٥٠٠ كم ويقطع في التزول ٤ متر فوحدات الشغل  $= ٤ \times ٥٠٠ = ٢٠٠٠$  وحدات شغل أو بمعنى أخرى = قوة الاحتكاك في المسافة  $= \frac{2000}{40} = ٥٠$

شغل أى ماكينة يشتمل على الشغل الذي صار اجراءه اعني أنه يشتمل على الشغل النافع أى المفيد والفير النافع أعني الشغل الظاهر والشغل العادم بسبب الاحتكاك

فعند تشغيل أى ماكينة يزداد شغلها عن المعتاد الى ان يحصل تساوى بين شغل الماكينة وشغل المقاومة وتنظم حينئذ الحركة والقوة الزائدة تتخزن في البطارية أو في أى محل يستعمل كخزن

مثلا في السكك الحديدية - عند ما يبتدىء الوابور في السير بالعربات فيزداد شغل الوابور عن شغل المقاومة وبسبب ذلك تزداد سرعة الوابور ويأتى بالتدريج زمن فيه شغل الوابور يساوى شغل المقاومة أو



شغل الاحتكاك ومنتظم حركة سير الوابور

وهنا يكون شغل الوابور يساوى شغل المقاومة بالضبط

س - ماهى القوة المفيدة لوابور لوكوموتيف سائر بمركبة منتظمة على سكة حديد افقية بفرض أنه يقطع ٤٠ كيلومتر في الساعة وان ثقل الوابور وعربات (اى القطار جميعه) = ١٠٠٠٠٠ ك م والاحتكاك  $\frac{1}{10}$

تمرين ثاني عشر - س - ماهى السرعة بالكيلومتر في الساعة لوابور قوة ٧٠ حصان يقل عربات ووزن الجميع ٨٠٠٠٠ ك م على سكة حديد افقية ومعامل الاحتكاك  $\frac{1}{10}$

ج - س = السرعة بالكيلومتر في الساعة

والشغل الذى يجز العربات على مسافة س كيلومتر =  $\frac{8}{10} \times س \times ١٠٠٠$  في الساعة الواحدة

والشغل المحصول بالوابور في الساعة =  $٧٠ \times ٧٥ \times ٦٠ \times ٦٠$

وعن هذا يكون  $\frac{8}{10} \times س \times ١٠٠٠ = ٧٠ \times ٧٥ \times ٦٠ \times ٦٠$

ومنه س =  $٨٧٥ \div ٧٠$  في الساعة

س - ماهو الزمن الذى يقطع فيه واپور لوكوموتيف قوة ٦٦ حصان يقل عربات مسافة ١٦٠ كيلومتر على سكة حديد افقية بفرض أن ثقل الوابور والعربات ٢٠٠٠٠ ك م وان معامل الاحتكاك =  $\frac{1}{10}$

س - مامقدار الشغل في الدقيقة لحصان يقل عربة على طريق بفرض أنه يقطع ٤ كيلومتر في الساعة تمرين ثالث عشر - س - اذا كان الحصان الواحد يمكنه عمل ٧٥ وحدات شغل في الثانية على طريق

افقى فيه معامل الاحتكاك =  $\frac{1}{10}$  فما يكون ثقل البضاعة الممكن نقلها ومقدار سرعته على هذا الطريق

ج - من المعادلة (١) نجد أن قوة الشد =  $(١١١ - ٦٠ \div ١١٠)$  كيلوجرام

ومسافة سير الحصان في الثانية =  $\frac{١٠٠٠ \times ك}{٦٠ \times ٦٠} = ٢٨ \div ك$

وعلى ذلك تكون قوة الحصان =  $(١١١ - ٦٠ \div ١١٠) \times ٢٨ \div ك = ٧٥$  أعنى

$٣١ ك - ٢٨ ك = ٧٥$  ومن هذه المتساوية ينتج ان

ك =  $٤٧٥$  كيلومتر في الساعة

وقوة الحصان =  $١١١ - ٦٠ \div ١١٠ = ٤٧٥ \times ١١٠ = ٥٠٣٩$  كيلوجرام

ونقل البضاعة الممكن جرها بالحصان =  $٤٠ \times ٥٠٣٩ = ١١١٨$  كيلوجرام

س - ماهى سرعة الحصان عند مايجز ١٠٠٠ له م على سكة افقية فيها معامل الاحتكاك  $\frac{1}{10}$

تمرين رابع عشر - س - ماهى القوة اللازمة لوابور يمكنه نشر ٦٦٠ متر مربع من لوح خشب بلوط

في يوم قدون ١٠ ساعات متى علم من التجربة ان وحدات الشغل اللازمة لنشر المتر المربع من البلوط الخام

هى ٤٠٠٠ وحدات شغل

ج - وحدات الشغل اللازمة لنشر ٦٦٠ متر مربع من لوح البلوط =  $٤٠٠٠ \times ٦٦٠ = ٢٦٤٠٠٠٠٠$  وحدات

شغل في ١٠ ساعات ومنه وحدات الشغل في الثانية =  $\frac{٢٦٤٠٠٠٠٠}{٦٠ \times ٦٠ \times ١٠}$  وقوة الوابور =  $\frac{٢٦٤٠٠٠٠٠}{٦٠ \times ٦٠ \times ١٠} \times \frac{1}{10} = ١٠$

حصان بخارى

س - المعنوي



س - المعلوم وإبواب قوة المفيد ٤٠ حصان وبالتجربة علم انه ينشر ١٤ متر مربع من خشب البلوط  
التمام في خمس دقائق والمطلوب معرفة مقدار وحدات الشغل اللازمة لتقطع متر مربع من البلوط  
تمرين خامس عشر - س - بوابة قنطرة طولها ١٠ متر وارتفاعها ٤ متر وفرق توازن المياه عليها ٤ متر  
وهي من حديد والدروازة من حديد ومعامل الاحتكاك  $\frac{1}{4}$  (بالنسبة لاحتكاك الحديد على الحديد في الماء) فاهي القوة اللازمة  
لرفع هذه البوابة بفرض أن ثقل البوابة = ١٠٠٠٠ كيلوجرام

ج - ضغط الماء =  $10 \times 4 \times \frac{1}{4} \times 1000 = 1000$  كيلوجرام وهو ضغط الماء على البوابة والقوة  
المطلوبة = ثقل البوابة زائد قوة الاحتكاك أعني

$$10000 + 1000 = 11000 \text{ كيلوجرام}$$

س - اذا كانت البوابة لها درافيل ومعامل الاحتكاك  $\frac{1}{8}$  وباقي المعاليم كما في (التمرين خمسة عشر) فما  
مقدار القوة اللازمة لرفع هذه البوابة

ج - القوة المطلوبة =  $10000 + 1000 = 11000$  كيلوجرام

س - اذا كانت البوابة السابق ذكرها لها درافيل اختراع استون الذي فيه معامل الاحتكاك  $\frac{1}{8}$   
فاهي القوة اللازمة لرفع البوابة المذكورة

ج - القوة المطلوبة =  $10000 + 1000 = 11000$  كيلوجرام

س - اذا كانت البوابة السابق ذكرها لها درافيل وثقل اتران فاهي القوة اللازمة لرفع البوابة المذكورة  
ج - حيث ان ثقل اتران متزن مع ثقل البوابة فتكون القوة المطلوبة =  $10000 = 1000$  كيلوجرام

تمرين سادس عشر - س - ما هو أكبر مقدار فرق توازن المياه الأمامية عن الخلفية الذي فيه البوابة الموضحة  
بالتمرين خمسة عشر يمكن ان تنزل بثقل نفسها اذا كان معامل الاحتكاك كما في الثلاثة حالات  
الآتية

$$(١) \text{ معامل الاحتكاك } = \frac{1}{4}$$

$$(٢) \text{ معامل الاحتكاك } = \frac{1}{8}$$

$$(٣) \text{ معامل الاحتكاك } = \frac{1}{16}$$

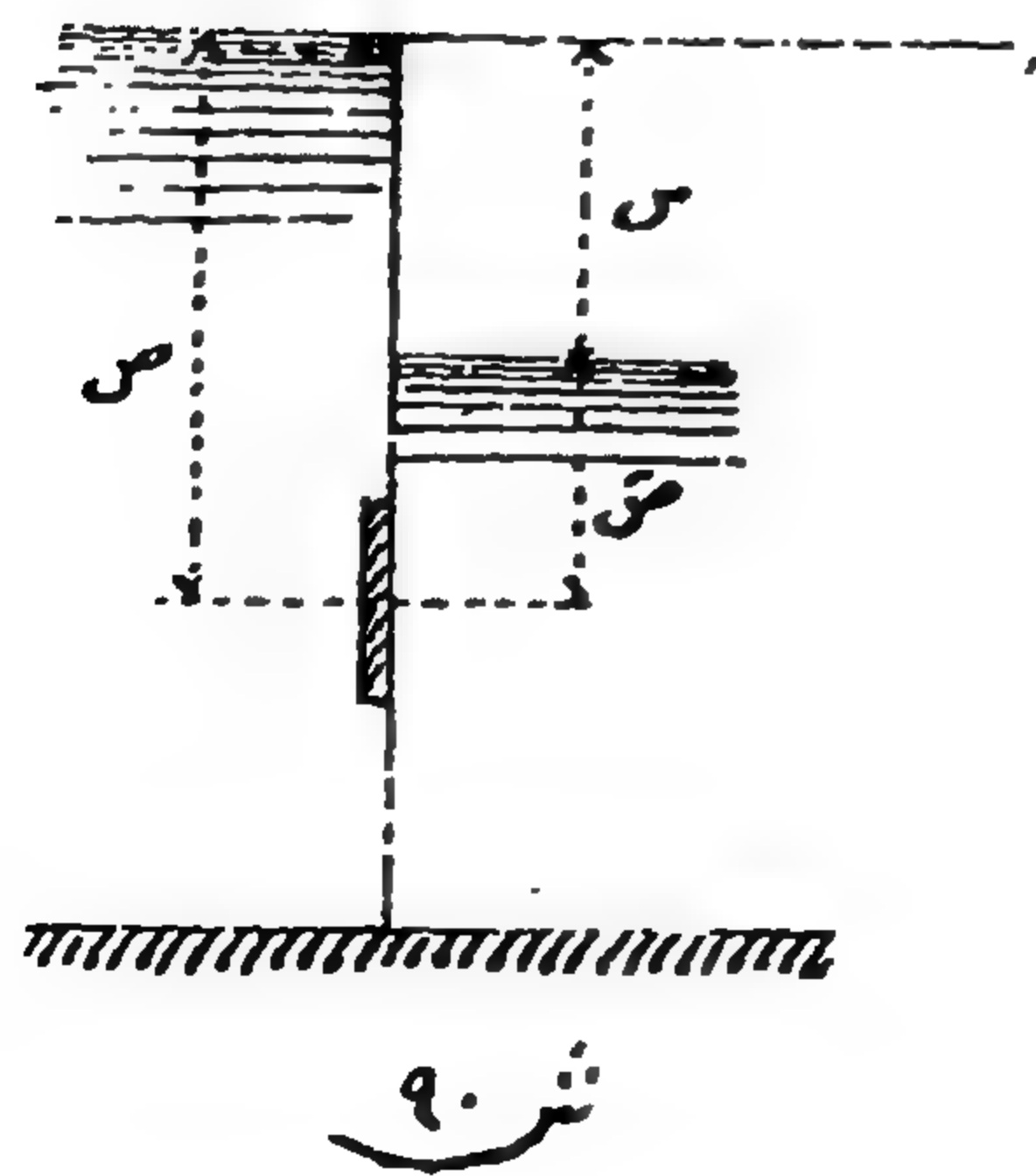
ج - بفرض ان س شكله هو فرق التوازن

وبما ان ثقل البوابة = ١٠٠٠٠ كيلوجرام يكون

$$(١) \frac{10000 \times 10 \times 4 \times 10}{2} = 10000 \text{ ومنه } س = ٥٠ \text{ متر}$$

$$(٢) \frac{10000 \times 10 \times 4 \times 10}{8} = 10000 \text{ ومنه } س = ٢٥ \text{ متر}$$

$$(٣) \frac{10000 \times 10 \times 4 \times 10}{16} = 10000 \text{ ومنه } س = ١٢.٥ \text{ متر}$$





وصعود جسم على المستوى المائل ب و ح د كما في شكل ٤١ كطلوعه على

مع ملاحظة أن ثقل الأجسام الموجودة على المستويات التي ميلها ضعيف يقرب من الافق مثل ثقلها على الافق الا ان جيب تمام الزاوية الواقعة بين العمود على المستوى المائل والرأس يساوى تقريبا واحدا وقوة الاحتكاك في الميول الضعيفة كهذه تعتبر دائما مثل ما في المستوى الافقي

وعلى هذا يرتفع ثقل القطر في كل ثانية ٠.٧ ر.متر و وحدات الشغل المقابلة لهذا الارتفاع في الثانية يساوى  $٠.٧ \times ٢٠٠٠٠ = ١٤٠٠٠$  وحدات شغل في الثانية وشغل الاحتكاك يساوى  $\frac{٢٠٠٠٠}{٢} \times ١٤ = ٩٢٢.٢$  وحدات شغل في الثانية

ج - نرمز بالحرف س لثقل الواو و بجرماتة بالكيلو جرام

وميل المسك



والمشغل اللازم في الثانية بالنسبة لهذا الارتفاع =  $5.6 \times 5.0$

وعلى ذلك يكون الشغل جميعه في الثانية = ٠.٢٨ س + ٠.٦٤ س = ٠.٩ س

لكن شغل الواور في الثانية =  $50 \times 75 = 3750$

وعلى ذلك يكون ٥٠٩ ن. خ. س = ٣٧٥٠ ومنه

س = ۴۱۶۶۶ کلوگرام وهو نقل الوابور عبراته

تمرین ناسع عشر - س - واور بعبا تہ یزن ۱۰۰۰۰ کیلوگرام یسیر نازلا علی سکہ جدیدیہ فی

مستوى مائل ميله في النزول  $\frac{1}{4}$  بسرعة منتظمة ١٠٠ كيلومتر في الساعة ومعامل الاحتكاك  $= \frac{1}{3}$

والمطلوب معرفة قوة الواپور ماخصان البخارى

ج- المسافة التي يقطعها الوابور في السبر في الثانية =  $\frac{1000 \times 100}{60 \times 60} = 28$  متر

وشغل الاحتكاك في الثانية =  $\frac{1000}{3} \times 28 = 9333$  وحدات شغل

وارتفاع ميل المستوى في مسافة ٢٨ متر =  $\frac{٢٨}{٤٨} = ٠.٧$  وهو مقدار ما يقره الواپور في الثانيه

ومينئذ فالشغل المعمول بالثقل في الثانية =  $10,000 \times 2.07 = 20,700$  وبسبب أن الثقل يساعد الواوور

على التذول يكون الشغل المطلوب من الياور  $9333 = 7000 - 2444$  وحدات شغل

وعليه فقرة الواوور بالحصان البخارى =  $\frac{٢٤٤٤}{\sqrt{0}}$  اى اى حصان بخارى

س - اذا كانت قوة حصان = ٦٠ كيلو جرام فما مقدار الثقل الذي يمكنه جره على كفة خشبية

فيها معامل الاحتكاك  $\frac{1}{10}$  وميلها  $\frac{1}{40}$  في الصفود

من - ماهی قوت الحصان اللازمة لسند وتوقیف عربیة وزنها ۸۰۰ کلو جرام حال سیر هاترولا علی

مسكة ميلها  $\frac{1}{50}$  ومعامل الاحتكاك فيها  $\frac{1}{10}$

تعريف - المشغل الا زمر لنقل أى جسم من محل الى محل آخر يقدر بحاصل ضرب ثقله فى البعد الكائن

بین مرکزی ثقله فی المحلین المذكورین

تَمْرِينَ عَشْرِينَ - س - مَكْعَبٌ مِنَ الْجِرَانِيَّةِ ضَلْعُهُ = رء. مَدْرٌ وَثَقُلَ الْمَدْرُ الْمَكْعَبُ مِنَ الْجِرَانِيَّةِ = ٢٦ ٢٠

کیلوگرام ماہو الشغل الا لازم لقلبہ علی احد سطوح بدورانه حول ب

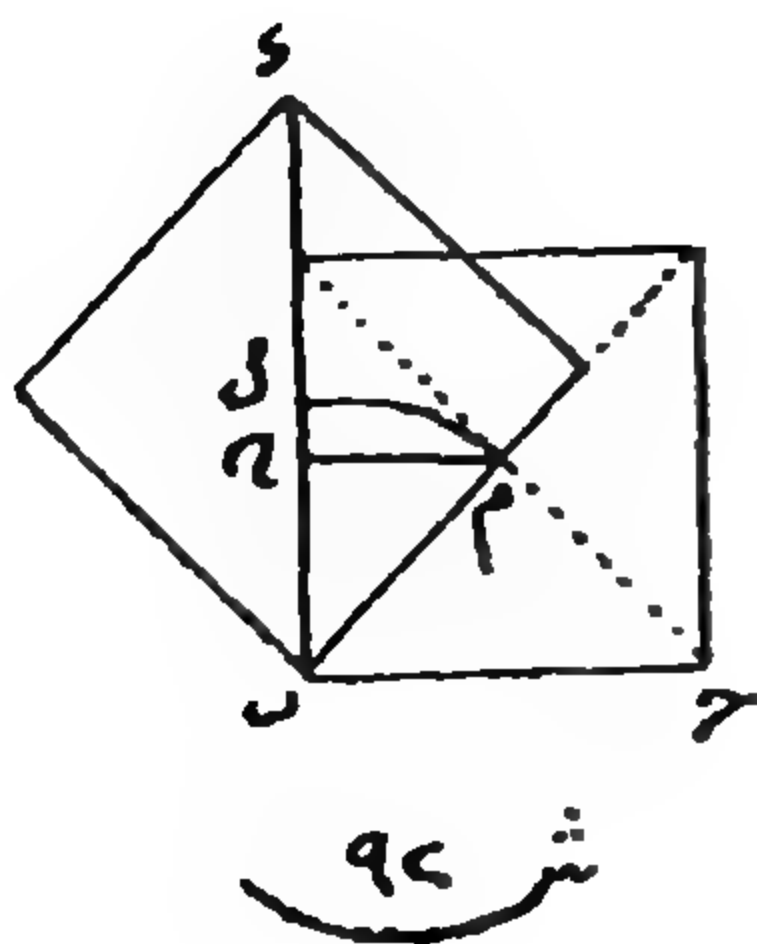
ج - المسافة بين مركز ثقل المكعب المذكور م ونقطة ب شكل ٩٤

$$r_{12} = \frac{\sqrt{8}}{2} = \frac{\sqrt{4+4}}{2} \quad \text{تساوی}$$

والشغل اللازم لرفعه حتى يتقلب على السطح الآخر بنفسه هو كرفع

مركز ثقله م من ج الى ل أعني الشغل اللازم لقلب المكعب المذكور

مثل رفع ثقله لمسافة رأسية 2 ل م

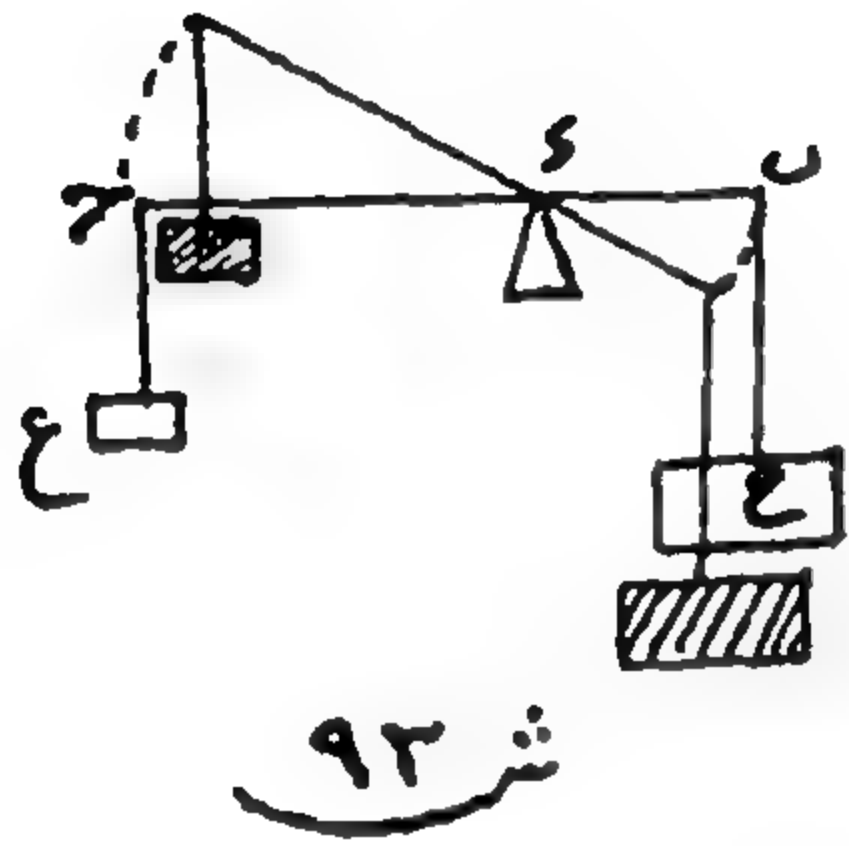
[illegible]



ونقل المكعب المذكور  $= ٢٦٢٠ \times ٤ \times ٤ \times ٤ = ٢٠٩٦٠$  كيلوجرام  
 ووحدة الشغل اللازمة لرفع المكعب مسافة ٤١٤ متر  $= ٢٠٩٦٠ \times ٤١٤ = ٨٦٧٧٧٤٤$  كيلوجرام متر  
 والشغل اللازم لقلب أى جسم هو مقياس ثباته

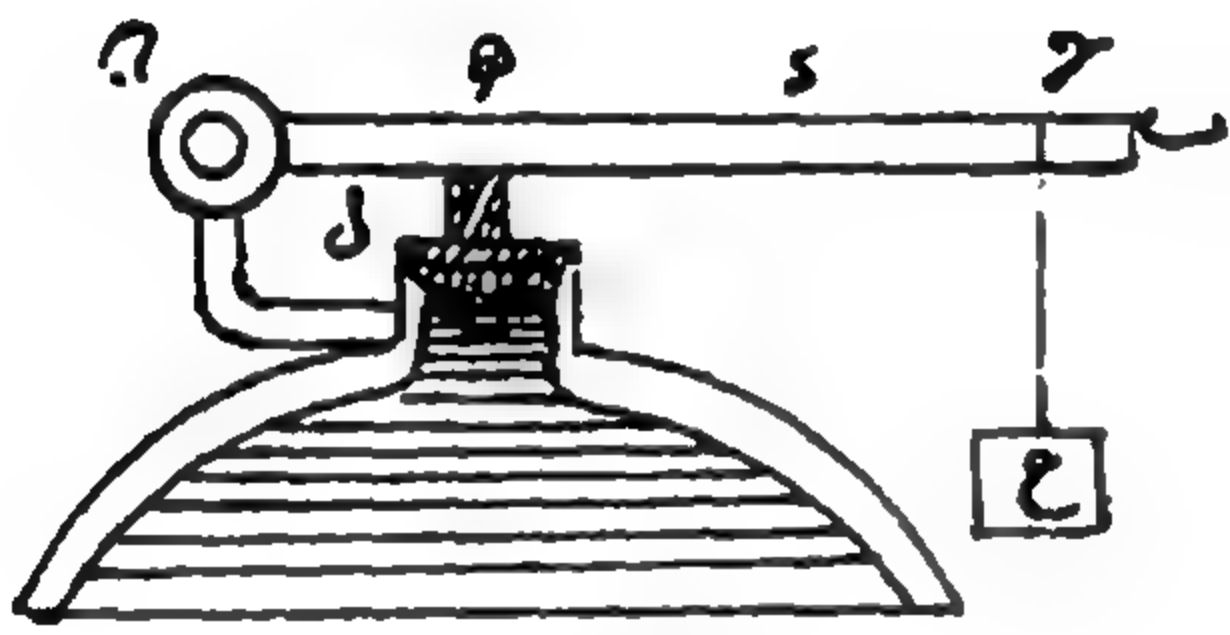
### الرافعة

الآلات البسيطة يمكنها توزيع الشغل بانتظام وتغيير الاتجاه ولكن لا يمكنها ان تزيد قيمة الشغل  
 س - اذا كان فى الرافعة كما فى شكل ٩٣  $د = ١٠$  متر  $ب = ٤$  متر  $ع = ٣$  كيلوجرام  
 فما مقدار الشغل ح



ش ٩٣

ومعلوم أنه اذا رفع ع خمسة أمتار فان ح يتزلزل ١٢ متر  
 $د = ١٠$  امثال  $ب$  فعلى ذلك الشغل المعول بالشغل  $ع = ٣ \times ٥$   
 والشغل المعول بالشغل  $ح = ١ \times ١٠$  أو  $٣ \times ٥ = ١ \times ١٠$  ومنه  
 $ح = ١٥$  كيلوجرام وهذه هي قاعدة الشغل المبذولة فى الرافعة فى  
 رافعة صامد الأمن لاى ماكينة



ش ٩٤

ولتكن  $ب = ٢$  كما فى شكل ٩٤ رافعة نقطة ارتكازها  $ج$  ل  
 صامد الأمن والرافعة  $د$  موضوعة على العمود  $هـ$  للصامد  
 والنقل ح يتحرك أفقياً على الرافعة والمطلوب اولاً معرفة  
 النقطة من الرافعة التى اذا وضع فيها الشغل ح يقابل  
 أعظم ضغط للجدار بالأمن ثانياً معرفة مقدار الشغل ح اذا  
 علم طول الرافعة  
 تمرين واحد وعشرين - س - طول الرافعة  $ب = ٢٨$  متر  
 والمسافة  $د = ٥$  متر وثقل الصامد أو البلف مع العمود  
 $= ٣$  كيلوجرام وثقل الرافعة نفسها يساوى ٤ كيلوجرام وسط قطاع الصامد  $ع = ٤$  مسنبة مربع  
 فما يكون مقدار الشغل الذى اذا وضع فى نهاية الرافعة يكون معادلاً لضغط الجدار الذى قوته  
 $٣$  كيلوجرام على السطح المربع علاوة عن ضغط الجدار  
 ج - ضغط الجدار على البلف  $= ٣ \times ٤ = ١٢$  كيلوجرام  
 والضغط الصافى على الرافعة  $= ١٢ - ٧ = ٥$  كيلوجرام  
 وسبب ان ثقل الرافعة هو فى وسطها يكون

$$(ح \times ٢٨) + ٤ \times ١٢ = ٤ \times ٦٩ \text{ أو}$$

$$ح = \frac{٥٦ - ٤٧٦}{٢٨} = ٨ \text{ كيلوجرام}$$

تمرين اثنين وعشرين - س - اذا كان حبل  $ب$  كما فى شكل ٩٥ شاد للعمود  $ج$  المركز على الأرض  
 فى



في نقطة ج وحاملا للثقل ح المعلق في نقطة ح

والمطلوب معرفة مقدار شد الحبل حينئذ يكون

$$د = ١٧٥ \text{ متر} \quad ب = ٤٠٠ \text{ متر} \quad ١ = ٥٠ \text{ متر} \quad ١٤٥ \text{ متر}$$

$$١ = ٥٠٠ \text{ كيلوجرام وثقل العمود } ٢ = ١٠٠ \text{ كيلوجرام}$$

ج - نتصور أن ج كرافة تتحرك حول نقطة الارتكاز

٢ وقد ج عمودا على د م ل خطا رأسيا من

مركز ثقل العمود م وحينئذ عزم القوى الشادة للحبل

يساوي عزم الثقل ح زائدا عزم ثقل العمود وبهذا

السبب قوة شد الحبل مضروبة في ج = ح × د + ثقل العمود × ج ل

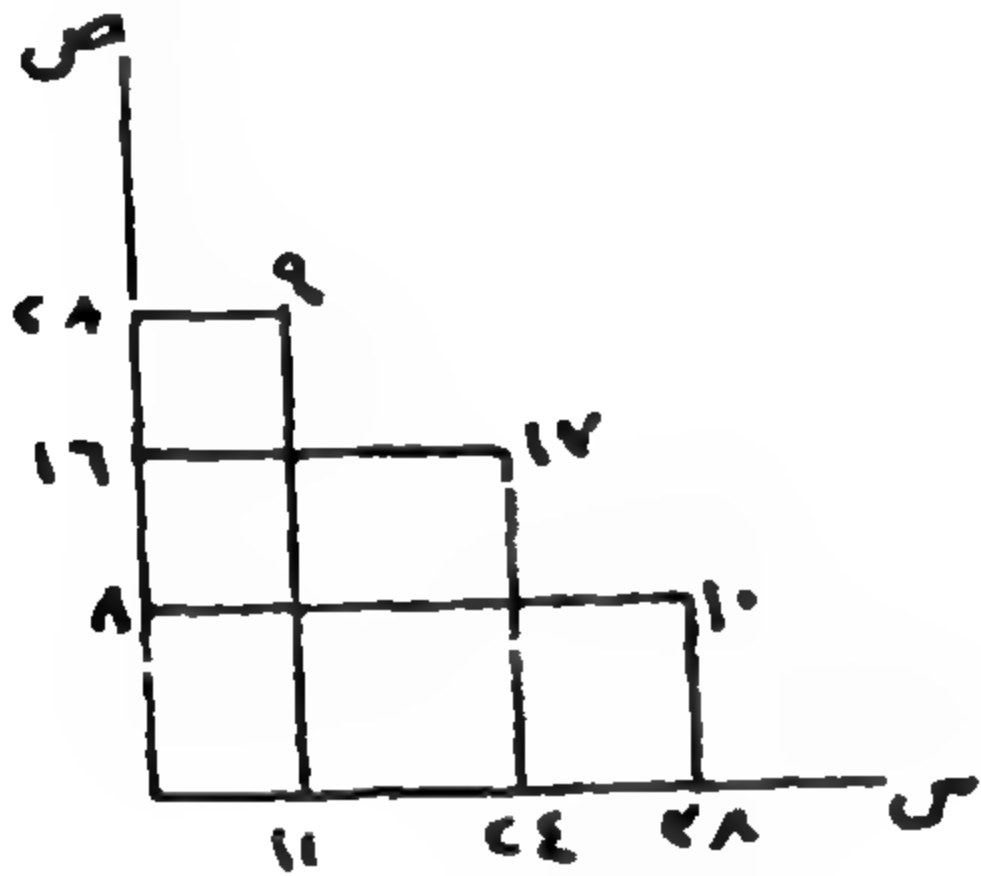
فلو عمل هذا الرسم بالعمل بالضغط لا يمكن مقاس هذه الأبعاد بالبرجل أو يمكن إيجادها بطريقة حساب المثلثات فيجد أن

$$د = ٢٤٠ \text{ متر} \quad ب = ١٠٠ \text{ متر} \quad ١ = ٥٠ \text{ متر} \quad ١٤٥ \text{ متر}$$

وعلى ذلك فالشد × ٢٤٠ = ١٠٠ × ٥٠ + ١٠٠ × ٥٠ أو

$$\text{الشد} = \frac{١٠٠٠٠}{٢٤٠} = ٤١٧ \text{ كيلوجرام}$$

تمرين ثلاثة وعشرين - م - ثقل ثلاثة اجسام يساوي على التوالي ١٠ كيلوجرام ١٧ كيلوجرام ٩ كيلوجرام كما في شكل ٩٦



وابعاد مراكز ثقلها عن محور افقي = ٢٨ ١٦ ١٨ سنتيمتر

وابعاد مراكز ثقلها عن محور رأسي = ١١ ٢٤ ٣٨ سنتيمتر

فما يكون بعد مركز ثقل الثلاثة اجسام بالنسبة للمحورين

ج - نرسم بالمحرف م لبعد مركز ثقل الجميع عن المحور الافقي

ما م لبعد مركز ثقل الجميع عن المحور الرأسي فعلى ذلك يكون

$$(٩ + ١٧ + ١٠) \text{ م} = (٤٨ \times ١٠) + (٢٤ \times ١٧) + (١١ \times ٩) \text{ ومنها}$$

$$\text{م} = ٢٤٦٠ \text{ سنتيمتر}$$

$$(٩ + ١٧ + ١٠) \text{ م} = (١ \times ١٠) + (١٦ \times ١٧) + (٢٨ \times ٩) \text{ ومنها}$$

$$\text{م} = ١٦٨٠ \text{ سنتيمتر}$$

### الملفاف ذي الطارة

هذه الآلة البسيطة هي من جنس الرافعة ولكن طارة كبيرة م حء وملفاف ص ل يدوران

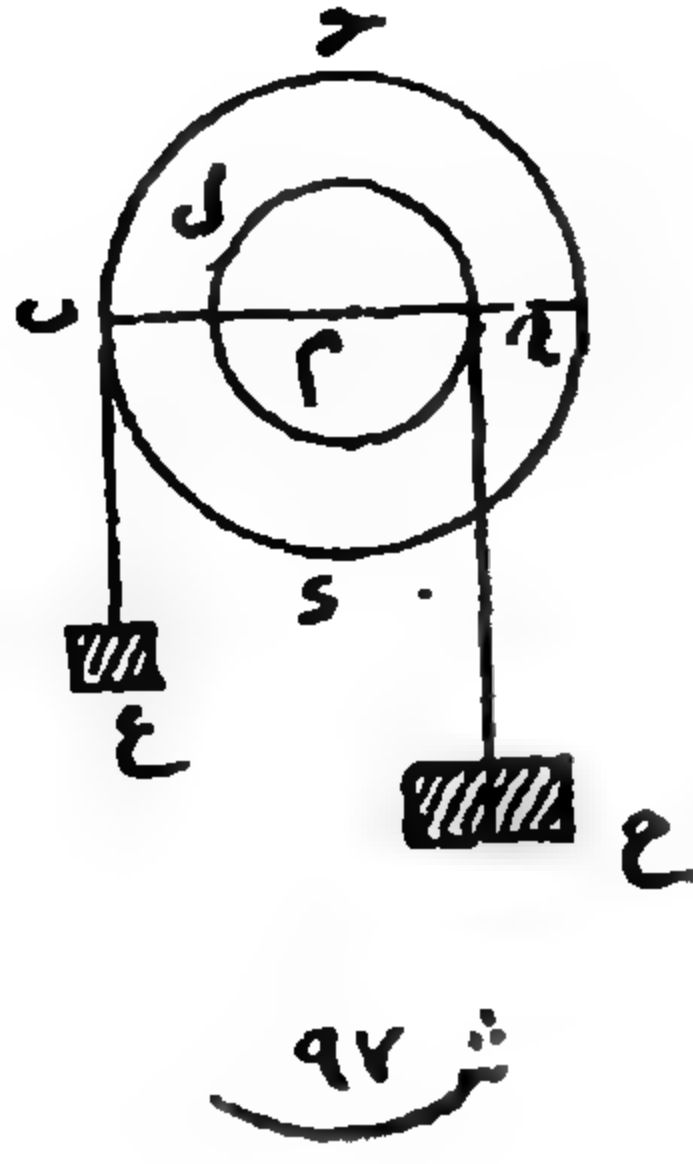
معا على محور م فاذا دارت الطارة الكبيرة بقوة ع فالملفاف ل شكل ٩٧ يرفع الحبل المربوط فيه

الثقل ح لفا وذراع رافعة ع هو م وذراع رافعة ح هو م ومتى كان هناك توازن

بين القوة والثقل يكون  $ع \times م = ح \times م$



فإذا وضع لهذه الآلة يد أي منوية فإنها تسمى أرغاط وإذا كانت  
جملّة طارات تدور كل منها على الأخرى تسمى ونش وعلى حسب قاعدة  
الشغل إذا دارت الطارة الكبيرة مرة واحدة يدور الملفاف مرة واحدة  
ومتى نزلت ع مسافة  $c \times م \times ٣١٤$  فإن ح ترتفع مسافة  
 $٣١٤ \times م \times ٢$



ش ٩٧

والشغل المعمول بواسطة ع = الشغل المعمول بواسطة ح وعليه يكون

$$ع \times م \times ٣١٤ = ح \times م \times ٢ \times ٣١٤$$

أو  $ع \times م = ح \times م \times ٢$  وهو عين الموضع سابقا

تمرين أربعة وعشرين - س - طول الملاوية = ٣٦ متر ونصف قطر الملفاف = ٠.٦ د. والقوة  
على الطارة = ٦٠ كيلوجرام فامقدار التقل الممكن رفعه بصرف النظر عن الاحتكاك

$$ج - شغل ع في لفّة واحدة = ٦٠ \times ٢ \times ٣١٤$$

$$\text{وشغل ح في لفّة واحدة} = ح \times ٢ \times ٠.٦ \times ٣١٤$$

$$\text{وحيث يكون } ٦٠ \times ٢ \times ٣١٤ = ح \times ٢ \times ٠.٦ \times ٣١٤ \text{ أو}$$

$$ح = ٣٦٠ \text{ كيلوجرام}$$

تمرين خمسة وعشرين - س المطلوب إيجاد ح الموضحة في التمرين السابق متى كان قطر الكبل الذي  
يمر على الملفاف ٠.٤ متر  $\frac{١}{٨}$  الشغل معدوم بسبب الاحتكاك وببوسة الكبل  
ج - بما أن الكبل يترود نصف قطر الملفاف بقدر استمر فيصير ٠.٧ د. فيكون شغل

$$ح = ح \times ٢ \times ٠.٧ \times ٣١٤$$

$$\text{والشغل المقيد للتقل } ع = \frac{٧}{٨} \times ٦٠ \times ٢ \times ٣١٤$$

ومن حيث أن شغل ح = شغل ع فيكون ح = ٢٧٠ كيلوجرام

الطارات المسننة - لنفرض أن الترس د

شكل ٩٨ والطارة ح يدوران معا على المحور ج

أ ص ترس آخر يدور بالترس الأول وهو يدور

مع الملفاف على المحور م والشغل معلق في

الطارة ح والشغل ح معلق في الملفاف في

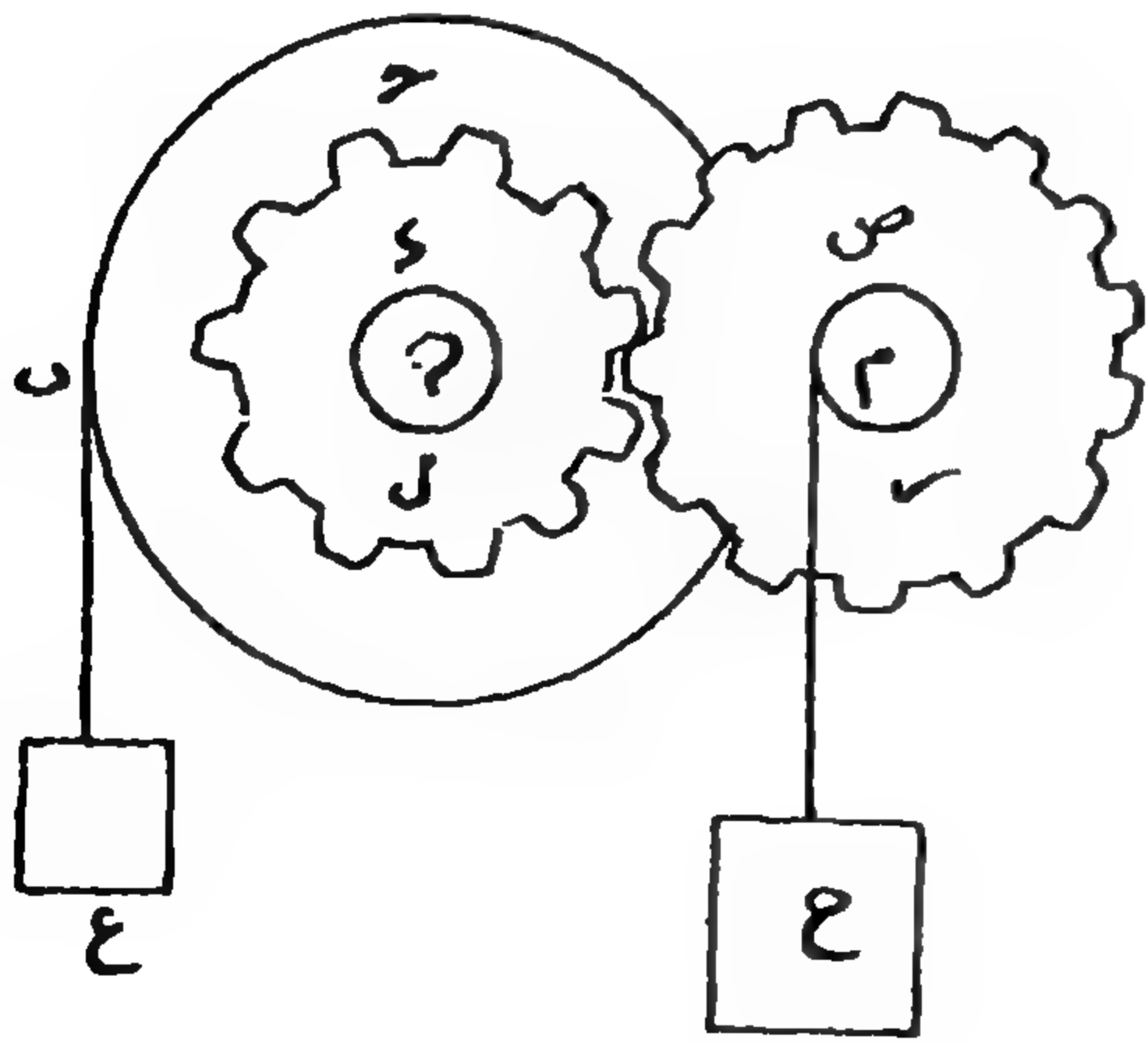
نزل الشغل ع تدور الطارة ح والترس د

من اليمين إلى الشمال وكل سن من الترس د يدور

من اليمين إلى الشمال وكل سن من الترس ص

يدور من الشمال إلى اليمين فعلى ذلك الكبل ل ح

الموجود



ش ٩٨



الموجود على الملفاف يلتف والثقل ح يرتفع.

تمرين ستة وعشرين - س - لنفرض أن  $E = 120$  كيلوجرام وقطر الطارة  $H = 1.5$  متر  
وعدد أسنان الترس  $L = 11$  وعدد أسنان الترس  $M = 14$  وقطر الملفاف  $M = 1.5$  متر  
فما هو مقدار ح بصرف النظر عن الاحتكاك

ج - في كل دورة للطارة  $H$  تدور الاحدى عشر سنا للترس  $L$  وعلى ذلك اذا قسمنا عدد أسنان  
الترس  $M$  على عدد أسنان الترس  $L$  ينتج عدد دورات الترس  $L$  متى دار الترس  $M$  مرة  
واحدة وبفرض أن الملفاف  $M$  والترس  $M$  يدوران معا دورة واحدة فعليه يدور الترس  $L$   
والطارة  $H$  بقدر  $\frac{12}{11}$

والمسافة التي يطلعها  $H = 3.14 \times 1.5$

والمسافة التي ينزلها  $E = 3.14 \times 1 \times \frac{12}{11}$

والشغل المعمول بالثقل  $H = 3.14 \times 1.5 \times H$

والشغل المعمول بالثقل  $E = 3.14 \times 1.5 \times \frac{12}{11} \times 120$

وبما أن شغل  $H =$  شغل  $E$  فعليه يكون

$H = 101.8$  كيلوجرام

تمرين سبعة وعشرين - اذا كان طول اليد  $B$  للونش الذي في الشكل (٩٨)  $= 38$  متر وعدد

أسنان الترس  $L = 12$  وعدد أسنان الترس  $M = 60$  وقطر الملفاف  $M = 0.95$  متر

وبالتجربة علم أن  $100$  كيلوجرام في اليد يمكنها أن ترفع  $2000$  كيلوجرام فما يكون مقدار الاحتكاك

ج - المسافة التي يطلعها  $H$  في دورة واحدة من دوران الترس  $M = 3.14 \times 0.95$

والمسافة التي ينزلها  $E$  في دورة واحدة من دورات الترس  $M = 3.14 \times 38 \times 2 \times \frac{60}{12}$

والشغل المعمول بالثقل  $H = 3.14 \times 0.95 \times H =$  شغل  $E = 3.14 \times 38 \times 2 \times \frac{60}{12} \times 100$

ومنه  $H = 2000$  كيلوجرام

لكن الذي وجد بالتجربة هو  $2000$  فالعادم حينئذ بسبب الاحتكاك  $= 2000 - 1000 = 1000$

أو  $\frac{1000}{2000} = \frac{1}{2}$  وهو مقدار العادم بسبب الاحتكاك

الملفاف لفرق - يوجد ارتباط عملي لقوة الملفاف

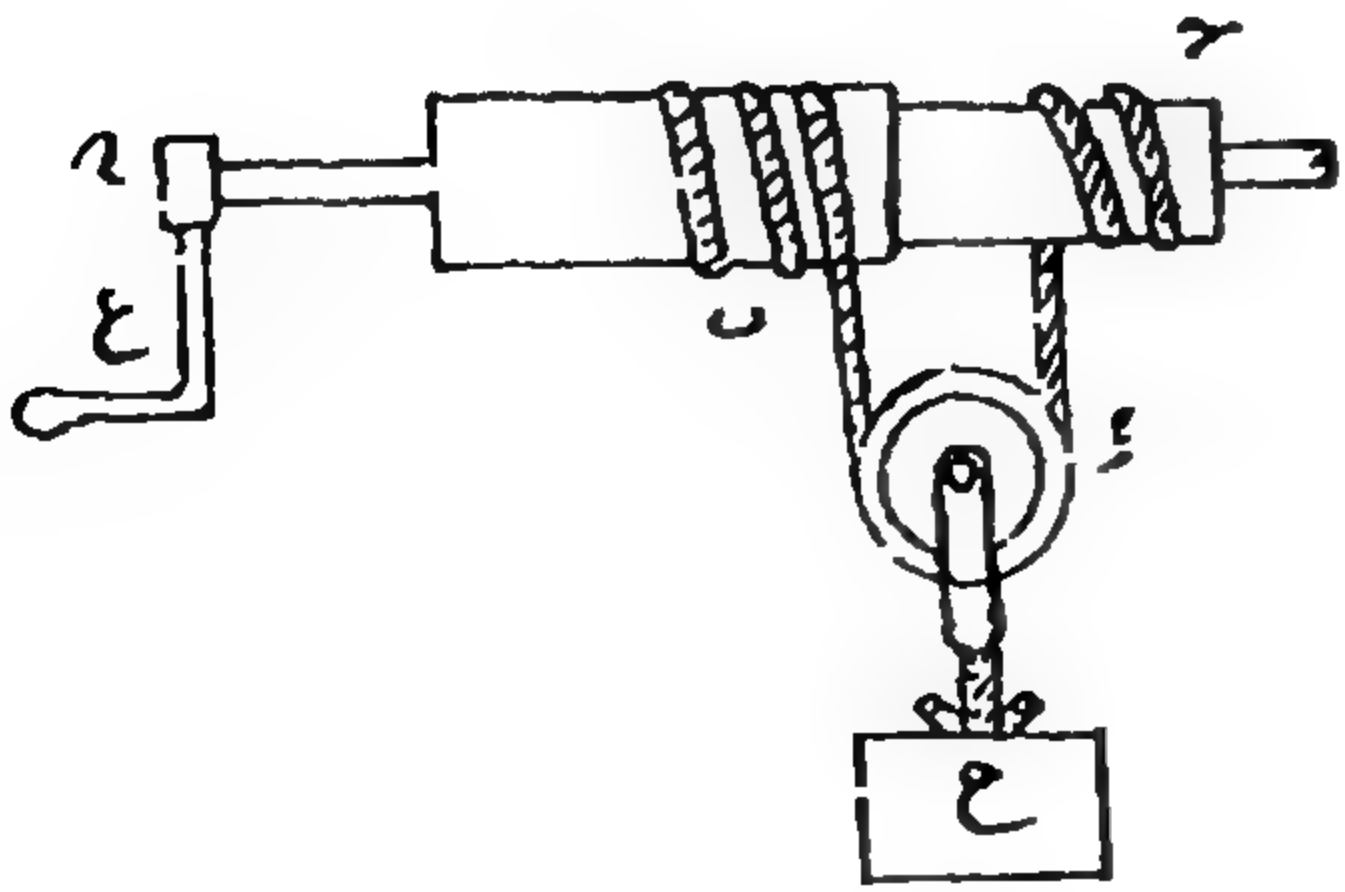
البسيط ذي الطارة لا يمكن تجاوزه بمعنى أنه يمكن

تكبير القوة بازدياد قطر الطارة أو تصغير قطر الملفاف

بدون أن يتجاوز أحد المعلوم وأما في الملفاف الفرق

فيكون زيادة القوة بكثر والآلة الموضحة في الشكل ٩٩

لها ملفاف واحد بقطرين مختلفين  $B$  و  $C$  وحبل





يلف على أحدهما بكيفية ويلف على الثاني بعكس الكيفية الأولى وجزء الحبل بين الاثنين يمر على بكره متحركة -  
حاملة للثقل ح والقوة ع موجودة على يد المؤيلة

ومتى دارت اليد فأحد الحبلين يلف على ب والثاني ينزل من ح وبسبب ذلك فمسافة طلوع ح هي  
متعلقة بالفرق بين قطري الملفاف ولهذا السبب لا يكون لهذه الآلة حد لأنه يمكن تزويد الفرق بين  
قطري الملفاف أو تنقيصه بحسب الإرادة دون احتياج لتغيير اليد

تمرين ثمانية وعشرين - س - إذا كان قطر الملفاف في ب = ٢٥ متر وفي ح = ٢٠ متر وطول  
اليه = ١٠٠ متر و ح = ٣٠٠ كيلوجرام فامقدار القوة ع بصرف النظر عن الاحتكاك

ج - متى دارت اليد ح مرة واحدة يرتفع الحبل في ب مسافة مساوية لمحيط الملفاف ب والحبل  
في ح ينزل بقدر محيط الملفاف ح وبذلك يقصر الحبل مسافة تساوي الفرق بين المحيطين وبما أن  
الحبل يلف على البكرة ح فإنها ترتفع مقدار مساويا لنصف الفرق بين محيطي الملفاف وبذلك

$$\text{شغل ح في دورة واحدة لليد ح} = ٣٠٠ \times \frac{٢٥ - ٢٠}{٢} = ٣٠٠ \times ٢.٥ = ٧٥٠ \text{ أدا}$$

وحدات شغل ع في دورة واحدة لليد ح = ٦ × ١ × ٢٠ × ٣٠٠ = ٣٦٠٠٠ وعليه يكون

$$٦ \times ١ \times ٢٠ \times ٣٠٠ = ٣٦٠٠٠ \text{ أدا ومنها}$$

$$ع = ٣٦٨ \text{ كيلوجرام}$$

العيار - تمرين تسعة وعشرين - س - إذا كان حبل ل س م ح ف  
ص ح ب ط ع شكل ١٠٠ وهو مربوط في خطاف ل ويلف على البكرتين  
المحركتين ل س و على البكرتين الثابتين ح ب وقوة قدرها ٢٠٠  
كيلوجرام في ع وظهر بالتجربة أن القوة المذكورة ترفع الثقل ح الذي  
قدره ٥٦٥ كيلوجرام فامقدار العادم من القوة بسبب الاحتكاك  
ويبوسة الحبل وثقل البكرتين المحركتين

ج - متى ارتفع ح بمقدار ١٠٠ متر فكل من الأحبال ل س م ح  
أ ب ص ح ب ط ع ينقص بمقدار ١٠٠ متر فبسبب ذلك ونفرض عدم  
وجود احتكاك فالشغل المعمول بالثقل ح = ح × ١ ويلزم أن يكون  
مساويا لثقل ع الذي يلزم أن ينزل ١٠٠ متر أعني يساوي  
ع × ع وعلى ذلك

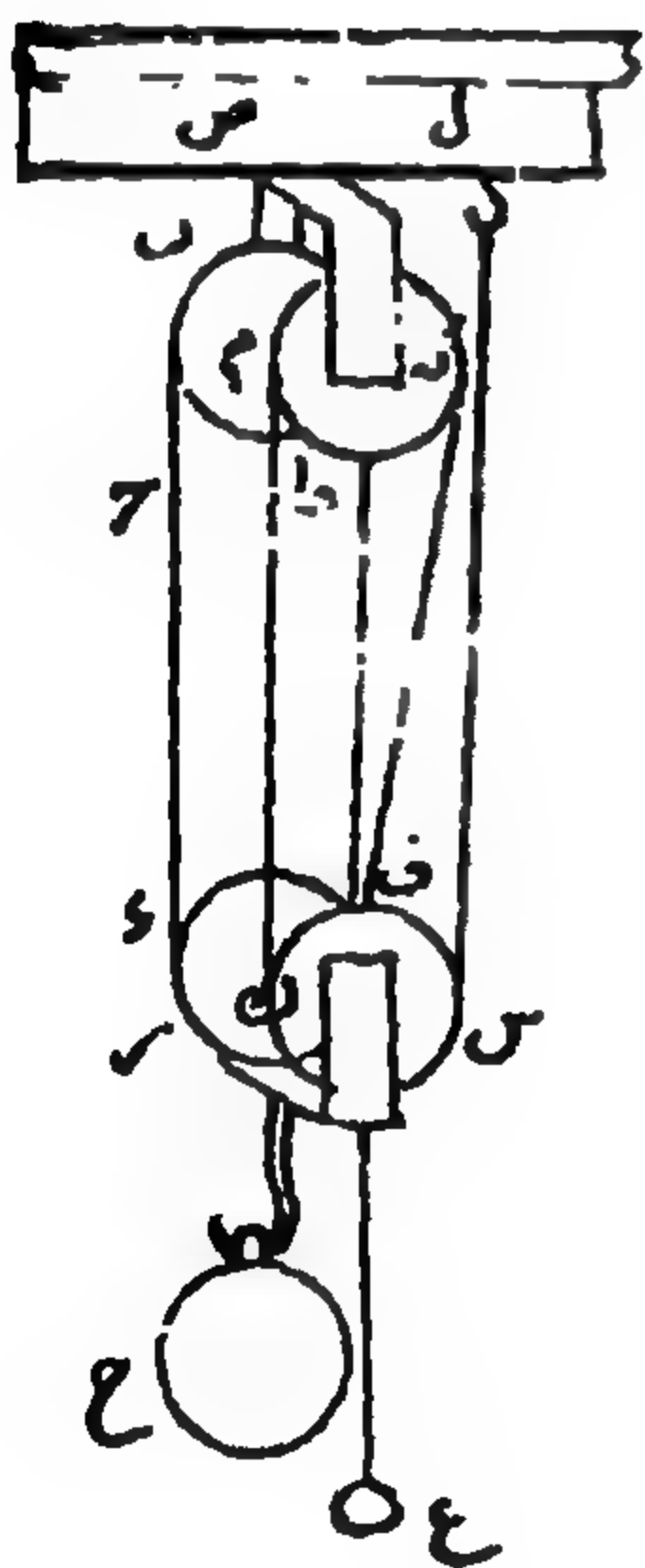
$$ع = \frac{٥٦٥}{٢} = ٢٨٢.٥ \text{ كيلوجرام}$$

وكنا وجدنا بالتجربة أنه يلزم ٢٠٠ كيلوجرام لعمل هذا الشغل فالقوة العادمة حينئذ تساوي

$$٢٠٠ - ٢٨٢.٥ = ٨٢.٥ \text{ أو}$$

القوة الأصلية تقريبا

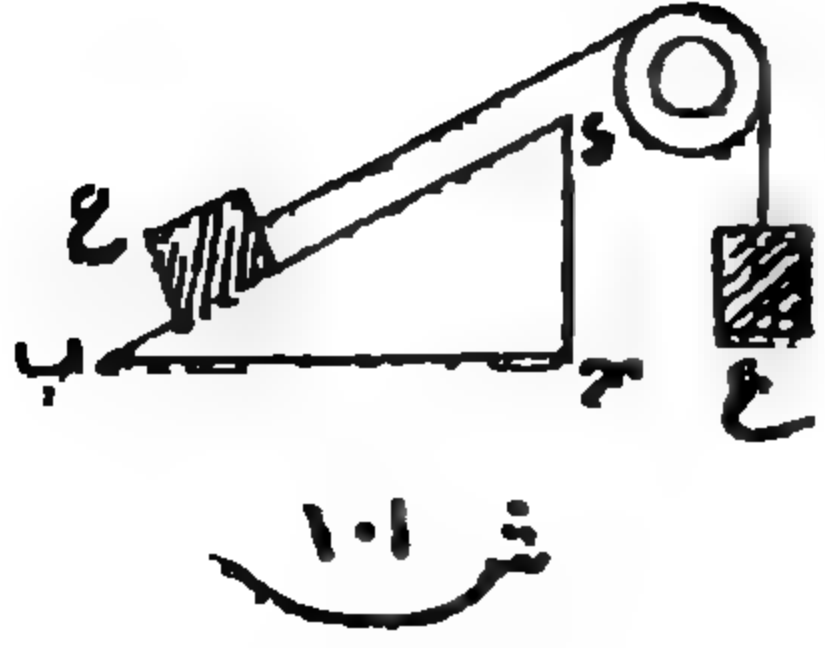
الاستوى للمثل



شكل ١٠٠



المستوى المائل - ليكن المطلوب جبر الجسم ح على مستوى مائل م و بالقوة ع كما في شكلنا بواسطة حبل مواز لميل المستوى بفرض عدم وجود احتكاك فحق مر الجسم ح من ب الى ع فالقوة ح تتزل مسافة مساوية الى م و على حسب قاعدة الشغل يكون وحدات الشغل اللازمة لطول ح من ب الى ع = الرأسى حى  $\times$  ح



والشغل اللازم عمله بالقوة ع فى النزول  $= ع \times م = ح \times ح$  أو

$$ع = \frac{ح^2}{م}$$

تمرين ثلاثين - س - طول مستوى مائل = ٢٠٠٠ متر وارتفاعه = ٤٠ متر وثقل الجسم الموضوع عليه = ٥٠٠ كيلوجرام ومعامل الاحتكاك =  $\frac{1}{10}$

فماهى القوة اللازمة لجبر هذا الجسم على المستوى المائل المذكور

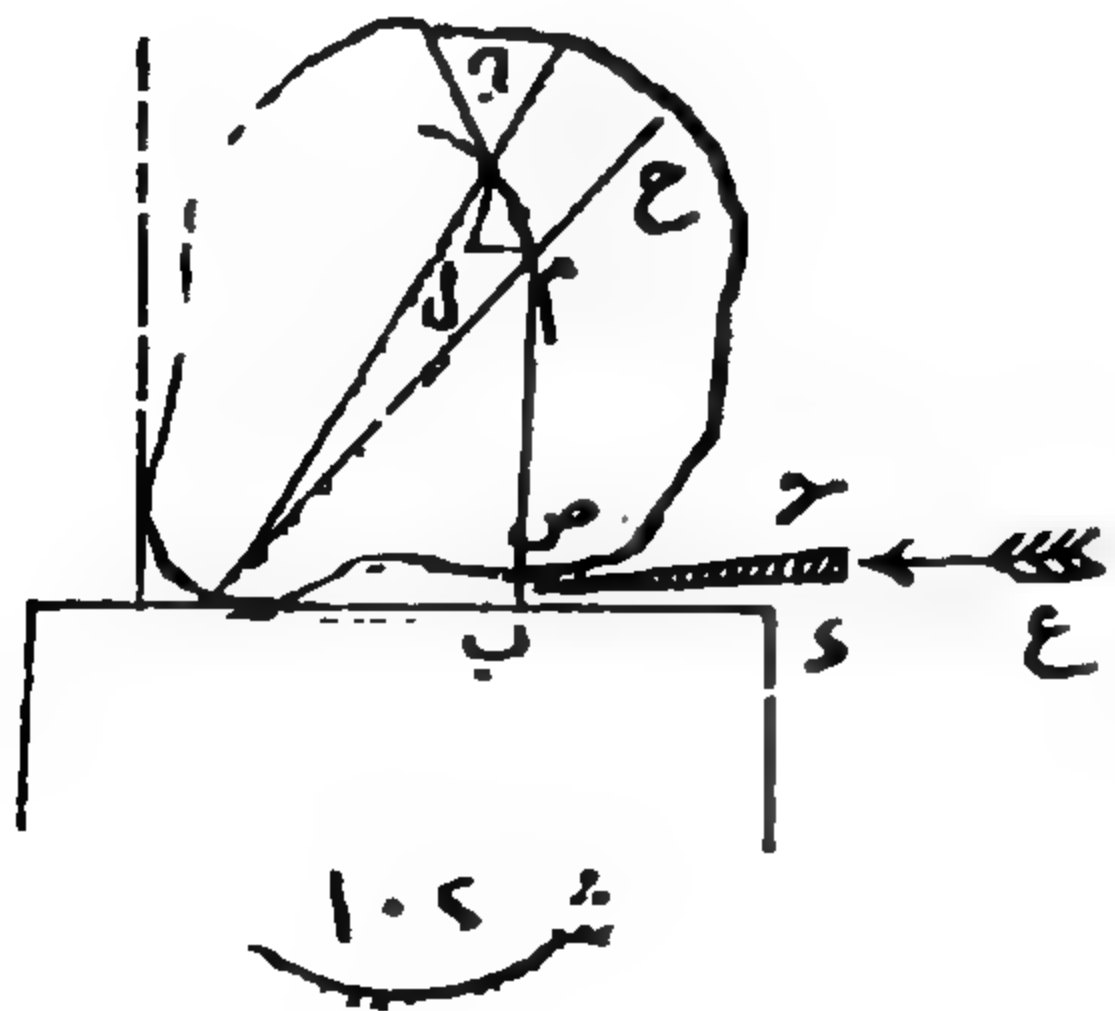
ج - بسبب ضعف الميل فان الضغط العمودى للجسم على المستوى المائل يساوى ثقل الجسم نفسه وشغل الاحتكاك الناشئ عن جبر الجسم على المستوى المائل بطول ٢٠٠٠ متر =  $\frac{٥٠٠ \times ٢٠٠٠}{١٠} = ١٠٠٠٠٠$  كيلوجرام متر

والشغل اللازم لرفع الجسم الى ارتفاع ٤٠ متر =  $٤٠ \times ٥٠٠ = ٢٠٠٠٠$  فاذا فرض بالحرف ع للقوة بالكيلوجرام اللازمة لجبر الجسم على مسافة ٢٠٠٠ متر فشغل ع =  $٢٠٠٠ \times ع$  وعلى ذلك يكون

$$ع \times ٢٠٠٠ = ٢٠٠٠٠ + ١٠٠٠٠٠$$

$$ع = \frac{١٢٠٠٠}{٢٠} = ٦٠ \text{ كيلوجرام}$$

الخابور - ليكن م ح و كما في شكلنا خابور يتحرك على مستوى افقى م و باع هو ضغط افقى واقع على الوجه م ح للخابور ففى ابتدا الخابور فى الدخول بين الجسم ح والمستوى الأفقى فيبقى هذا الجسم مركزا على المستوى الأفقى لكن متى دخل الخابور مسافة مساوية لطوله م و ففى هذه الحالة ترتفع نقطة ص بمقدار ارتفاع الخابور م ح ومركز ثقل الجسم م يرتفع بمسافة رأسية تساوى ل م



اذا كان م = ٤٠ متر م ح و = ٥٠ متر والضغط فى نقطة ص = ٦٠ كيلوجرام وصرف النظر عن الاحتكاك

$$ع \times ٤٠ = ٢٠٠٠$$

$$ع = \frac{٢٠٠٠}{٤٠} = ٥٠ \text{ كيلوجرام}$$

$$ع \times ٤٠ = ٢٠٠٠ + ١٠٠٠٠$$



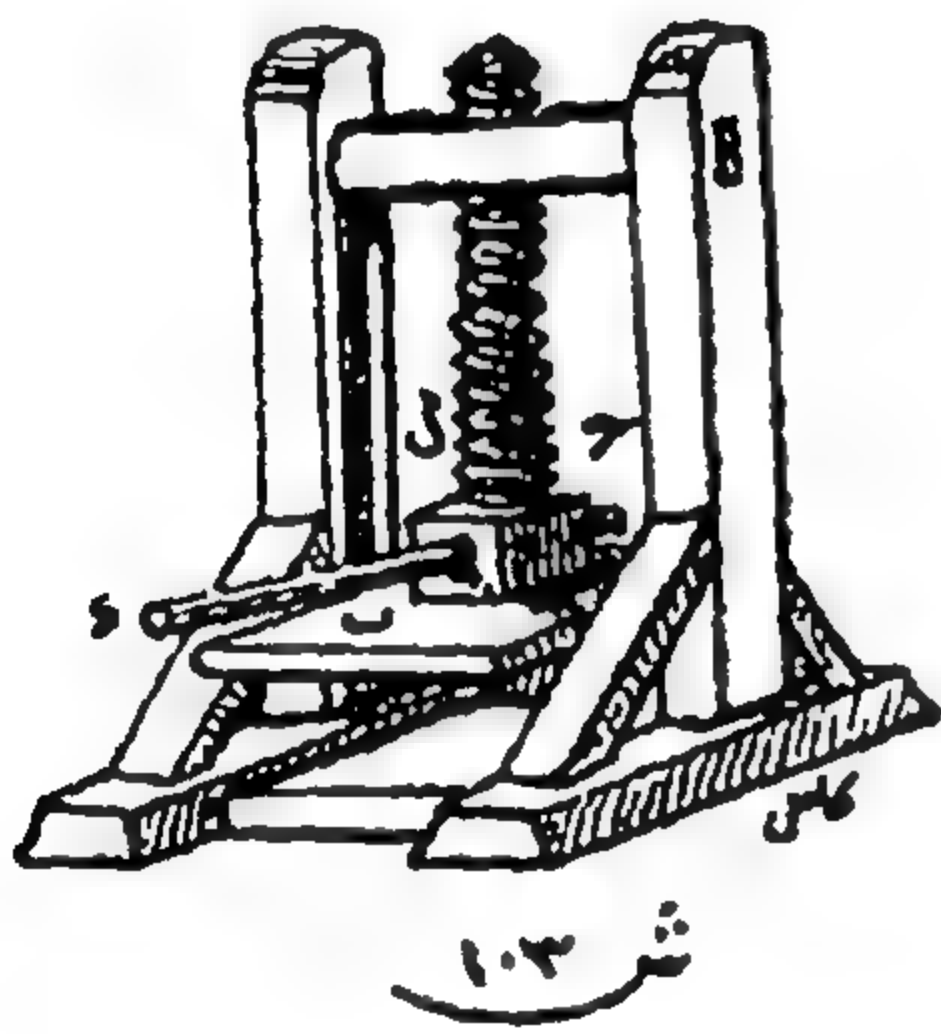
ع = ١٠ كيلوجرام ومن هذا الحساب يرى ان شغل الخابور هو متعلق بثخانة بالنسبة لطوله وان  
أكبر قوة له تحصل من الدق عليه بالقوة والسرعة

تمرين واحد وثلاثين - س - اذا كان بسرعة ١٤ متر في الثانية يحصل على عشرين دقة بجاكوش  
كبير ووزنه = ١٥ كيلوجرام على الوجه د ه للخابور ومقدار دخوله تحت لجسم يساوي ٠.٨ ر. في  
الاتجاه د ح = ٤٠٠٠٠ كيلوجرام ويرتفع مركز ثقله من م الى ج على مسافة رأسية ل ه  
المساوية الى اسنتيمتر متى ارتفعت من بمقدار ٤ سنتيمتر

فما هو جزء القوة ع المفقود بسبب الاحتكاك اذا كان د = ٨ مرات د ه  
ج - عندما يدخل الخابور ٠.٨ متر فقطعة من ترتفع اسنتيمتر ومركز الثقل يرتفع ١/٤ سنتيمتر  
وسمى في تمرين خمسين - ان جاكوش ووزنه ١٥ كيلوجرام يعمل عشرين دقة بسرعة ١٤ متر في الثانية  
وحدات شغله ٢١٩٠ وهو مقدار شغل ع وهذا الشغل يرفع مركز ثقل الجسم بقدر ١/٤ سنتيمتر  
وحدات الشغل المعمولة على الجسم لرفع مركز ثقله ١/٤ سنتيمتر = ح x ٠.٠٥ = شغل ع = ٢١٩٠ ومنه  
ح = ٤٤٨٠٠٠ كيلوجرام

فيحتمل ان يكون العادم ٤٤٨٠٠٠ - ٣٠٠٠٠٠ = ١٤٨٠٠٠ أعنى ثلاثين في المائة وهو مقدار العادم  
بالاحتكاك

البريكية - في هذه الآلة القوة المؤثرة هي على دائرة نصف قطرها اليد د ه شكل ١٣٣ ومير الشغل  
الناجم منها يكون على خط مستقيم



تمرين اثنين وثلاثين - اذا كان طول اليد د ه لبريكية بسيطة  
= ٥٠ ر. متر والخطوة ل للبريكية = ٠.١ متر وكانت القوة المؤثرة  
على اليد = ١٠٠ كيلوجرام فما يكون مقدار الضغط ح للوحة البريكية ب  
ج - المسافة التي تقطعها ع في لفة واحدة = ٢ x ٥٠ ر. x ٣.١٤  
والمسافة التي تقطعها ح = ٠.١ متر

وشغل ع في لفة واحدة = ١٠٠ x ٢ x ٥٠ ر. x ٣.١٤  
وشغل ح في لفة واحدة = ح x ٠.١  
وبما ان شغل ح = شغل ع فيكون

$$ح x ٠.١ = ١٠٠ x ٢ x ٥٠ ر. x ٣.١٤$$

$$ح = ٩٤٢٤٨ كيلوجرام$$

أو

ويظهر من ذلك انه يمكن تزويد قوة البريكية اما بتطويل اليد أو بتقصير الخطوة

س - طول يد بريكية بسيطة = ٤٠ متر والقوة المؤثرة عليها = ٤٠ كيلوجرام والضغط على لوحة  
البريكية = ٤٠٠٠ كيلوجرام فما مقدار الخطوة

البريكية



البريمة المركبة - هذه الآلة تشتمل على بريمتين أحدهما داخل الأخرى متى نزلت البريمة الكبيرة فالبريمة الصغيرة التي داخلها ترتفع وبسبب ذلك فالدورة الواحدة لليد تنزل لوحة البريمة بمقدار الفرق بين خطوتي البريمتين

تمرين ثلاثة وثلاثين - سي = إذا كان طول يد بريمة مركبة = ٠.٠٠١ متر والقوة المؤثرة على اليد المذكورة = ٠.٠٠١ كيلوجرام وخطوة البريمة الكبيرة ٠.٠١ متر وخطوة الصغيرة ٠.٠١ متر فاهو الضغط على اللوحة

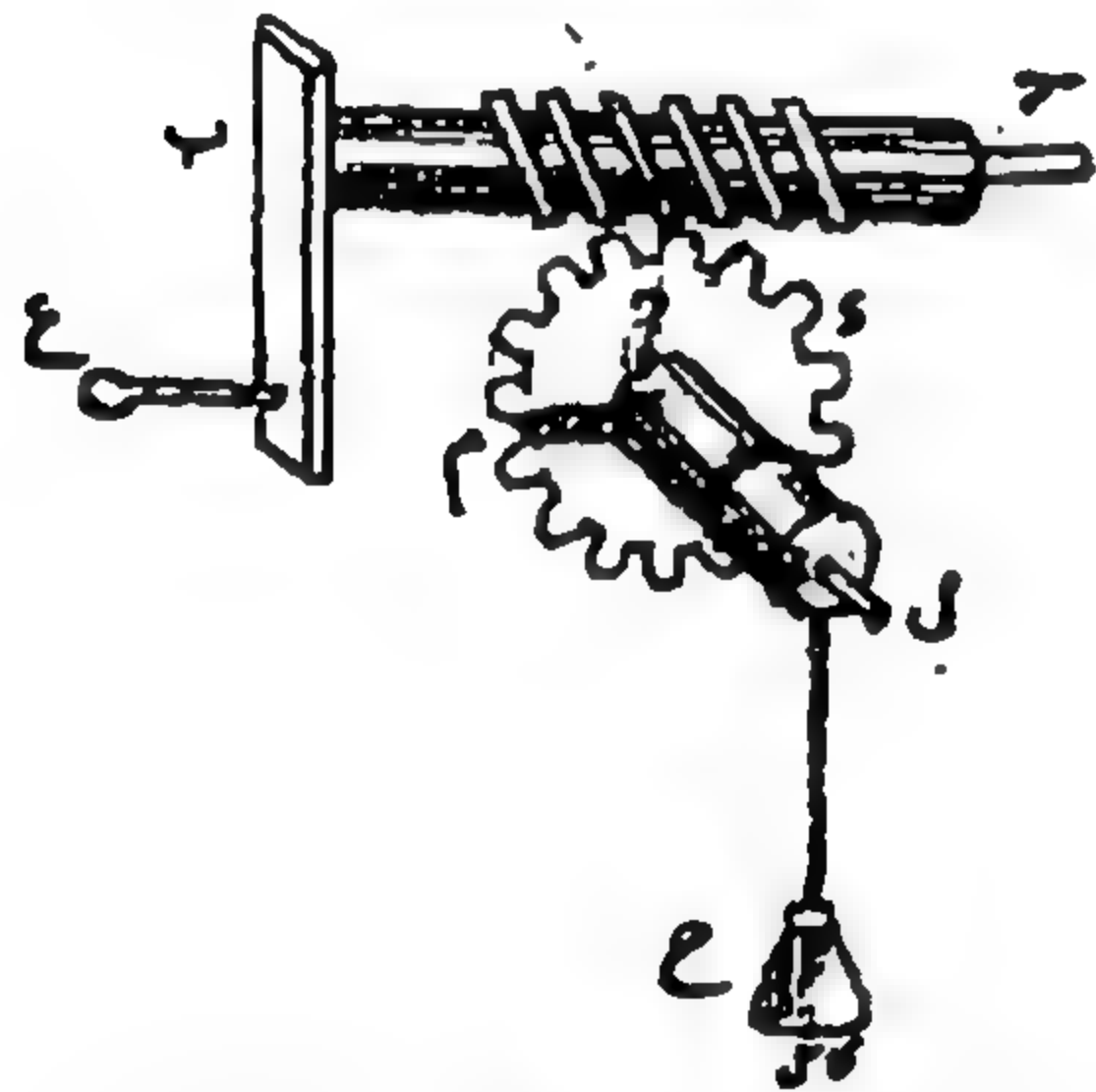
ج = في دورة واحدة لليد البريمة الكبيرة تنزل ٠.٠١ متر والصغيرة ترتفع ٠.٠١ متر فهذا السبب تنزل البريمة على اللوحة بمقدار ٠.٠١ - ٠.٠١ = ٠.٠٠٥ ويكون المشغل المعمول في لفه واحدة = ح  $\times ٠.٠٠٥$  وشغل القوة المؤثرة على اليد في لفه واحدة =  $٠.٠٠٥ \times ١ \times ٢ \times ٦٠ = ٠.٠٠٦$  وعليه فيكون

$$ح \times ٠.٠٠٥ = ٠.٠٠٦ \text{ ومنه}$$

$$ح = ٠.٠٠٦ \div ٠.٠٠٥ = ٠.٠٠١٢ \text{ كيلوجرام}$$

البريمة الغير المنتهية

في هذه الآلة كما في شكل ١ خطوات البريمة هي على أسطوانة وتنقل الحركة الى ترس وم مثبت فيه ملفاف ل ٢ ملفوف عليه حبل مربوط فيه الثقل ح وهذه



الآلة تعطى حركة بطيئة للثقل ح

تمرين أربعة وثلاثين - سي - طول يد مع لبريمة غير منتهية = ٠.٠٠١ متر

والقوة المؤثرة عليها = ٠.٠٠١ كيلوجرام وعدد اسنان الترس

٢٤ = م = نصف قطر الملفاف ل ٢ = ٠.٠٠٥ متر فامقدار

الثقل ح الممكن رفعه بصرف النظر عن الاحتكاك

ج - الدورة الواحدة من اليد لله وخطوة في البريمة وسن واحد من الترس م فعلى ذلك إذا

دارت اليد م مرة فالترس والملفاف يدوران مرة واحدة لأن عدد اسنان الترس ٢٤ والثقل

المعمول في دورة من الملفاف = ح  $\times ٠.٠٠٥ \times ٢٤ \times ٢٤$

لأن ج يرتفع بقدر  $٠.٠٠٥ \times ٢٤ \times ٢٤$

وشغل القوة المؤثرة على اليد في دورة واحدة للترس =  $٠.٠٠١ \times ٢٤ \times ٢٤$  وعلى ذلك يكون

$$ح \times ٠.٠٠٥ \times ٢٤ \times ٢٤ = ٠.٠٠١ \times ٢٤ \times ٢٤ \text{ ومنه}$$

$$ح = ٠.٠٠١ \text{ كيلوجرام}$$

سقوط الأجسام

المسافة التي يقطعها أي جسم سائر بحركة منتظمة تساوي الزمن مضروباً في السرعة

أعني إذا كان سير جسم في الثانية ٣٠٠ متر فالمسافة التي يقطعها في خمس ثواني من الزمن

$$١٥٠٠ = ٣٠٠ \times ٥ =$$



إذا ابتدأ جسم في المسير بسرعة قدرها ٢٠٠ متر في الثانية الواحدة وكانت سرعته تتزايد بالتدريج إلى أن تصل في آخر الخمس ثواني إلى ٤٠٠ متر في الثانية فالمسافة التي يقطعها الجسم في خمسة ثواني هي

$$١٥ = ٣ \times ٥ = \frac{٤+٢}{٢} \times ٥$$

إذا سقط جسم بدون مانع من ارتفاع قريب من سطح الأرض فمقدار قوة الجذب هو ثابت وهو يزيد سرعة الجسم في كل ثانية بكمية ثابتة علمت بالتجربة

مثلاً السرعة في انتهاء الثانية الأولى من السقوط هي  $١ \times ٩٨٧٩$

والسرعة في انتهاء الثانية الثانية من السقوط هي  $٢ \times ٩٨٧٩$

والسرعة في انتهاء الثانية الثالثة من السقوط هي  $٣ \times ٩٨٧٩$

فإذا رمزنا بالحرف س للسرعة ، نر للزمن مقدراً بالثواني ، ح لهجمة الثاقل يكون

$$س = نر \times ح \quad (٢)$$

والمسافة التي يقطعها الجسم في ثانية واحدة بسبب أن يبتدى بصفر وينتهى في آخر الثانية إلى

$$٩٨٧٩ \text{ هي } ١ \times \frac{٩٨٧٩}{٢}$$

والمسافة التي يقطعها الجسم في أربعة ثواني =  $٩٨٧٩ \times ٢ \times ٤$

وبسبب أن الجسم يبتدى بصفر وينتهى بعد أربعة ثواني إلى  $٩٨٧٩ \times ٤$

فالسرعة المتوسطة في أربعة ثواني =  $٢ \times ٩٨٧٩$

لكن المسافة =  $٩٨٧٩ \times ٢ \times ٤ = \frac{٩٨٧٩}{٢} \times ٤ \times ٤ = \frac{٩٨٧٩}{٢} \times ٤$  أو

$$٥ = \frac{٤}{٢} \times نر \dots (٣)$$

نفرض ه رمز للمسافة بالمتر

تمرين خمسة وثلاثين - س - ما هي سرعة الجسم الذي يسقط في مدة خمسة ثواني في انتهاء الثانية الخامسة

ج - س =  $٩٨٧٩ \times ٥ = ٤٨٣٩٥$  متر في الثانية الأخيرة

تمرين ستة وثلاثين - س - ما مقدار الثواني التي يحصل فيها جسم ساقط على سرعة قدرها ٥٨٣٧٤ متر في الثانية

ج -  $٥٨٣٧٤ = نر \times ٩٨٧٩$  أو  $نر = \frac{٥٨٣٧٤}{٩٨٧٩}$  وهو المطلوب

تمرين سبعة وثلاثين - س - ما هي المسافة التي يقطعها الجسم في السقوط في زمن قدره ٥

ج - بفرض ه = المسافة يكون

$$ه = \frac{٤}{٢} \times نر = \frac{٩٨٧٩}{٢} \times ٥ = ١٢٣٩٤ \text{ متر وهو المطلوب}$$

تمرين ثمانية وثلاثين - س - إذا سقط جسم بقوة تكسبه سرعة ٣٠٠ متر في الثانية فما هي

المسافة



المسافة التي يقطعها الجسم المذكور في زمن قدره  $\frac{1}{2}$  بتأثير التثاقل  
ج - من المعلوم ان الجسم يحفظ سرعته الأصلية بدون تأثير التثاقل وحينئذ فالمسافة التي يقطعها  
الجسم بقوة السقوط هي

$$18 = 3 \times 6$$

والمسافة التي يقطعها الجسم بتأثير التثاقل في الزمن المذكور =  $\frac{9.79}{2} \times \frac{1}{2} = 1.769$  متر  
ومجموع المسافتين =  $18 + 1.769 = 19.769$  متر وهي المسافة التي يقطعها الجسم  
في الزمن المذكور بقوة السقوط والتثاقل

س - ماهو الزمن الذي يستغرقه الجسم في السقوط من مسافة قدرها ٦٦ متر  
تمرين تسعة وثلاثين - س - اذا كانت سرعة جسم ٣٠ متر في الثانية فأتكون المسافة التي  
يقطعها الجسم في السقوط للحصول على هذه السرعة

$$ج - س = ح \times نر \quad أو \quad 30 = 9.79 \times نر \quad أو \quad نر = \frac{30}{9.79}$$

$$والمسافة ه = \frac{ح}{2} \times نر = \left( \frac{30}{9.79} \right) \frac{9.79}{2} = \frac{450}{9.79} = 46.79 \text{ متر}$$

مشغل التثاقل - يمكن جعل سرعة الجسم في الثانية ٩.٧٩ متى كان ثقله = ١ كيلوجرام ورفع  
بقدر  $\frac{9.79}{2}$  أو سقط من ارتفاع ٤.٨٩٥

وحدات الشغل الممول بالجسم المذكور تكون  $490 \times 1 = 490$  وحدات شغل

ملحوظ - مقدار ح الموضح هنا وهو ٩.٧٩ هو مقدار الجهد في المحروسة

ولحساب وحدات شغل أى جسم متحرك يبحث عن المسافة الساقط منها الجسم المذكور بتأثير التثاقل الملة  
وتضرب في ثقل الجسم بالكيلوجرام

تمرين أربعين - س - وزن منداله ٦٠٠ كيلوجرام وسرعته في لحظة البدء على الخازوق ٩.٧٩  
متر في الثانية فما هي وحدات شغل المندالة

ج - حسب ما تقدم تكون المندالة ساقطة من ارتفاع ٤.٩٠ متر للحصول على هذه السرعة وعلى  
ذلك فوحدات شغل المندالة هي  $600 \times 4.90 = 2940$  وحدات شغل

تمرين واحد وأربعين - س - ماهي وحدات الشغل بجسم ثقله ٥٠ كيلوجرام وسرعته في نهاية  
زمن السقوط = ٦٠ متر

$$ج - س = ح \times نر \quad ومنها \quad نر = \frac{س}{ح}$$

$$والمسافة ه = \frac{ح}{2} \times نر = \left( \frac{س}{2} \right) \frac{س}{ح} = \frac{س^2}{2 \times ح} \quad أو \quad ه = \frac{60 \times 60}{2 \times 9.79 \times 50} = 184 \text{ متر}$$

$$وحيث فوحدات الشغل = 184 \times 50 = 9200$$

ويخرج من التمرين المذكور أن

$$ه = \frac{س^2}{2 \times ح} \dots (٤)$$



فأذا ربح بالجرف ؟ لوحدات الشغل ، ح ثقل الجسم بالجرام يكون

$$2 = ح هـ = ح \times \frac{1}{9.8} \times 1000 \dots (٥٥)$$

تمرين اثنين واربعين - س - اذا رميت كوره وزنها ١٠ كيلوجرام بسرعة ١٠ متر في الثانية على أرض افقية فاهى المسافة التى تقطعها الكورة الى ان تقف بنفسها اذا كان معامل الاحتكاك  $\frac{1}{10}$

$$ج - وحدات شغل الكوره = 10 \times \frac{10 \times 10}{9.8 \times 1000} = 0.102$$

واذا ربح بجرف ص المسافة التى تقطعها الكورة الى ان تقف بنفسها فوحدات شغل الكورة على الأرض الافقية =  $\frac{1}{10} \times ص$

وعلى ذلك يكون  $\frac{1}{10} \times ص = 0.102$  ومنها

$$ص = 1.02 \text{ متر}$$

تمرين ثلاثة واربعين - س - ثقل وابلور بمراتة ٢٠٠٠٠ كيلوجرام وسرعته ٥٠ كيلومتر في الساعة فأتكون المسافة التى يقطعها الوابلور بعد هجر قوة البخار عنه حتى يقف من نفسه اذا كانت السكة الحديد افقية ومعامل الاحتكاك فيها  $\frac{1}{10}$

ج - السرعة ٥٠ كيلومتر في الساعة فى الثانية الواحدة تكون  $\frac{50000}{3600} = 13.89 \text{ متر في الثانية}$

$$\text{وحدات شغل الوابلور} = 20000 \times \frac{13.89 \times 13.89}{9.8 \times 1000} = 1976.000 \text{ وحدات شغل}$$

وحدات شغل الاحتكاك كحد وقوف الوابلور بفرض ص = المسافة بالمتر هو  $\frac{1}{10} \times ص = 0.01$  وعليه

$$ص = 1976.000 \text{ ومنه}$$

$$ص = 3952 \text{ متر وهى المسافة المطلوبة}$$

س - وابلور بمراتة وزن ٦٠٠٠٠ كيلوجرام يسير بسرعة ٦٤ كيلومتر في الساعة فاهى المسافة التى تقطعها الوابلور صعودا على مستو ميله  $\frac{1}{10}$  بعد منع قوة البخار عنه الى ان يقف بنفسه اذا كان معامل الاحتكاك  $\frac{1}{10}$

س - عربته وزنها ١٠٠٠ كيلوجرام تسير على سكة حديدية افقية بسرعة ٧٠ ر. في الثانية الواحدة فاهى المسافة التى تقطعها العربته الى ان تكون سرعتها ٦٠ ر. في الثانية اذا كان معامل الاحتكاك  $\frac{1}{10}$  تمرين اربعة واربعين - س - جسمين وزن احدهما ٧ كيلوجرام ووزن الثاني ٤ كيلوجرام مربوطين فى طرف جبل مار على بكرة مثبتة فى نقطة فأتكون المسافة التى تقطعها الجسم الاول للحصول على سرعة ١٠٠ متر في الثانية بصرف النظر عن الاحتكاك

ج - بسبب ان سرعة صعود الجسم الذى وزنه ٤ كيلوجرام هى كسر سرعة نزول الجسم الذى وزنه ٧ كيلوجرام فى الزمن الذى فيه سرعة ١٠٠ متر في الثانية

$$\text{فوحدات شغل الجسم الاكبر} = \frac{1 \times 7}{9.8 \times 1000} = 0.072 \text{ وحدات شغل}$$

$$\text{وحدات شغل الجسم الاصغر} = \frac{1 \times 4}{9.8 \times 1000} = 0.04 \text{ وحدات شغل}$$

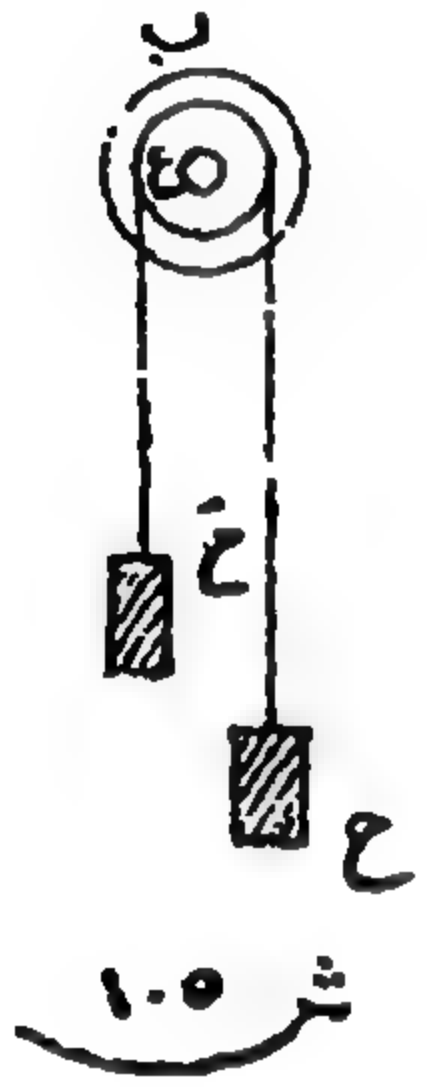
ومجموع



وبمجموع الشغل في الجسمين  $= ٥٦١ \text{ ر. وحدات شغل}$   
 فإذا افترض أن  $v =$  المسافة المقطوعة بكل من الجسمين للحصول على سرعة  $\dots$  دامت في الثانية يكون  
 شغل التناقل بالنسبة للجسم الأكبر  $= ٧ \text{ ص}$   
 وشغل التناقل بالنسبة للجسم الأصغر  $= ٤ \text{ ص}$

ومن حيث أن أصغر الجسمين صاعد والآخر نازل فيكون شغل التناقل  $= ٧ \text{ ص} - ٤ \text{ ص} = ٣ \text{ ص}$   
 أو  $٣ \text{ ص} = ٥٦١ \text{ ر. ومنه}$   $٣ \text{ ص} = ١٠٤ \text{ ر. وهو المطلوب}$

تمرين خمسة وأربعين - س - جبين ح، ح ثقل أحدهما  $= ٥٠ \text{ ر. كيلوجرام}$  كل  $١٠٥$   
 وثقل الثاني  $٤٠ \text{ ر. كيلوجرام}$  مربوطين بحبل حرير ونخج جدا مارا على بكره م من  
 ظهر مثبتة في نقطة فأهو الزمن الذي فيه ح ينزل مسافة  $٦٠٠ \text{ متر}$



وما مقدار سرعته في آخر الزمن المذكور إذا كان المحور ع للبكره من نحاس  
 ومحيطه  $= ٤$  سنتيمتر ومحيط البكره  $= ٢٠$  سنتيمتر

ج - متى قطع ح مسافة  $٦٠٠ \text{ متر}$  فكل نقطة من محيط المحور تقطع  $٦ \times \frac{٢٠}{٤} = ٣٠$   
 $= ٤٠ \text{ ر.}$  بفرض أن معامل احتكاك النحاس على الظاهر النظيف المدهون بالزيت  
 $= ٠,٤٥$  وثقل الجسمين  $= ٥٠ + ٤٠ = ٩٠ \text{ ر. كيلوجرام}$

فوحدة الشغل المفقوده بسبب الاحتكاك  $= ٩٠ \times ٠,٤٥ \times ٣٠ = ١٢٦٠ \text{ ر.}$   
 وشغل التناقل  $= ٦(٥٠ - ٤٠) = ٦٠ \text{ ر.}$

فإذا طرح منه الشغل المفقود بسبب الاحتكاك الذي مقداره  $١٢٦٠ \text{ ر.}$   
 فالباقي هو الشغل المفيد وهو  $٥٨٤٨ \text{ ر.}$

وبفرض أن  $v =$  سرعة الجسم ح

$$\text{فوحدة شغل الجسمين} = (٥٠ + ٤٠) \times \frac{v}{٩,٨٠٦} \text{ أو } \frac{٩٠ \times v}{٩,٨٠٦}$$

$$\text{ومنه } ٥٨٤٨ = \frac{٩٠ \times v}{٩,٨٠٦}$$

$$v = \frac{٩,٨٠٦ \times ٥٨٤٨}{٩٠} = ٦٢٠ \text{ ر.}$$

أو  $v = ٦٢٠ \text{ متر في الثانية}$  أعني أن السرعة في آخر الزمن  $= ٦٢٠ \text{ متر لكن من حيث أن}$   
 السرعة ابتدأت من صفر وانتهت إلى  $٦٢٠ \text{ متر}$  فيكون متوسط السرعة  $= \frac{٦٢٠}{٢} = ٣١٠ \text{ ر.}$   
 وبما أن  $v = ٦٢٠ \text{ متر}$  أعني أن المسافة تقطعها السرعة في الزمن وعليه يكون

$$t = \frac{٦٢٠}{٣١٠} = ٢ \text{ ر.}$$

تمرين ستة وأربعين - س - إذا كان  $ط = ط = ٤$  سنتيمتر شكل اللذان هما  
 ذراعان معشقان في الركبة ط الواقع عليها ضغط  $٤٠ \text{ ر. كيلوجرام}$  في الاتجاه ط ه المساوي  
 استقامة حتى يصير على خط مستقيم رأسي بفرض أن الطرف د ثابت فأهو الثقل الممكن



رفعه بالطرف ب

$$\text{ج - } \text{ب} = \sqrt{1 - 0.7} = \sqrt{0.3} = 0.5477 \text{ متر}$$

$$\text{ل } \text{س} = \text{ب} = \text{س} = 0.5477 \text{ متر}$$

ويرتفع الثقل ح بمسافة الفرق بين  $\text{ط} + \text{ط} = \text{ا} = \text{س}$ .

أعني  $0.5477 + 0.5477 = 1.0954 \text{ متر}$  أعني  $1.0954 \text{ متر}$ .

وفي هذا الوقت تتحرك القوة ع من ط الى ح أعني  $1 \text{ متر}$ .

أو  $1 \text{ متر}$  وشغل ع  $= 1.0954 \times 100 = 109.54$ .

والشغل المعمول بالثقل ح  $= 1.0954 \times \text{ح}$  وعلى ذلك يكون

$$\text{ح} = 109.54 \times \text{ح} \text{ ومنه}$$

$$\text{ح} = 100 \text{ كيلوجرام}$$

كيفية حساب وحدات الشغل بالنسبة لجسم دائري حول محور

إذا كانت  $\text{ا}$  و  $\text{ط}$  كرتين مثبتتين في يد  $\text{ط}$  كما في شكل ١٠٧ تدور حول عمود ب وان ثقل

$\text{س} = 50 \text{ كيلوجرام}$  وثقل  $\text{ط} = 10 \text{ كيلوجرام}$  و  $\text{ا} = 1 \text{ متر}$

$\text{ا} = \text{ط} = 9 \text{ متر}$  فاهي وحدات شغل الكرتين المذكورتين

عندما تكون سرعة النقطة ح المتباعدة عن محور الدوران

$\text{ب}$  بمسافة  $9 \text{ متر}$  هي  $600 \text{ متر}$  في الثانية وما هو

بعد النقطة التي يعتبر تجمع مادة الجحلة فيها عن محور

الدوران أي نصف قطر القصور أعني ما هي النقطة م

على اليد التي يمكن اعتبار ثقل الكرتين مربوطين فيها

بدون تغيير في وحدات شغل بالنسبة لوضعها الأصلي

ج - سرعة  $\text{س} = 600 \times \frac{1}{9} = 66.67 \text{ متر}$  في الثانية وسرعة  $\text{ط} = 66.67 \times \frac{1}{9} = 7.41 \text{ متر}$  في الثانية

$$\text{وحدات شغل س} = \frac{50 \times 66.67}{9.81} = 340.71$$

$$\text{وحدات شغل ط} = \frac{10 \times 7.41}{9.81} = 7.55$$

$$\text{وبمجموع الوحدات} = 348.26$$

إذا فرض أن  $\text{ص} =$  المسافة ب م أعني المسافة من المحور ب الى النقطة م التي يعتبر

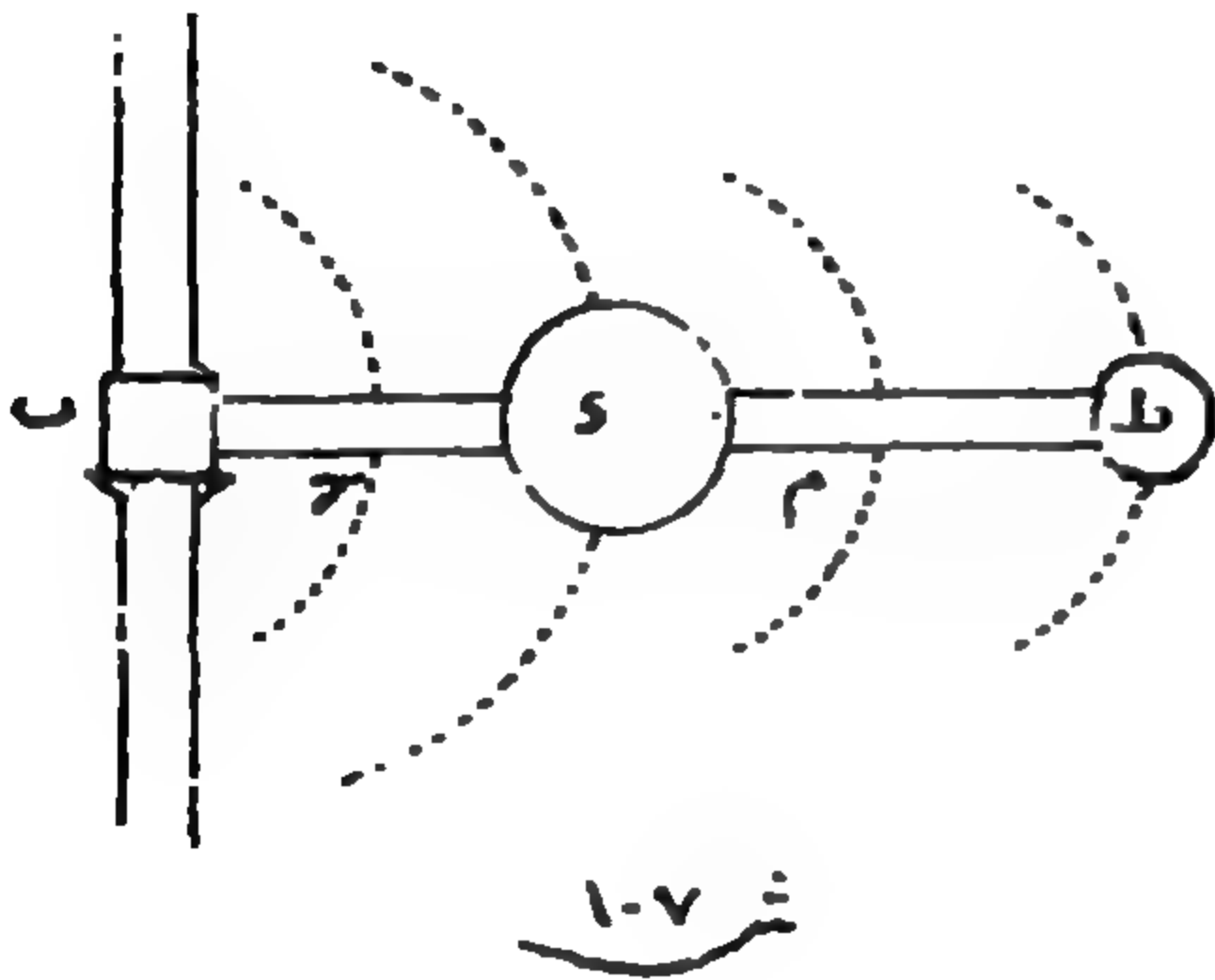
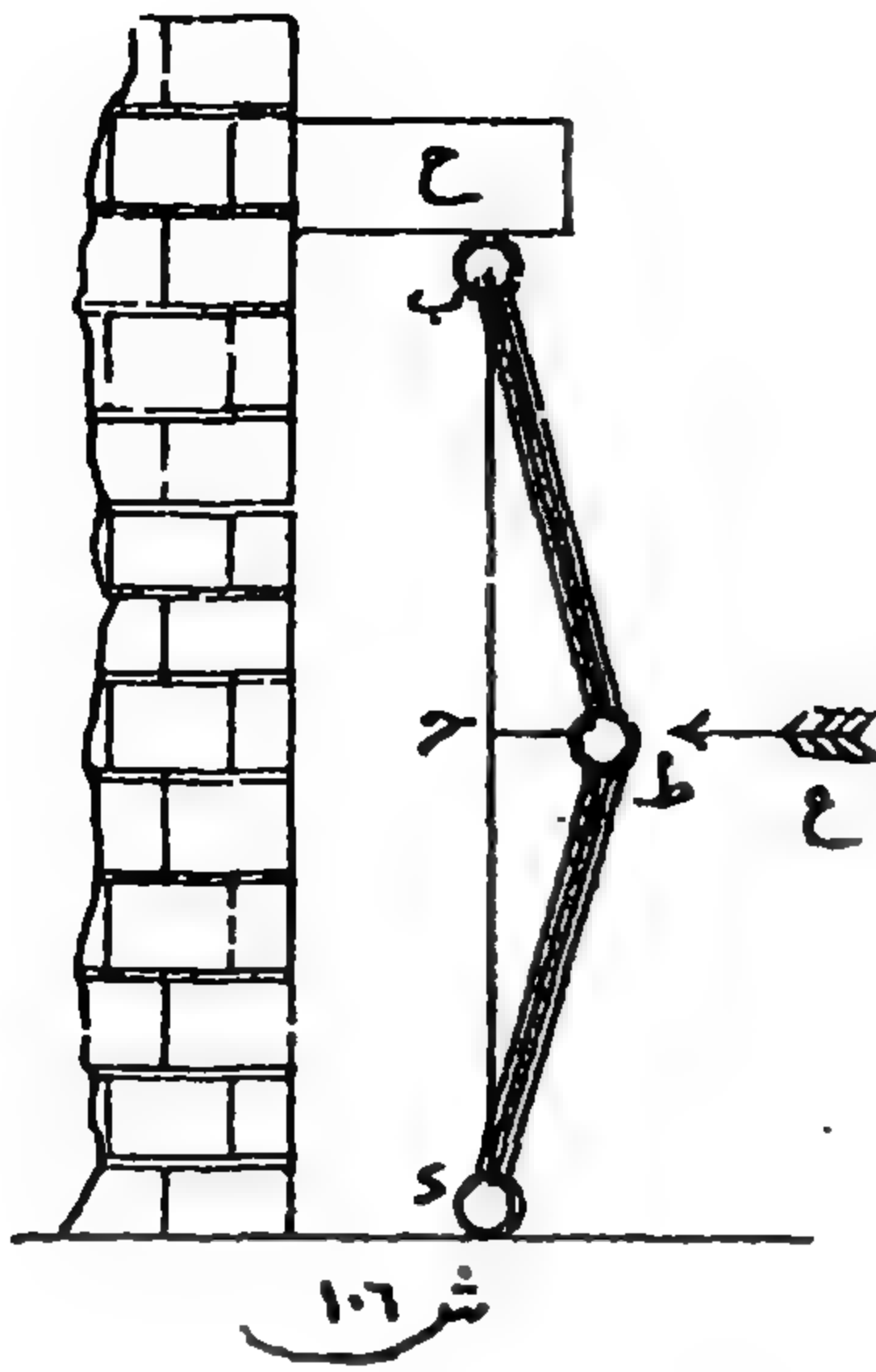
تجمع مادة الجحلة فيها

$$\text{فوحدة الشغل} = \frac{(0.5 + 0.5) \times (6 \text{ ص})}{9.81 \times 0.5} = 1.28 \text{ ص}$$

$$1.28 \text{ ص} = 1280 \text{ أو } 128 \text{ ص} = 128 \text{ ومنه}$$

$$\text{ص} = 9 \text{ متر وهو المطلوب}$$

فاذا ربطت





فإذا ربطت الكرتين معا في نقطة م وكان  $m = 19$  متر فوحدات شغل الكرتين في هذه النقطة كوحدة شغلها في موضعها الأصلي  
ويظهر من هذا التبرين أنه يلزم لأيجاد مركز دوران جلة اجسام متفرقة اجراء الحساب بالتفاضل والتكامل (وهذه الحسابات موجودة في الكتب) وللسهولة قد استعملنا هنا الحسابات في الاشغال الاعتيادية بدون دخل للتفاضل والتكامل

المسافة بين مركز دوران سطح دائرة منتظم ومركز هذا السطح = نصف القطر  $\times \frac{\pi}{2}$  وهذا المثال ينطبق على جبر الطاحون

المسافة بين مركز الدوران ومركز دائرة الجملات التي تمك محيطها رفيع جدا = نصف قطرها  
وفي الطائرات الكبيرة للوابورات والجملات التي محيطها سميك

وبفرض ان  $r_2 =$  نصف قطر المحيط الخارجى للطارة ،  $r_1 =$  نصف قطر المحيط الداخلى لها  
فالمسافة بين مركز الدوران ومركز الجملة أو الطارة  $= \sqrt{\frac{r_2^2 + r_1^2}{2}}$

وفي الكرة المجسمة التي تدور حول قطرها المسافة بين مركز الدوران ومركز الكرة = نصف القطر  $\times 2$  ،  
مركز دوران كرة مربوطة بحبل ودائرة على محور خارج عنها بفرض  $h$  هي المسافة بين مركز الكرة ومحور  
الدوران  $h$  نصف قطر الكرة فالمسافة بين مركز الدوران والمحور  $= \sqrt{h^2 + r^2}$

إذا كان قضيب يدور على أحد طرفيه في مستوى فالمسافة بين مركز دورانه والطرف المثبت = طول القضيب  $\times \sqrt{\frac{1}{2}}$

وإذا كان محور القضيب في وسطه فالمسافة بينه وبين مركز دوران القضيب = طوله في  $\frac{1}{2}$   
 تمرين سبعة وأربعين - س - إذا كان وزن طيارة وإبر = ٤٠٠٠ كيلوجرام والمسافة بين مركز  
 الطيارة ومركز الدوران = ٢٠٠ متر وقطر عمود الطيارة = ٢٠ متر وعدد لفات الطيارة في  
 الدقيقة = ٢٧ فما مقدار عدد اللفات التي تقطعها الطيارة إلى أن تقف بنفسها بعد منع القوة  
 عنها إذا كان معامل الاحتكاك =  $\frac{1}{10}$

ج - سرعة مركز الدودان =  $\frac{4 \times 4 \times 4 \times 4 \times 4}{87.8} = 87.8$  متر في الثانية  
وحدات مشغل الطائرة =  $\frac{4000 \times 87.8}{9.79 \times 4} = 12790$  وحدات مشغل

وبحيط عمود الطائرة =  $2 \times 412 = 824$  متر

فإذا فرض أن ص = عدد لغات الطائرة فالشغل المفقود بالاحتكاك في ص لغات =

۹۲ ن x ص x  $\frac{4000}{5} = 700$  ص و علیہ یكون

1979 - 1980 أو

ص = ۱۹۵۰ الفات

تمرين ثمانية واربعين - س - وزن طائرة = ١٥٠٠ كيلوجرام والمسافة بين المحور ومركز الدوران



تساوى ٢٠٠ دورات وعدد لفات الطارة في الدقيقة = ٢٧  
 فامقدار عدد الدقات التي يمكن للطارة المذكورة أن تعطيها المرزبتين وزن كل منهما ١٠٥ كيلوجرام  
 وترتفع وتنزل على مسافة ٠٠ رامت بصرف النظر عن الاحتكاك  
 ج - سرعة مركز الدوران =  $\frac{٢٧ \times ٢٠٠ \times ٢ \times ٤}{٢} = ٨٧٤٨$  متر في الثانية ووحدة شغل الطارة  
 =  $\frac{٨٧٤٨ \times ١٥٠٠}{٩٠٧٩ \times ٤} = ٥٥٠٩$  وحدات شغل  
 اذار من بالحرف ص لعدد مرات دق المرزبتين فوحدة شغل المرزبتين =  $٤ \times ١٠٥ \times ١ \times ٤ = ٤٢٠$  ص  
 وحدات شغل

وحينئذ ٤٢٠ ص = ٥٥٠٩ ومنه ص = ٤٤ مرات دق  
 تمرين تسعة وأربعين - س - قطر حجر طاحونه = ٨ دامت ووزنه = ١٧٠ كيلوجرام ومحيطه  
 يلف بسرعة ٠٠ دور في الثانية ومحيط العمود = ٤٠ دامت ومعامل الاحتكاك =  $\frac{١}{٢}$  فامقدار  
 عدد اللغات حتى يقف الحجر بنفسه متى منعت عنه القوة

ج - المسافة بين مركز الدوران والمحيط = نصف القطر =  $\frac{١}{٢} \sqrt{\frac{٢٩٠}{٤}} = ٩$  دامت  
 ولايجاد سرعة مركز الدوران نقول من المعلوم انها متناسبة لسرعة دوران المحيط الذي نصف  
 قطره = ٩٠ دامت فاذا من سرعة مركز الدوران بحرف س يحدث التناسب الآتي  
 $٩ : ٤٤ :: \frac{٢٩٠}{٤} : س$  ومنه

$$س = \frac{٢٩٠}{٤}$$

ووحدة شغل الحجر =  $\frac{١٧٠ \times (\frac{٢٩٠}{٤})}{٩٠٧٩ \times ٤} = ١٣٧٤$  وحدات شغل  
 اذا كان ص عدد اللغات كدوقوف الحجر بنفسه فالشغل المفقود بالاحتكاك في ص لغات =  
 $\frac{١٧٠}{٢} \times ٤٠ \times ص$  وحدات شغل وعلى هذا يكون

$$\frac{١٧٠}{٢} \times ٤٠ \times ص = ١٣٧٤$$
 ومنه

ص = ٤ لغات وهو المطلوب

تمرين خمسين - س - ماهي وحدات شغل المرزبة المذكورة سابقا بتمرين ٤٨

ج - وزن المرزبة = ١٥ كيلوجرام وسرعتها = ١٤ متر في الثانية

فوحدة الشغل =  $\frac{١٥ \times ١٤٤}{٩٠٧٩ \times ٤} = ١١٠٤$  وحدات شغل في الدقة الواحدة بالمتدالة ووحدة  
 الشغل في عشرين دقة بالمتدالة المذكورة =  $٤٠ \times ١١٠٤ = ٤٤٠٦٠$  وهو عين الناتج في تمرين ٣١

السابق ذكره

دفع القوة وكيفية التحريك - معلوم بالتجربة وبالبداهة انه اذا تصادم جسمان بالقوة  
 تكون متعلقة بدرجة سرعة التصادم ووزن الصاق الجسمين ببعض

مثلا جاكوش يضرب كورة من صلب فزمن الالتصاق هو قليل والجسم يقطع مسافة بعيدة واذا

ضرب



ضرب هذا الجاكوش كورة من صوف فزمن الالتصاق يكون أكبر والمجسم يقطع مسافة قليلة  
إذا كان قوتين ع ماع يؤثران بالدق على جسم بالتعاقب ويكسبان الجسم سرعتين س ، س في الزمن نر تكون

$$ع : ع :: س : س ..... (٦)$$

وكيفي كل هذا التناسب ان نعلم احدى القوتين مع سرعتها  
ونسب معلومة قوانين سقوط الاجسام يمكن ايجاد القوة الأخرى وسرعتها اذا كانت س هي سرعة الثاقل  
في الزمن نر يكون

$$س = نر ح \text{ من قانون (٤)}$$

فاذا وضعنا في (٦) الوزن ح للجسم بدلا عن القوة ع ، نر بدلا عن س يكون

$$ع : ح :: س : نر$$

$$ع = \frac{س \times ح}{نر} = \frac{س \times ح}{نر} \dots (٧)$$

وبسبب ان الثاقل متغير وان ح التي هي جسم الجسم هي كمية ثابتة في جميع الجها فلوزنها لهذه  
النسبة بالحرف ل ووضع بدلها في قانون (٧) يكون

$$ع = ل \times \frac{س}{نر} \text{ أو } (٨)$$

$$ع \times نر = ل \times س \text{ (٨)}$$

ونظهر من هذا أنه اذا نقص مقدار نر بالتدريج فمقدار ع يكبر بكثير  
تمرين واحد وخمسين - س - ماهي كمية التروك المعطية من بادود سرعتة في الثانية ... م متر  
بجلة مدفع وزنها ١٥ كيلوجرام

$$\text{ج - من قانون (٨) } ع \times نر = ل \times س$$

$$ل = \frac{ع \times نر}{س} = \frac{١٥ \times ١٥٤}{٨٧٧٩} = ٠.٢٥٤ \text{ فهذا السبب يكون}$$

$$ع \times نر = ١٥٤ \times ٥٠٠ = ٧٦٥٠٠ \text{ كيلوجرام}$$

ثم نجعل نر على التوالي مساويا ١٠٠ ، ١٥٠ ، ٢٠٠ ، ٢٥٠ ، ٣٠٠ ، ٣٥٠ ، ٤٠٠ ، ٤٥٠ ، ٥٠٠ ، ٥٥٠ ، ٦٠٠ ، ٦٥٠ ، ٧٠٠ ، ٧٥٠ ، ٨٠٠ ، ٨٥٠ ، ٩٠٠ ، ٩٥٠ ، ١٠٠٠

$$\text{فمقدار ع} = \frac{٧٦٥٠٠}{١٠٠} = ٧٦٥ ، \frac{٧٦٥٠٠}{١٥٠} = ٥١٠ ، \frac{٧٦٥٠٠}{٢٠٠} = ٣٨٢ ، \frac{٧٦٥٠٠}{٢٥٠} = ٣٠٦ ، \frac{٧٦٥٠٠}{٣٠٠} = ٢٥٥ ، \frac{٧٦٥٠٠}{٣٥٠} = ٢١٨ ، \frac{٧٦٥٠٠}{٤٠٠} = ١٩١ ، \frac{٧٦٥٠٠}{٤٥٠} = ١٧٠ ، \frac{٧٦٥٠٠}{٥٠٠} = ١٥٣ ، \frac{٧٦٥٠٠}{٥٥٠} = ١٣٩ ، \frac{٧٦٥٠٠}{٦٠٠} = ١٢٧ ، \frac{٧٦٥٠٠}{٦٥٠} = ١١٨ ، \frac{٧٦٥٠٠}{٧٠٠} = ١٠٩ ، \frac{٧٦٥٠٠}{٧٥٠} = ١٠٢ ، \frac{٧٦٥٠٠}{٨٠٠} = ٩٥ ، \frac{٧٦٥٠٠}{٨٥٠} = ٩٠ ، \frac{٧٦٥٠٠}{٩٠٠} = ٨٥ ، \frac{٧٦٥٠٠}{٩٥٠} = ٨٠ ، \frac{٧٦٥٠٠}{١٠٠٠} = ٧٦$$

اعني كلما قصر الزمن كبرت القوة أي أن القوة في المبدأ تكون كبيرة جدا وتنقص بالتدريج كلما  
زاد الزمن

تمرين اثنين وخمسين - س - اذا كان حصانان يبتدئان بشدة عربة وزنها ٣٩٣٤ كيلوجرام  
بسرعة ١٠ كيلومتر في الساعة فاهي القوة المطلوبة من الخيل لاجل ان تبتدئ بالشدة في زمن قدره  
ثانيتين

$$\text{ج - } ل = \frac{ع \times نر}{س} = \frac{٣٩٣٤ \times ٢}{١٠٠} = ٧٨.٦٨ \text{ كيلوجرام}$$

$$١٠ كيلومتر في الساعة = ٢.٨٠ متر في الثانية$$



ومن قانون (٨) نجد ان  $ع = ك \times \frac{س}{ج} = ٤٠٠ \times \frac{٤١٨}{٤} = ٥٦٤$  كيلوجرام وهذا يعرف  
النظر عن احتكاك العجل على الأرض وبما أن معامل الاحتكاك في السكة الممولة بالمكدم =  $\frac{١}{١٠}$   
فيكون مقدار الاحتكاك  $\frac{٤٩٤٤}{١٠} = ٤٩٤$  رطل.

وعلى ذلك القوة المطلوبة من الحصانين لهذا العمل  $١٤١ + ٥٦٤ = ٦٩٥$   
ولكل حصان ٣٤٧ كيلوجرام

ويظهر من هذا أنه لأجل إعطاء السرعة المطلوبة في الثابنتين الأول من زمن الشد يلزم من كل  
حصان قوة قدرها ٣٤٧ كيلوجرام وهذه القوة = ١٨ مرة القوة المقدرة للحصان كافي  
قانون (١) وهذا هو السبب في حصول الخسائر التي تقع في مبدأ سير العربات باتلاف الطقم أو  
ضرر العجل خصوصا إذا جبرها السائق ان تسير بسرعة من مبدأ الأمر

تمرين ثلاثة وخمسين - س - جاكوش ع وزنه ٥ كيلوجرام وسرعة ٤ متر في الثانية يدق  
على سمارح شكله والدة الواحدة تنزل المسار في الخشب  
بقدر  $\frac{١}{٤}$  سنتيمتر فالحق قوة الدق

ج - بسبب ان المسار ينزل  $\frac{١}{٤}$  سنتيمتر في المدة التي فيها الجاكوش  
يقطع ٤ متر يحدث

$$٤ متر : أ :: \frac{١}{٤} سنتيمتر : ب$$

فبهذا السبب الزمن اللازم لئول المسار لا يمكن ان يكون أقل  
من  $\frac{١}{٤}$

$$\text{ووجب ما تقدمه } ك = \frac{س}{ج} = \frac{٥}{٩,٧٩} = ٥١$$

$$\text{ومن قانون (٨) } ع = ك \times \frac{س}{ج} = ١٠٠ \times \frac{٩١٨}{٩} = ١٠٢٠٠ \text{ كيلوجرام}$$

يظهر من ذلك ان القوة في كل دقة هي مناسبة لزمن الالتصاق كما قلنا سابقا

تمرين اربعة وخمسين - س - ما هو عدد الانفجار اللازمة لتشغيل طلمبة حريق اذا كان مقدار  
شغل النفر الواحد من وحدات الشغل = ٦٠ رطل وكان فم الخرطوم = ٤ سنتيمتر مربع وتصرف المياه  
نصف متر مكعب في الدقيقة

ج - التصرف في الثانية =  $\frac{٥}{٦٠}$  متر مكعب

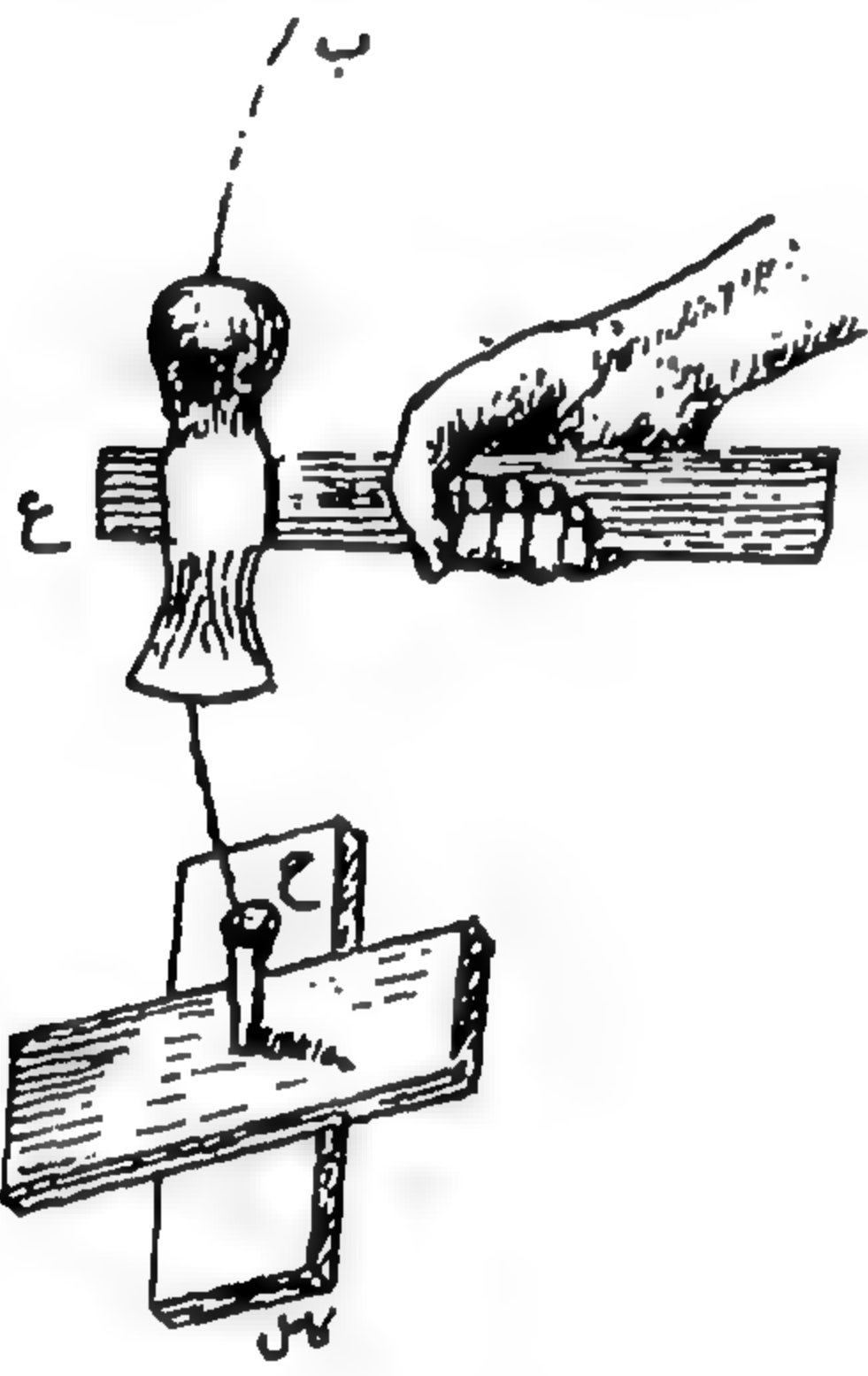
$$\text{والسرعة في الثانية} = \frac{٥}{٦٠} \times \frac{١}{٤} = ٠,٠٨ \text{ متر في الثانية}$$

$$\text{ووزن الماء في الثانية} = \frac{٥}{٦٠} \times ١٠٠٠ = ٨,٣٣ \text{ كيلوجرام}$$

$$\text{ووحدات الشغل في الثانية} = \frac{٨,٣٣}{٩,٧٩ \times ٤} \times ٥١ = ١٠٦,٨$$

$$\text{وعدد الانفجار اللازمة} = \frac{١٠٦,٨}{٥,٦} = ١٩ \text{ نفرا}$$

تمرين خمسة وخمسين - س - من داله وزنها ٥٠٠ كيلوجرام تنزل من ارتفاع ٨ متر على رأس  
خازوق





خازوق وهو يزل في الارض ١٠ سنتيمتر في الدقة الواحدة فما تكون القوة على رأس الخازوق  
ج - اذا كان  $s =$  سرعة المتدالة في وقت الدق يكون

$$\frac{s}{4.79 \times c} = 8 \text{ متر أو } s = 106.76 \text{ متر في الثانية}$$

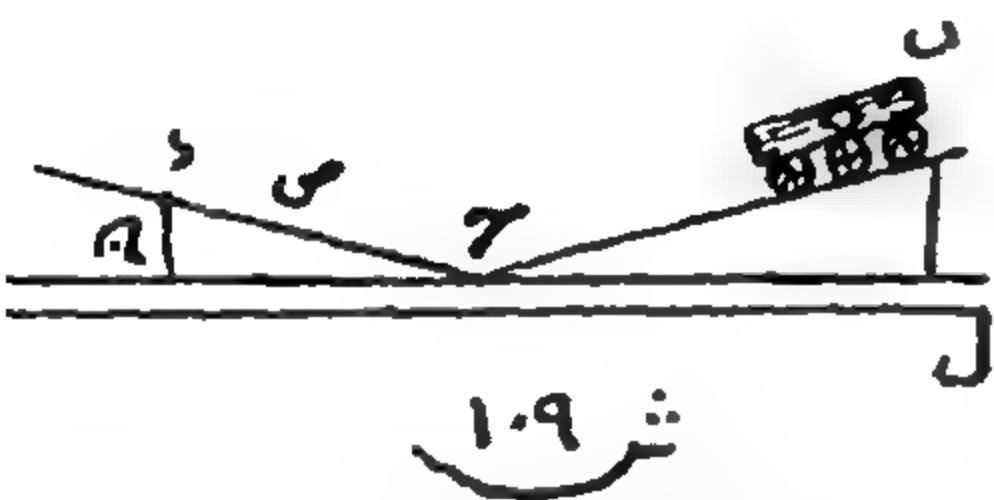
ولسبب ان سرعة المتدالهـ ١٤٠٠ في الثانية والمسافة التي يزلها الخازوق في الدقة الواحدة  
= ١٠ سنتيمتر فالزمن الذي يقطعه الخازوق لتزول هذه المسافة لا يمكن ان يكون أقل من  $\frac{1}{140} = \frac{1}{140}$   
والجسم  $k = \frac{m}{4.79} = 0.04$

ومن قانون (٨) نجد  $E = k \times s = \frac{140}{4.79} \times 0.04 = 1.17 \times 10^{-3} = 1.17 \times 10^{-3} \text{ كيلوجرام}$   
تمرين ستة وخمسين - س - عربة تزن ٥٠٠٠ كيلوجرام تزل على مستوى مائل طوله ١٤٠٠  
متر وارتفاعه ١٧٠ متر فامقدار سرعة نزول العربة عليه في نهاية المستوى اذا كان معامل  
الاحتكاك  $\mu = \frac{1}{10}$

ج - شغل التناقل  $= 170 \times 5000 = 850000$  وحدات شغل  
وشغل الاحتكاك  $= 1400 \times \frac{1}{10} = 140000$  وحدات شغل

وحدات شغل العربة في نهاية المستوى المائل  $= 850000 - 140000 = 710000$  فاذا فرضنا ان  $s =$   
السرعة يكون  $5000 \times \frac{s}{4.79 \times c} = 710000$  أو  $s = 2400$  ومنه

$s = 0.7$  متر في الثانية وهو المطلوب لم السرعة هنا هي سرعة العربة في نهاية النزول {  
تمرين سبعة وخمسين - س - عربات وزنها ٤٠٠٠ كيلوجرام تزل على مستوى مائل بـ ١٩  
طوله ١٤٠ متر وارتفاع الميل  $h = 20$  متر ثم تطلع العربات  
بنفسها على مستوى مائل آخر  $h = 20$  ميله  $\mu = \frac{1}{10}$  فما هي المسافة  
التي تقطعها العربات على الميل  $h = 20$  صعودا بقوتها بعد نزولها



من المستوى الأول كحد وقوفها عليه قبل رجوعها ثاني مرة وما هي سرعة العربات حين رجوعها الى  
ه اذا كان معامل الاحتكاك  $\mu = \frac{1}{10}$

ج - وحدات شغل العربات في نزولها من ه الى د = وحدات شغل قوة التناقل ناقص وحدات  
شغل الاحتكاك  $= 4 \times 4000 - 4000 \times \frac{1}{10} = 16000$  وحدات شغل  
افا فرض  $s = h = 20$  = المسافة التي تقطعها العربات على المستوى الصاعد فالارتفاع  $h = 20$   
وفي صعود العربات التناقل والاحتكاك يكونان معاكسين للقوة

فحينئذ القوة المضادة  $= 4000 \times \frac{1}{10} + 4000 \times \frac{1}{10} = 800$  وهذا = وحدات شغل العربات أعني  
 $= 4000 \times 0.2 = 800$  ومنه  $s = 20$  متر  $\mu = \frac{1}{10}$  = ١٥٠ متر



وحينئذ تنزل العربات مرة ثانية كحد  $\epsilon$  فوحدات شغل العربات لرجوعها الى  $\epsilon$  = وحدات شغل  
 الجذب ناقصا وحدات شغل الاحتكاك =  $٢٠٠٠٠ - ١٥٨ \times ٢٠٠٠ = ٢٠٠٠٠ - ٣١٦٠٠ = ٢٨٠٠٠$   
 واذا كان  $\epsilon$  = السرعة حالة رجوع العربات بالثاني الى  $\epsilon$  يكون  $\frac{٢٠٠٠٠}{٩٨٧٩ \times ٢} = ٢٨٠٠٠$   
 أو  $\epsilon = ٢٧٩٨$  ومنه  
 $\epsilon = ٢٠$  متر في الثانية

تمرين ثمانية وخمسين - س - وزن طارة واپور = ١٠٠٠ كيلوجرام ومركز دورانها يرسم  
 دائرة محيطها ١٠ متر ومحيط عمود الطارة = ٢٠ متر وليف ٢٠ مرة في الدقيقة وبعد  
 انقطاع البخار الطارة تلف ٤٨ لفة كحد وقوفها بنفسها فها هو مقدار معامل الاحتكاك  
 ج - نفرض أن  $\epsilon$  = سرعة مركز الدوران =  $\frac{١٠ \times ٢٠}{٦} = ٣٣٣$  متر في الثانية وحينئذ  
 وحدات شغل الطارة =  $\frac{٥ \times ١٠٠٠}{٩٨٧٩ \times ٢} = ١٢٧٧$  وحدات شغل  
 ومحيط العمود = ٢٠

وطول مسافة التماس في ٤٨ لفة للعمود =  $٤٨ \times ٢٠ = ٩٦٠$  متر  
 فاذا جعل  $\epsilon$  معامل الاحتكاك فيكون  $\epsilon = ١٠٠٠ \times ٩٦٠ = ٩٦٠٠٠$  وحدات شغل القوة المضادة  
 وهي تساوي وحدات شغل الطارة نفسها وعلى ذلك يكون  
 $\epsilon = ١٠٠٠ \times ٩٦٠ = ٩٦٠٠٠$  ومنه  
 $\epsilon = \frac{١٢٧٧}{٩٦٠٠٠} = \frac{١}{٧٥}$  تقريبا وهو معامل الاحتكاك

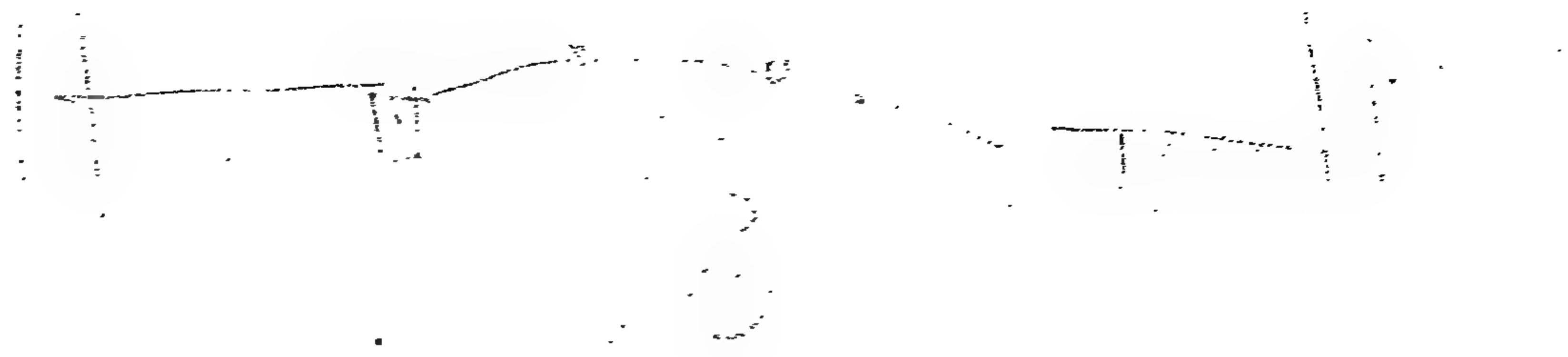


والى هنا تم بحون الله طبع الجزء الثاني من دروس مقاومة المواد الجارى تدريسه للأولاد  
 السنة الثالثة من مدرسة المهندسخانة الخديوية  
 وعلى الله حسن التوكل والختم













## دُرُوش الديناميك

الجاري تدريسها لتلامذة السنة الثانية من مدرسة المهندسخانة الخديوية  
بمعرفة

حضرة أحمد بك ذهني  
ناظر المدرسة

Moh. Pinar  
D. me Pinar  
Physique

على حسب الجداول التفصيلية للعلوم الجارية تدريسها بمدرسة المهندسخانة الخديوية الصادر  
عليها قرار نظارة المعارف العمومية في ٣٠ أغسطس سنة ١٨٩٤، المفعولة ذيل القانون  
المدرسة المذكورة المصدق عليه من مجلس النظارة في ٨ يونيو سنة ١٨٩٥

طبع

في مدرسة المهندسخانة الخديوية بسراي درب الجماميز سنة ١٨٩٦ افريقية

حقوق الطبع محفوظة للمدرس





# بِسْمِ اللَّهِ الرَّحْمَنِ الرَّحِيمِ

## في السينماتيك الحركات المختلفة تعريف

السينماتيك هو دراسة الحركات بقطع النظر عن القوى التي تحدثها ويعتبر فيه الطريق الذي يتبعه المتحرك والمسافة التي يقطعها والزمن المستعمل لقطعها ويعتبر في هذا العلم الثانية وحدة للزمن  
خط السير - يسمى خط السير الخط المرسوم بنقطة مادية متحركة والحركة تكون مستقيمة اذا كان خط السير مستقيماً ومنحنية اذا كان خط السير منحنيًا ودائرية اذا كان خط السير محيط دائرة  
ولأجل ان تكون حركة متحرك معينة يقتضى اولاً معرفة خط السير وثانياً معرفة وضع المتحرك في كل لحظة على خط سيره

قانون الحركة - قانون الحركة هو الارتباط الواقع بين المسافة والزمن وايضاح هذا القانون بالطريقة الجبرية عبارة عن معادلة الحركة وايضاحه بخط عبارة عن بيانه بالطريقة الرسمية نقطة الأصل - تسمى نقطة أصل المسافات النقطة من خط السير التي يبدأ منها بحساب المسافات الناتجة من قانون الحركة

ومبدأ الزمان هو اللحظة التي تبدى منها الزمان المعتبرة  
مثال معادلة الحركة - لنفرض ان قانون حركة متحرك معين بالمعادلة

$$s = v \cdot t + s_0$$

وان خط السير هو  $s$  (ش) ونقطة  $v$  منه هي نقطة أصل المسافات حينئذ للمحصل على وضع المتحرك في نهاية



( ٣٣ )

في نهاية ثانية مثلا يجعل في المعادلة السابقة  $t = 1$  فيجد

$$3 = 4$$

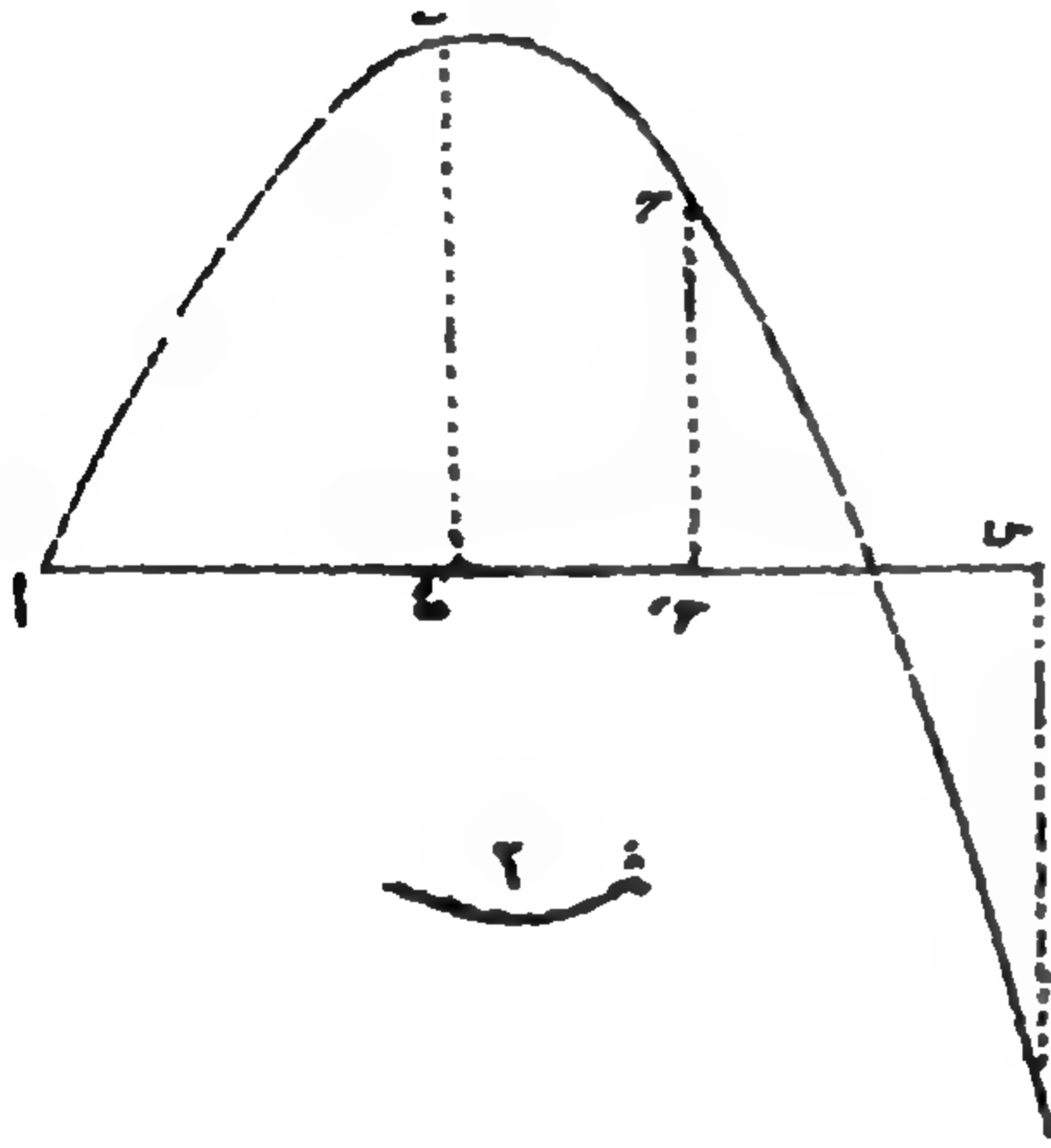


وحينئذ يؤخذ على  $a$  بالابتداء من نقطة  $o$  طول مساوٍ الى ثلاث وحدات فنجد نقطة  $m$  التي هي عبارة عن الوضع المطلوب ايجاده

وفي نهاية  $c$  يكون  $4 = 3$

حينئذ يؤخذ بالابتداء من نقطة  $o$  في الجهة المضادة للأولى ثلاث

وحدات وتكون  $m$  هي وضع المتحرك وبمثل ذلك يمكن الحصول على وضع المتحرك في لحظة ما حيثما اتفق بيان الحركة بالطريقة الرسمية - للحصول على المنحنى البياني للحركة يؤخذ على محور السينات المسمى أيضا بمحور الأزمان أطوال مناسبة للأزمان المقابلة ثم يؤخذ على الاحداثيات الرأسية المقابلة لتلك الأزمان أطوال مناسبة للمسافات التي قطعها المتحرك بالابتداء من نقطة الأصل في اللحظات المختلفة ثم تجمع النقط المتصلة بخط متصل فهذا الخط يكون هو لخط البياني للحركة الذي يسمى أيضا بمنحنى المسافات



فالمنحنى المرسوم في (ش ٢) المتحصل بناء على ما ذكر يدل على الحركة التي معادلتها هي المعادلة المذكورة في المثال السابق وهي  $h = 4t - t^2$  فيشاهد أنه في مبدأ الزمن كان المتحرك في نقطة اصل المسافات وأنه متباعد عنها في نهاية ثانية وربع ويكون في هذه الحالة على بعد  $3$  وهو بعد الاعظم ما يمكن وبعد ذلك فالمتحرك يقرب من نقطة الأصل التي يات فيها في نهاية ثابنتين ونصف ثم يبعد عنها الى ما لا نهاية في الجهة العكسية والحصول بواسطة المنحنى البياني للحركة على وضع المتحرك في لحظة معينة ولكن في نهاية  $c$  مثلا يؤخذ على محور الأزمان  $t = 2$  فمقدار الاحداثيات

الرأسي  $h = 4$  يكون هو بعد المتحرك عن نقطة الأصل ثم يؤخذ هذا البعد على خط السير بالابتداء من نقطة  $o$  في الجهة الموجبة أو السالبة على حسب اشارة الاحداثيات الرأسية فالنقطة المتصلة حينئذ تكون هي وضع المتحرك في اللحظة المعتمدة

## تفنيهاات

الاول - يجب الاحتراس من الالتباس بين خط السير وبين لخط البياني للحركة اذ ان الخط البياني للحركة يبقى بعينه سواء كانت مستقيمة أو منحنية

الثاني - يمكن الحصول على لخط البياني لقانون الحركة بدون معلومية معادلتها بواسطة عمل عدة تجارب بها يعين وضع المتحرك في ازمان محدودة حينئذ يتحصل على عدة نقط تكفي لرسم المنحنى بضبط كاف كلما كانت الاوضاع المرصودة كثيرة ومنحنية جيلة

الثالث أن مقياس الأزمان والمسافات اختياريان فيشذ اذا اتفق على بيان وحدة الزمن ووحدة المسافات



بطول واحد فإن المقياسين يتحدان وتقاس اذن الاحداثيات الافقية والرأسية بواسطة مقياس مشترك ولكن اذا كان المتر والثانية مبيينين بطولين مختلفين فالمقياسان مختلفان عن بعضهما  
وحينئذ يلزم الاعتناء بتقدير الاحداثيات الافقية بمقياس الزمان والاحداثيات الرأسية بمقياس المسافات على التناظر

### انواع الحركات

قد شاهدنا فيما تقدم أنه بناء على جنس خط السير قد تكون الحركات مستقيمة أو منحنية لكن هذه الحركات تكون منتظمة أو متغيرة بحسب الارتباط الواقع بين المسافة المقطوعة والزمن المستعمل لقطعها أعني بحسب قانون الحركة

#### في التحرك المنتظم

تعريف - التحرك المنتظم - التحرك المنتظم هو الذي فيه يقطع التحرك مسافات متساوية في ازمان متساوية مهما كان صغر تلك الأزمان أعني أنه في التحرك المنتظم تكون المسافات المقطوعة مناسبة للأزمان المستعملة لقطعها  
السرعة - السرعة في التحرك المنتظم هي المسافة المقطوعة في وحدة الزمن

#### معادلة التحرك المنتظم

يوجد في هذا التحرك حالتان - الأولى - أن يكون الوضع الابتدائي للتحرك منطبقاً على نقطة اصل المسافات وحينئذ إذا كان مبدأ الأزمان مطابقاً لمبدأ المسافات ورمز بحرف  $h$  للمسافة المقطوعة في مدة الزمن  $t$  وبحرف  $c$  للسرعة فإنه بناء على تعريف التحرك المنتظم يكون

$$h = c \cdot t \quad (1)$$

الثانية - أن يكون الوضع الابتدائي مغايراً لنقطة اصل المسافات وفي هذه الحالة إذا كان التحرك في مبدأ الزمن على بعد  $a$  من نقطة الأصل  $o$  ورمز بحرف  $h$  لبعده عن نقطة الأصل المذكور في نهاية الزمن  $t$  يكون  $h - a$  هي المسافة المقطوعة في مدة الزمن  $t$  وحينئذ إذا كانت السرعة هي  $c$  فبناء على تعريف التحرك المنتظم يكون

$$h - a = c \cdot t \quad (2) \quad \text{ومنه يحدث}$$

$$h = a + c \cdot t \quad (3)$$

(تبنيهاً) الأولى - من القانون (٢) يحدث

$$c = \frac{h - a}{t}$$

أعني أنه يمكن تعريف السرعة بتعريف آخر وهو أنه في التحرك المنتظم تكون السرعة عبارة عن النسبة الكائنة بين المسافة المقطوعة والزمن المستعمل لقطعها

الثاني - أنه في التحرك المنتظم تكون السرعة ثابتة وأن المسافة هي الدالة بدرجة أولى بالنسبة للزمن

#### بيان التحرك المنتظم بالطريقة الرسمية

قانون التحرك المنتظم يمكن بيانه بخط مستقيم وفي ذلك حالتان

الأولى - أن يكون التحرك في نقطة اصل المسافات في مبدأ الزمن وفي هذه الحالة يكون الخط  $ab$  الدال على قانون

التحرك

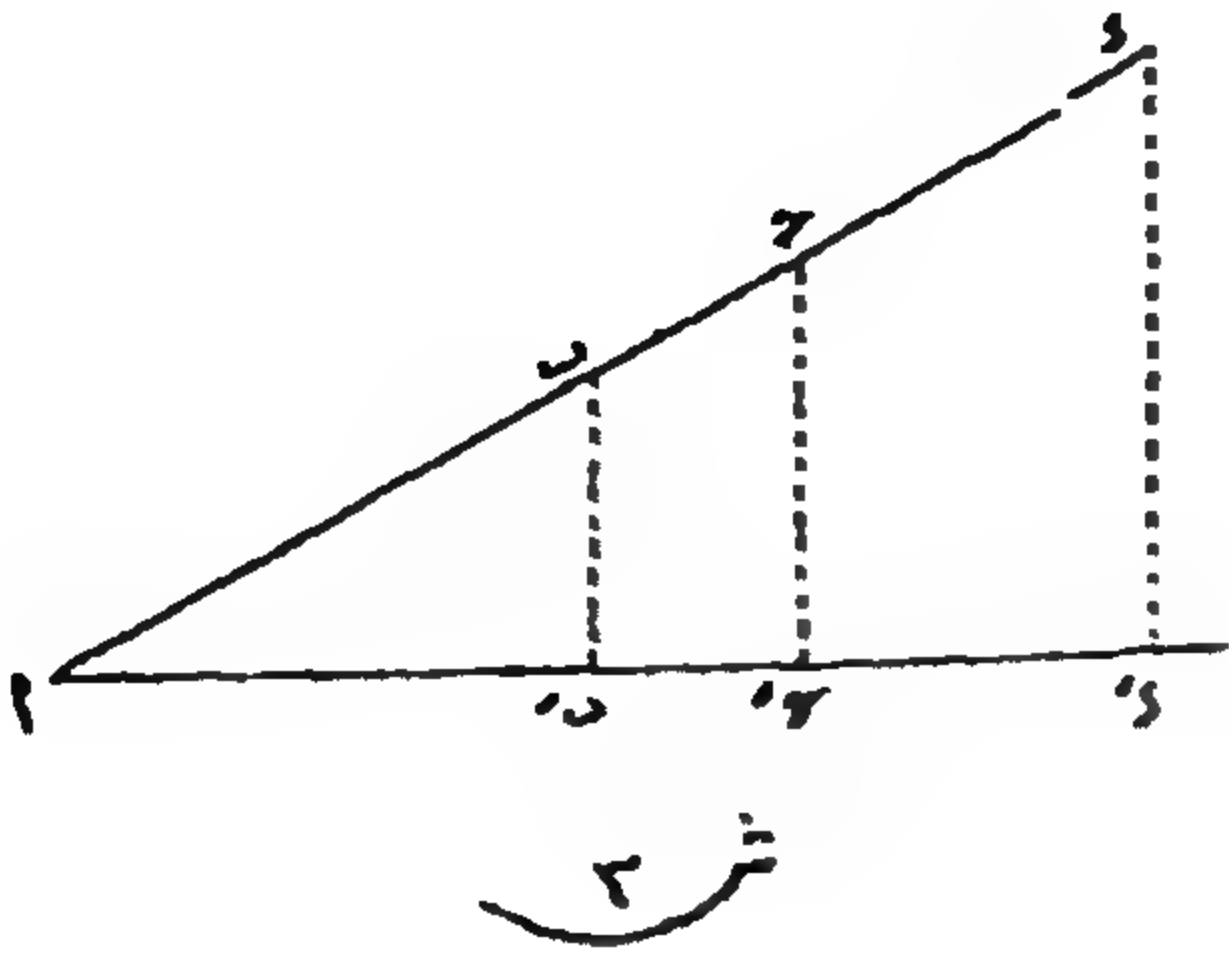


الحرك المتظم هو خط مستقيم

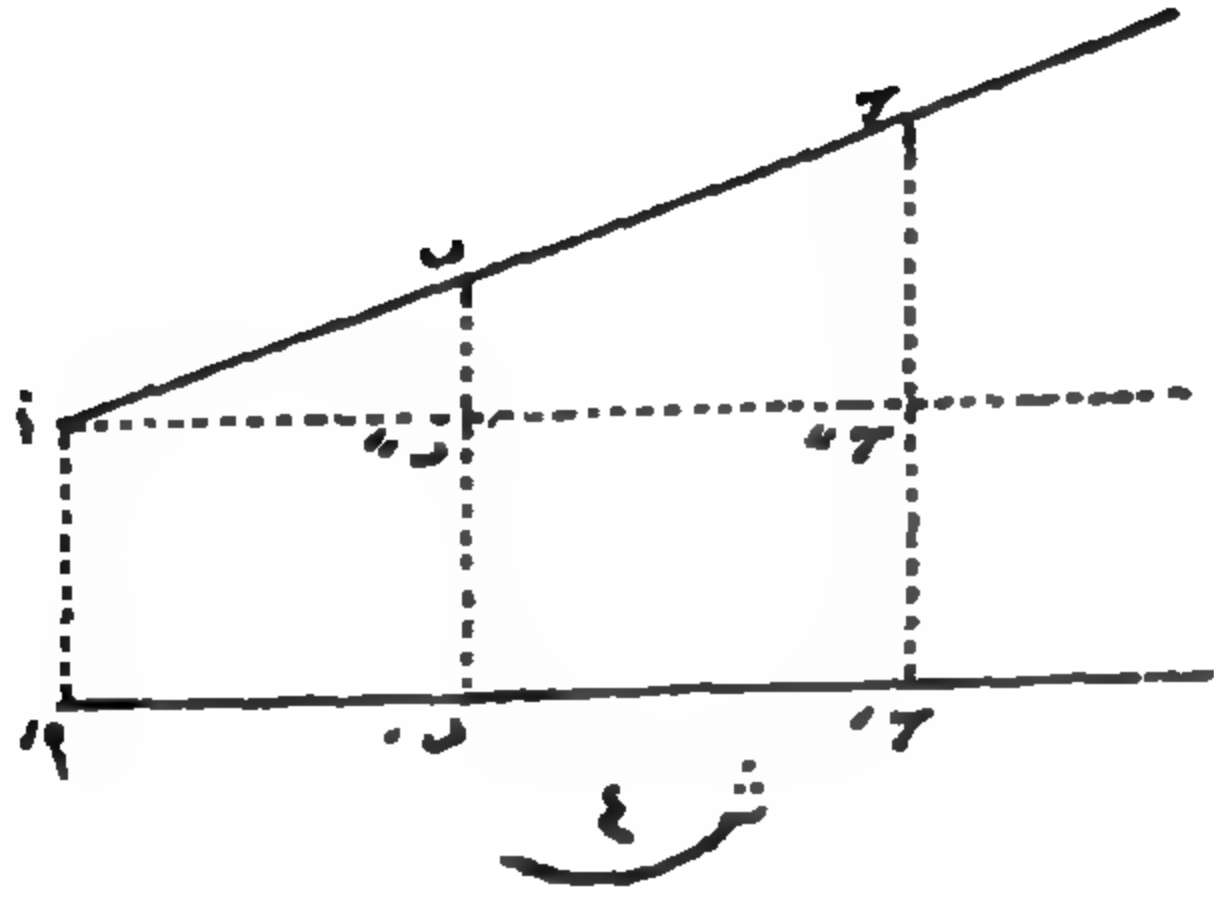
لأنه بناء على التعريف الثاني للسرعة يكون (ش ٣)

$$\frac{ب ت}{ا ت} = \frac{ج ح}{ا ح} = \frac{د س}{ا س}$$

وحيث أن تكون المثلثات القائمة الزوايا  $ا ب ت$ ،  $ا ح د$ ،  $ا س د$  متشابهة وتكون الزوايا  $ب ا ت$ ،  $ح ا د$ ،  $س ا س$  متساوية وعليه فتكون النقط  $ب$ ،  $ح$ ،  $د$ ، ... الخ موجودة على مستقيم واحد يدل على قانون الحرك المتظم



الثانية - ان لا يكون الحرك في نقطة أصل المسافات في مبدأ الزمن وفي هذه الحالة نفرض أنه في مبدأ الزمن يكون الحرك على بعد  $ا ا'$  (ش ٤) من نقطة أصل المسافات وحيث أن اذا مددنا من نقطة  $ا$  مستقيماً موازاً لمحور الأزمان نجد على الأحداثيات الرأسية اجزاء  $ب ب'$ ،  $ح ح'$ ،  $د د'$ ، ... الخ دالة على المسافات المقطوعة في الأزمنة  $ا ب$ ،  $ا ح$ ،  $ا د$ ، ... الخ ويؤمل الأمر حيث أن الحالة السابقة



وعلى ذلك فيكون الخط المستقيم  $ا ا'$  دالة على حرك متظم فيه  $ا ا'$  هي المسافة الابتدائية

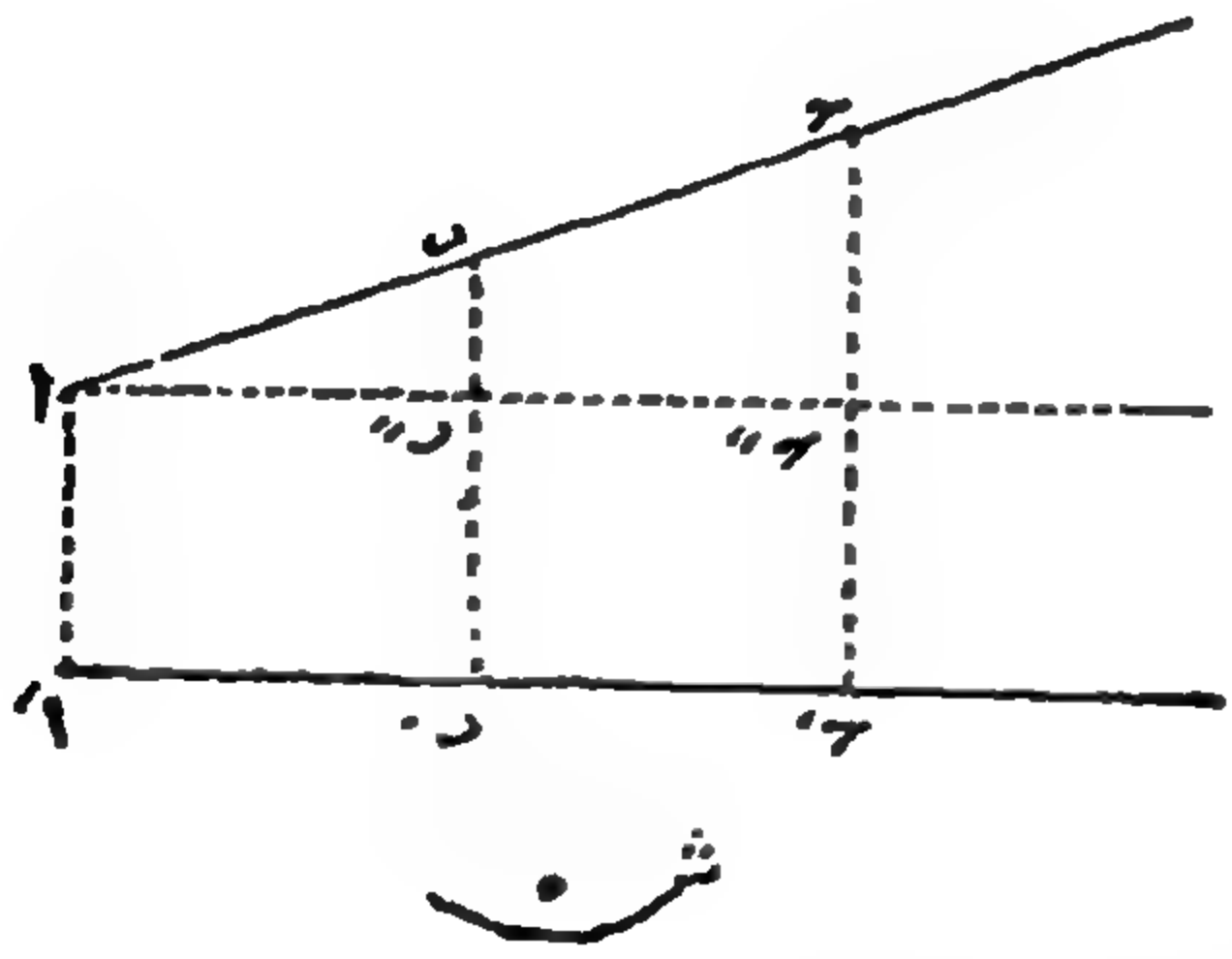
فاذا كانت الأزمان والمسافات منسوبة الى مقياس واحد فسرعة الحرك المتظم تتعين بظل الزاوية الواقعة بين المستقيم البياني للحركة ومحور الأزمان فاذا كان المطلوب تعيين سرعة الحرك المتظم المبين بالمستقيم  $ا ا'$  (ش ٥) فإنه بناء على تشابه المثلثات يكون

$$\frac{ب ت}{ا ت} = \frac{ج ح}{ا ح} = ع$$

واذا اذمننا بجرف  $ا$  للزاوية الواقعة بين المستقيمين  $ا ا'$  و  $ا ح$

$$\frac{ب ت}{ا ت} = ط ا$$

$$ع = ط ا$$



تنبيهات - الأول - لأجل الحصول على مقدار هذا الظل يؤخذ

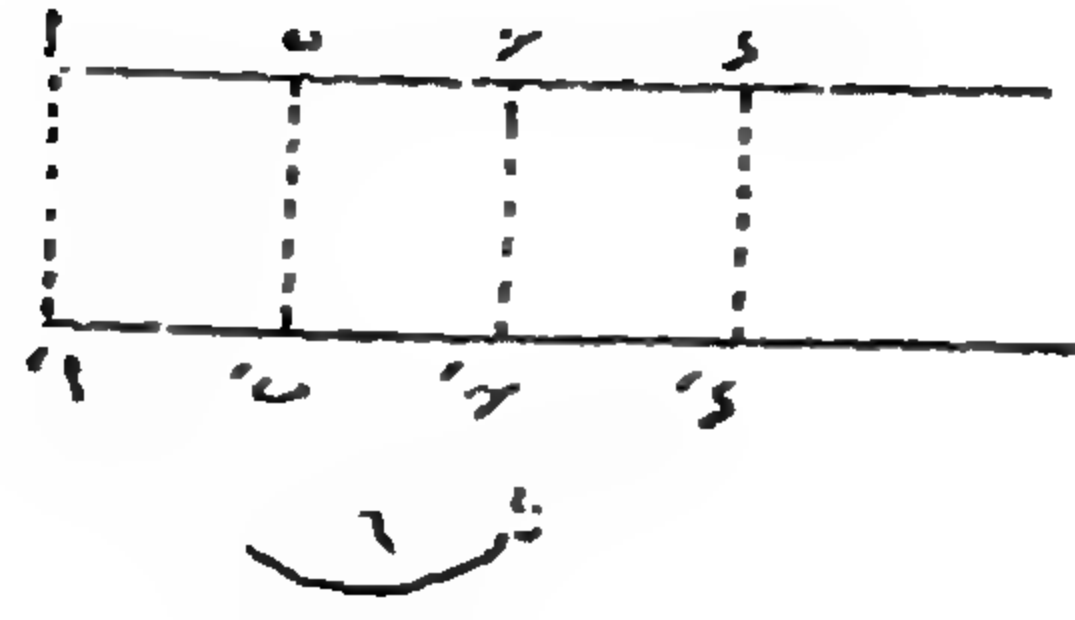
ان مساو للوحدة ثم يقاس  $ب ت$  فالعدد المتحصل يكون مساوياً الى  $ط ا$

الثاني - معادلات المقاييس المتحدة للأزمان والمسافات فان سرعة الحرك المتظم تكون مساوية للعامل الزاوي لمستقيمها البياني والمعامل الزاوي لمستقيم منسوب لمحوري أحداث هو خارج قسمة فرق حدثين موازيين لمحور الصادات مقدراً بمقياس المسافات على فرق الحدثين الموجودين على محور السينات المقابلين لهما مقدراً بمقياس الأزمان والمعامل الزاوي لا يصير مساوياً لظل الميل الا اذا كان المحوران متعامدين



وكان المقياسان متحدين

وقد يرسم أحيانا الخط البيان للسرعة بأن يؤخذ على محور الأحداثيات الأفقية أبعاد مناسبة للأزمنة وعلى الأحداثيات الرأسية أطوار مناسبة للسرع المقابلة لها



وحيث أن السرعة في التحرك المنتظم ثابتة فخطها البيانى يكون موازيا إلى محور الأحداثيات الأفقية والطول الذى يكون دالا على مقدار السرعة (ش ٦)

### الحركة المستقيمة المتغيرة

تعريف - التحرك المتغير هو الذى لا تكون فيه المسافات المقطوعة مناسبة للأزمنة المستعملة لقطعها  
السرعة المتوسطة - السرعة المتوسطة هي سرعة الحركة المنتظمة التى يستعملها المتحرك فى المدة المفروضة لقطع نفس المسافة التى قطعها بحركة متغيرة



فإذا فرض متحرك م (ش ٧) يتحرك على مستقيم ا ب بحركة متغيرة وفرض أنه فى أثناء الزمن  $t$  قطع المسافة  $s$  م فسرعة المتوسطة تكون  $\frac{s}{t}$

السرعة فى لحظة معينة - السرعة فى لحظة معينة هي النهاية التى تميل إليها نسبة ازدياد المسافة إلى ازدياد الزمن متى صفر ازدياد الزمن بلا نهاية

فإذا رمز بحرف  $s$  للمسافة المقطوعة فى نهاية الزمن  $t$  وبالحرف  $s_0$  للمسافة المقطوعة فى نهاية الزمن  $t_0$  فالفرق  $s - s_0$  يكون هو ازدياد المسافة فى مدة المسافة الزمنية  $t - t_0$  ويكون النسبة  $\frac{s - s_0}{t - t_0}$  هي السرعة المتوسطة فى هذه المسافة الزمنية ومتى نقص ازدياد الزمن  $t$  ومال نحو الصفر فإن ازدياد المسافة  $s$  ينقص ويميل أيضا نحو الصفر لكن النسبة  $\frac{s - s_0}{t - t_0}$  تميل نحو نهاية معينة وتسمى بالسرعة فى نهاية الزمن  $t$  بالضغط

وقد يمكن أن يقال أيضا أن السرعة فى نهاية الزمن  $t$  هي النهاية التى تميل إليها السرعة المتوسطة بالابتداء من الزمن  $t_0$  حينما تنقص المدة الزمانية المفروضة بلا نهاية

تنبيه - وإذا قسم الزمن الذى فيه حصلت الحركة المتغيرة إلى عدد كبير من الأقسام المتساوية التى يقطعها المتحرك فى كل منها بانتظام نفس المسافة التى قطعها بحركة متغيرة فإن الحركة الجديدة تختلف قليلا عن الحركة المتغيرة كلها كانت اللقطات المذكورة كثيرة جدا وإذا كانت تلك اللقطات صغيرة بقدر ما يشاء فإن الحركتين يكونان متساويتين وبناء على ذلك يشاهد أن سرعة الحركة المتغيرة فى لحظة معينة عبارة عن سرعة الحركة المنتظمة الجزئية المقابلة للحظة المذكورة

### تعيين السرعة

سنشاهد كيفية الحصول على مقدار السرعة فى لحظة ما بعد معرفة قانون الحركة إما بمعادلة أو بمنحنى

الأول



(٧)

الأول - إذا كان قانون الحركة معلوما بمعادلة وكان المطلوب تعيين السرعة في نهاية الزمن  $t$  حركة معلومة بمعادلة  $s = kt$  الذي فيها  $s$  رمز للمسافة المقطوعة ،  $k$  مقدار ثابت حيثما اتفق ،  $t$  رمز الزمن المفروض فإنه في نهاية الزمن  $t$  تكون المسافة المقطوعة هي

$$s = kt \quad (t = t) \quad k = k \quad s = kt + k \quad k = k$$

وحيثما تكون المسافة المقطوعة في مدة الزمن  $t$  هي

$$s = kt = kt + k \quad k = k$$

وإذا قسم طرفا المعادلة على  $t$  يتحصل على السرعة المتوسطة في مدة الزمن  $t$  هكذا

$$\frac{s}{t} = \frac{kt}{t} = k \quad k = k$$

وإذا فرض أن  $t$  تنقص شيئا فشيئا وتميل نحو الصفر فالحد  $k$  يميل نحو الصفر أيضا وعند النهاية يكون

$$k = \frac{s}{t} = k \quad k = k$$

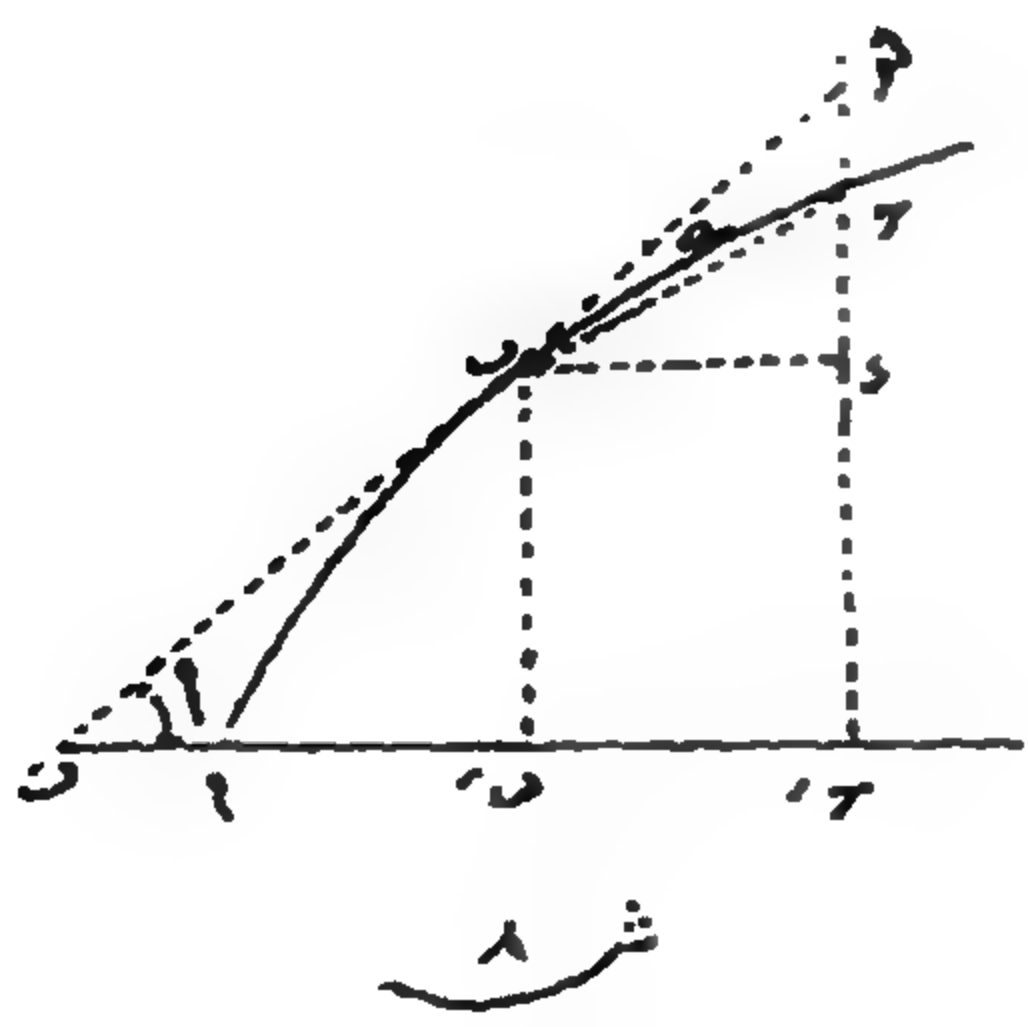
وهي السرعة في نهاية الزمن  $t$  وحيثما إذا فرض لها بالحرف  $c$  يكون

$$c = k \quad k = k$$

وثانيا إذا كان قانون الحركة معلوما بمنحنى وكان المطلوب تعيين السرعة في نهاية الزمن  $t$  حركة معلومة بمنحنى احداثيات الرأسية والافقية منسوبة لمقياس واحد

يتخذ على محور الافقيات البعد  $t$  مساويا للزمن  $t$  والبعد  $s$  مساويا للزمن أكبر من  $t$  وحيثما يتحرك يقطع المسافة  $s$  أثناء زيادة الزمن  $t$  وسرعته المتوسطة في هذه المدة تكون (ش ٨)

$$\frac{s}{t} = \frac{ds}{dt} = \text{طاح } s$$



لكن إذا نقص الزمن  $t$  فإن النقطة  $b$  تقرب شيئا

فشيئا من النقطة  $a$  والسرعة المتوسطة لاتزال مبينة

بظل الزاوية المكونة بين الوتر  $ab$  والمستقيم  $bc$

وفي النهاية عند انطباق النقطة  $b$  على  $a$  فالقاطع

$ab$  يصير مماسا في نقطة  $a$  وتكون السرعة في اللحظة

المفروضة مبينة بظل زاوية  $baa$  أو  $taa$ \*

(\*) ملحوظة - ولأجل الحصول على مقدار هذا الظل يتخذ  $t = 1$  الوحدة ونمذ الاحداثيات

الرأسي  $s$  الى نقطة  $a$  التي هي نقطة تقابله مع  $t = 1$  فطول  $aa$  يكون

مساويا الى  $taa$



وحيث أن المسافات المقاسة بمقياس واحد فالسرعة في لحظة معينة تكون مبينة بظل الزاوية الواقعة بين محور الزمان وبين المماس للنحن في النقطة المقابلة للنقطة المذكورة

تنبيه - وإذا لم تكن المسافات والزمان منسوبة لمقياس واحد فإن السرعة في اللحظة  $n$  تكون متناسبة إلى  $\frac{1}{n}$  فقط لأنه إذا كان  $\frac{1}{n}$  هو العدد الذي يلزم أن تضرب فيه الاحداثيات الأفقية كي تكون وحدة الزمان مبينة بمقياس كوحدة المسافات فإن السرعة المتوسطة أثناء ازدياد الزمن المبيّن بالمستقيم  $OX$  تكون هي

$$ح_2 : \frac{ح_2}{ح_1} = \frac{ح_2}{ح_2} = 1 \text{ طاج ح 2}$$

وحيث ان له عدد ثابت فتكون السرعة في اللحظة  $n$  هي

$$26 \text{ e} = \text{e}$$

وبالمثل في الازمان  $t_1, t_2, \dots$  الخ تكون السرعة هي  $v_1 = \frac{dx_1}{dt_1}, v_2 = \frac{dx_2}{dt_2}, \dots$  الخ  
واذن يكون

$$\frac{e}{\frac{1}{\mu}} = \frac{e}{\frac{1}{\mu}} = \frac{e}{\frac{1}{\mu}} = \mu$$

وعليه فالسرع تكون مناسبة للظلال المطابقة لها

ويمكن ان يقال أيضا انه في جميع الأحوال تكون السرعة مساوية الى المعامل الزاوى للمماس للنقط البيا في لقانون الحركة

نبيه - قد شاهدنا فيما تقدم أن الحركة المتغيرة يمكن اعتبارها مركبة من حركات منتظمة أو زمانها صغيرة بقدر ما يراد وسرعتها مختلفة وحينئذ فكل جزء من الأجزاء المستقيمة المكونة للخط يكون هو المستقيم البسيط لأحد هذه الحركات الجزئية

والمماس  $\alpha$  يكون هو الخط البياني للحركة - الجزئية المقابلة للنقطة  $\alpha$  وعليه يكون  $\alpha$  يدل على سرعة الحركة - الجزئية المذكورة

## الحركة العلمية

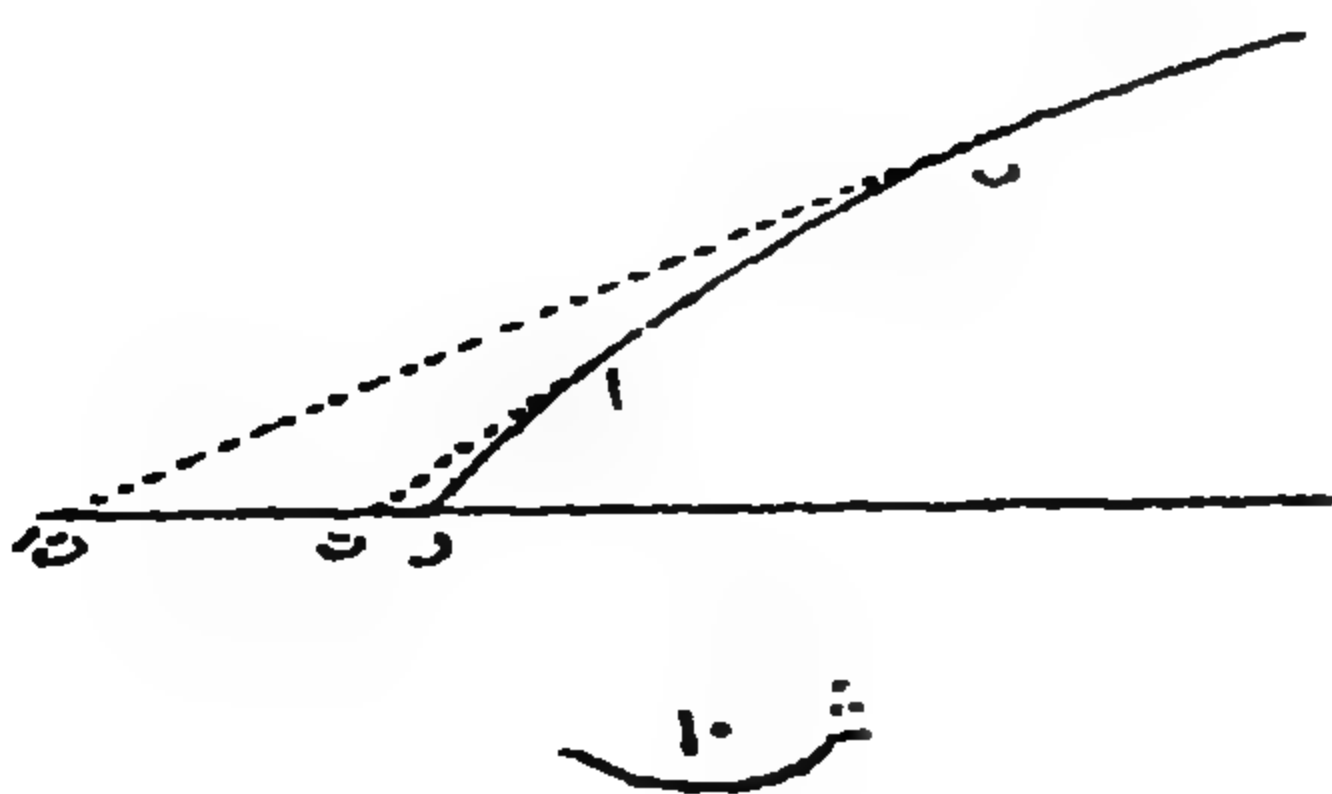
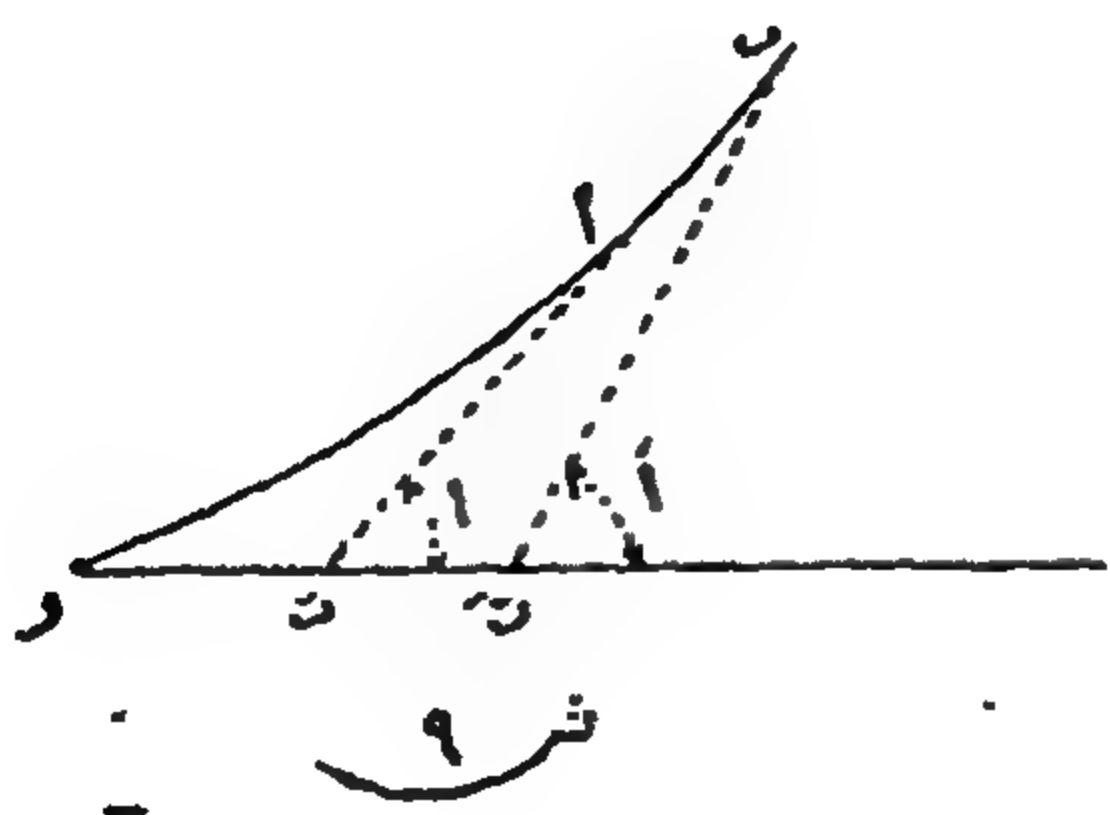
الحركة تكون عجيبة مع اخذت السرعة في الازدياد

والمحتى البىاى لىهذه الحركه- يكون تخديبه متجا فخر لجهه الموجبه  
لمحور الازمان حيث أنه فى هذه الحاله تكون الزاويه ٢ آخذ:  
فى الكبر بالاستمرار كما يشاهد من (ش ٩)

الحركة التقديرية - الحركة تكون تقديرية متى أخذت في النقص

وفي هذه الحالة يكون تقدير المحنى البياني للمسافات متجهان نحو الجملة الموجبة لمحدد الازمان وأن الزاوية  $\alpha$  تأخذ في التقص بالاستمرار

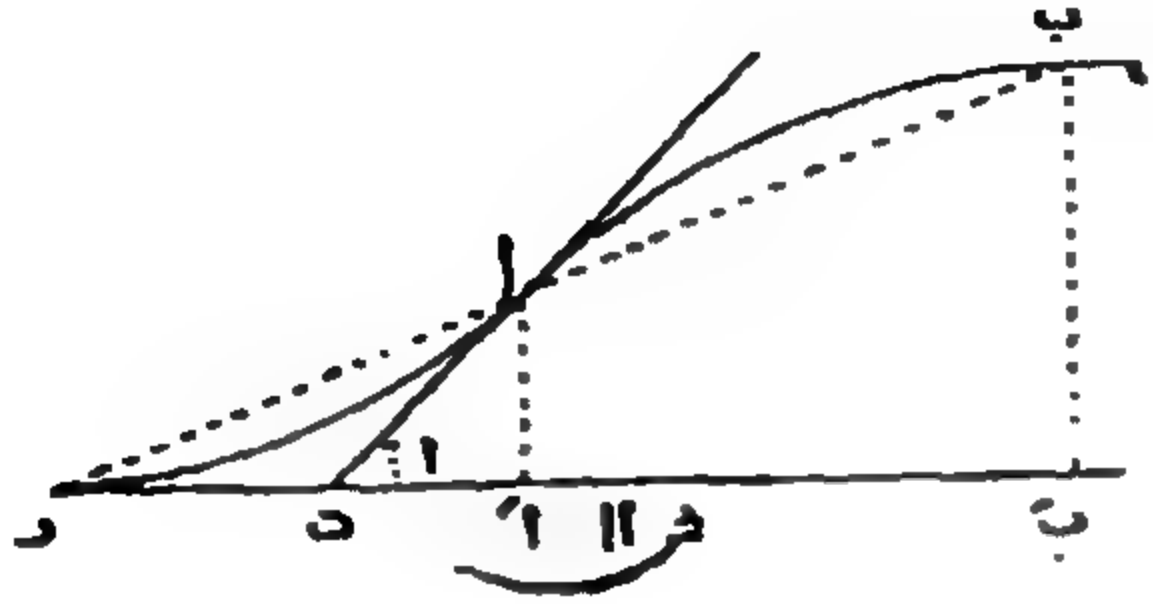
کاشیاد من (شتر ۱۰)





(٩)

الحركة - الدورية - الحركة تكون دورية اذا اخذت السرعة بعد مسافات زمنية متساوية نفس المقادير التي كانت اخذتها من قبل والدور هو الزمن الذي يفصل اللحظات المتتالية التي فيها تأخذ السرعة نفس سلسلة المقادير والنظر البياني لقانون الحركة الدورية هو منحنى متناوب ففي الحركة المبينة بالمنحنى و  $t$  تكون السرعة ابتداء معدومة ثم تزايد في انشاء الزمن و  $t$  الذي في نهايته تصل الى النهاية



الكبرى ثم تناقص في مدة الزمن  $t$  الذي في نهايته تصير معدومة ثم تأخذ بعد ذلك نفس المقادير التي كانت اخذتها من قبل

وحينئذ يكون الزمن  $t$  هو دور والمستقيم  $o$  يدل على الحركة المنتظمة التي سرعتها هي السرعة المتوسطة في مدة الدور وامثلة الحركات الدورية كثيرة منها حركة البندول وحركة مكبس آلة بخارية وحركة

الارض حول الشمس و..... الخ ففي الحالتين الاوليتين السرعة تتغير مرتين في الدور الواحد لتغير اشانيتها وفي الحالة الثالثة السرعة تتغير بين نهايات متقاربة جدا وهذا هو السبب في عدم تساوي الايام الشمسية ويستعاض عادة الزمن الحقيقي بزمن متوسط فيه تكون الازمان متساوية (راجع علم القصورغرافيا) في الحركة المنتظمة التغير وسقوط الأجسام

تعريف - الحركة المنتظمة التغير هي التي تتغير فيها السرعة بكميات متساوية في ازمنة متساوية

فاذا تزايدت السرعة فالحركة تكون منتظمة الموجلة واذا تناقصت السرعة فالحركة تكون منتظمة التقصير

المجمله - الكمية الثابتة التي تتغير فيها السرعة في كل وحدة زمنية في الحركة المنتظمة التغير تسمى بالمجمله والمجمله تكون موجبة في الحركة الموجلية وسالبة في المجمله التقصيرية

قانون السرعة

اذا رمز بالرمز  $c$  للسرعة الابتدائية أعنى سرعة في مبدأ الزمن  $t$  وبالرمز  $v$  للمجمله فحينئذ أن السرعة تزداد في كل وحدة زمنية بالكمية  $v$  فانها تزداد بالمقدار  $v$  في مدة الزمن  $t$  وحينئذ اذا رمزنا بحرف  $c$  للسرعة في نهاية الزمن  $t$  يكون قانون السرعة هو

$$c = c + vt$$

واذا كان الجسم خارجا عن السكون فان السرعة الاصلية تكون معدومة ويقول قانون السرعة الى

$$c = vt$$

واذا كانت الحركة منتظمة التقصير فالمجمله تكون سالبة ويكون

$$c = c - vt$$

قانون المسافات

اذا كان المطلوب ايجاد المسافة المقطوعة بحركة منتظمة الموجلة في مدة الزمن  $t$  بمتحرك سرعته الابتدائية  $c$  ومجمله  $v$  تقسم الزمن  $t$  الى مسافات زمنية متساوية عددها  $n$  وللإختصار نجعل  $\frac{t}{n} = \tau$  فيرى أن السرعة

م ٢ ديناميك



(١٠)

فمبدأ كل من المسافات الزمانية المذكورة هي

$$\begin{aligned} \bar{c} &= \bar{c} \\ \bar{c} &= \bar{c} + v \\ \bar{c} &= \bar{c} + v \\ &\dots \dots \dots \end{aligned}$$

$$\bar{c} = \bar{c} + (1-p)v$$

وإذا اعتبرنا أن السرعة في كل من هذه المسافات الزمانية ثابتة فالمسافات المقطوعة تكون

$$\begin{aligned} \bar{c} &= \bar{c} = \bar{c} \\ \bar{c} &= \bar{c} = \bar{c} + v \\ \bar{c} &= \bar{c} = \bar{c} + v \\ &\dots \dots \dots \end{aligned}$$

$$\bar{c} = \bar{c} = \bar{c} + (1-p)v$$

وحاصل جمع هذه المسافات وهو  $\bar{c}$  يكون مساويا الى

$$\bar{c} = \bar{c} + \{ (1-p) + \dots + 3 + 2 + 1 \} v$$

وبتقويض  $v$  بمقدارها وهو  $\frac{1}{p}$  يحدث

$$\bar{c} = \bar{c} + \frac{(1-p) + \dots + 3 + 2 + 1}{p} v$$

وحينئذ كلما تزايد  $p$  فالمسافة الزمانية  $\bar{c}$  تنقص وبمجموع الحركات الجزئية المفروضة يقرب دائما من الحركة

المنتظمة البجلة المذكورة وعند النهاية تتحد معها

وحينئذ للحصول على المسافة  $\bar{c}$  المقطوعة بحركة منتظمة البجلة في مدة الزمن  $t$  يلزم أخذ نهاية المقدار

السابق عند ازدياد  $p$  الى ما لا نهاية فيكون

$$\bar{c} = \bar{c} + \left\{ \bar{c} + \frac{(1-p) + \dots + 3 + 2 + 1}{p} v \right\} t$$

$$\bar{c} = \bar{c} + \frac{1}{p} v t$$

ومنه يحدث

تنبيهات

الأول - في حالة ما تكون الحركة منتظمة التقصير يكون

$$\bar{c} = \bar{c} - \frac{v}{p}$$

الثاني - إذا كانت السرعة الابتدائية معدومة يكون  $\bar{c} = \bar{c}$  . وحينئذ يكون

$$\bar{c} = \bar{c}$$

وإذا مرنا بحرف  $\bar{c}$  و  $\bar{c}$  للمسافتين المقطوعتين في مدة الزمن  $t$  ونرى يكون

$$\bar{c} = \bar{c} \quad \bar{c} = \bar{c}$$

ومنها

صحيحة كما  
ستظهر كغيرها







فقياسا على كون مقدار العجلة  $و = \frac{ع-ع}{ز}$  المستخرج ذلك من قانون  
 $ع = ع + و ز$

تكون العجلة المتوسطة هي النسبة الكائنة بين ازدياد السرعة وبين ازدياد الزمن  
 اعني اذا فرض أن متحركا يتحرك بحركة مستقيمة متغيرة حينما اتفقت ورمز برمزي ع ، ع لسرعته في الزمنين  
 ز ، ( ز + دى ) تكون العجلة المتوسطة في مدة الزمن دى هي  $\frac{ع-ع}{دى}$   
 العجلة في لحظة معينة - العجلة في لحظة معينة هي النهاية التي تميل اليها نسبة ازدياد السرعة الى ازدياد الزمن  
 حينما يميل ازدياد الزمن نحو الصفر

فحينئذ اذا مال دى نحو الصفر فالكمية ع - ع تميل نحو الصفر أيضا انما العجلة المتوسطة  $\frac{ع-ع}{دى}$  تميل نحو نهاية  
 معينة و تكون هي بحسب التعريف عبارة عن العجلة في اللحظة ز اعني أن  
 $و = نها \frac{ع-ع}{دى}$  عندما تميل دى نحو الصفر

(الارتباطات الجبرية الواقعة بين المسافة والسرعة والعجلة في الحركة المستقيمة المتغيرة)  
 النهاية التي تميل اليها النسبة الكائنة بين ازدياد دالة ما ص وازدياد متغيرها س حينما يميل هذا المتغير نحو الصفر  
 تسمى مشتقة ص بالنسبة للكمية س

اعني اذا كانت  $ص = د (س)$

لمشتقة الدالة تبين هكذا

$ص = د (س)$

ففي حركة مستقيمة حينما اتفقت المسافة ه والسرعة ع والعجلة د هي دوال للتغير ز  
 وبناء على التعاريف السابقة تكون السرعة مشتقة المسافة والعجلة مشتقة السرعة  
 فاذا وضعنا  $ه = د (ز)$  يكون

$ع = ه = د (ز)$  وتكون

$و = ع = ه = د (ز)$

ومعلوم في علم الجبر أولا ان مشتقة حاصل الجمع تساوي مجموع مشتقات اجزائه  
 ثانيا ان مشتقة دالة صحيحة مثل  $ع ز$  يحصل عليها بالقانون  
 $د ع ز = ع ز + ع ز$

مثال ذلك اذا كانت  $ه = ع + د ز + ح ز + ل ز$

فيكون  $ع = د + ح + ل$

$و = ح + ل$

سقوط الاجسام

من الامثلة المهمة للحركة المنتظمة العجلة سقوط الاجسام في الفراغ وسقوط الاجسام يتبع هذه القوانين  
 الثلاثة



### الثلاثة الآتية

الاول - جميع الأجسام تسقط بسرعة واحدة في الفراغ

الثاني - المسافات المقطوعة تكون مناسبة لمربعات الأزمان المستعملة لقطعها

الثالث - السرعة تكون مناسبة لزمن السقوط

ويمكن تحقيق القانون الأول بواسطة انبوبة نيوتون والاشارة الآخرة بالمستوى المائل لغاليلي وبآلة آتود وجهاز ممرات وغير ذلك

### تجارب غاليلي

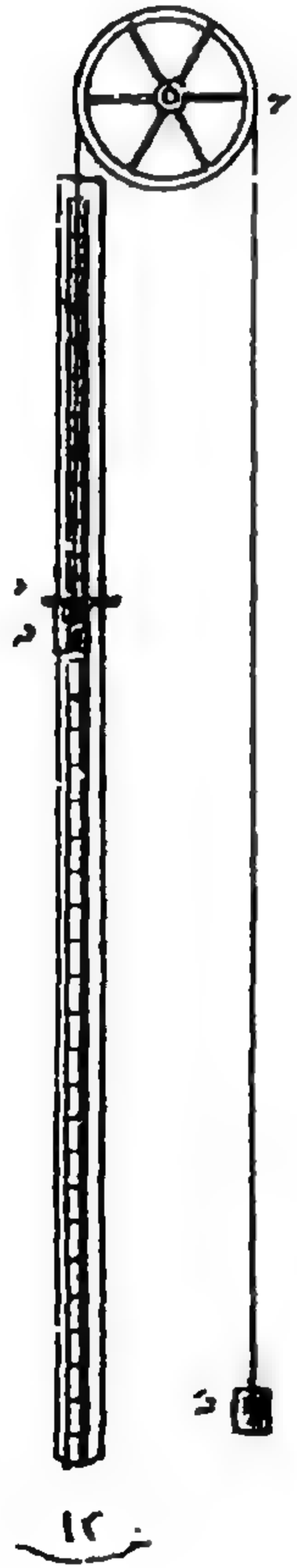
قد استعمل غاليلي المستوى المائل لأجل إيجاد قوانين سقوط الأجسام وهذا المستوى عبارة عن خيط مشدود تتدحرج عليه بكرة معلق في حاملها ثقل ويمكن إبطاء السرعة على حسب الإرادة بتقليل زاوية المستوى المائل ثم تقاس المسافات المقطوعة بضبط تام نستنتج منها القوانين المطلوبة وقد شاهد غاليلي أن المسافات المقطوعة في المسافات الزمنية المتتالية المتساوية تكون مناسبة للأعداد الفردية

ولكن من المعروف أن مجموع الأعداد الفردية الأولى التي عددها  $n$  هي  $\frac{n^2}{2}$  فينشد المسافات المحسوبة من ابتداء اللحظة الابتدائية هي مناسبة لمربعات الأزمان

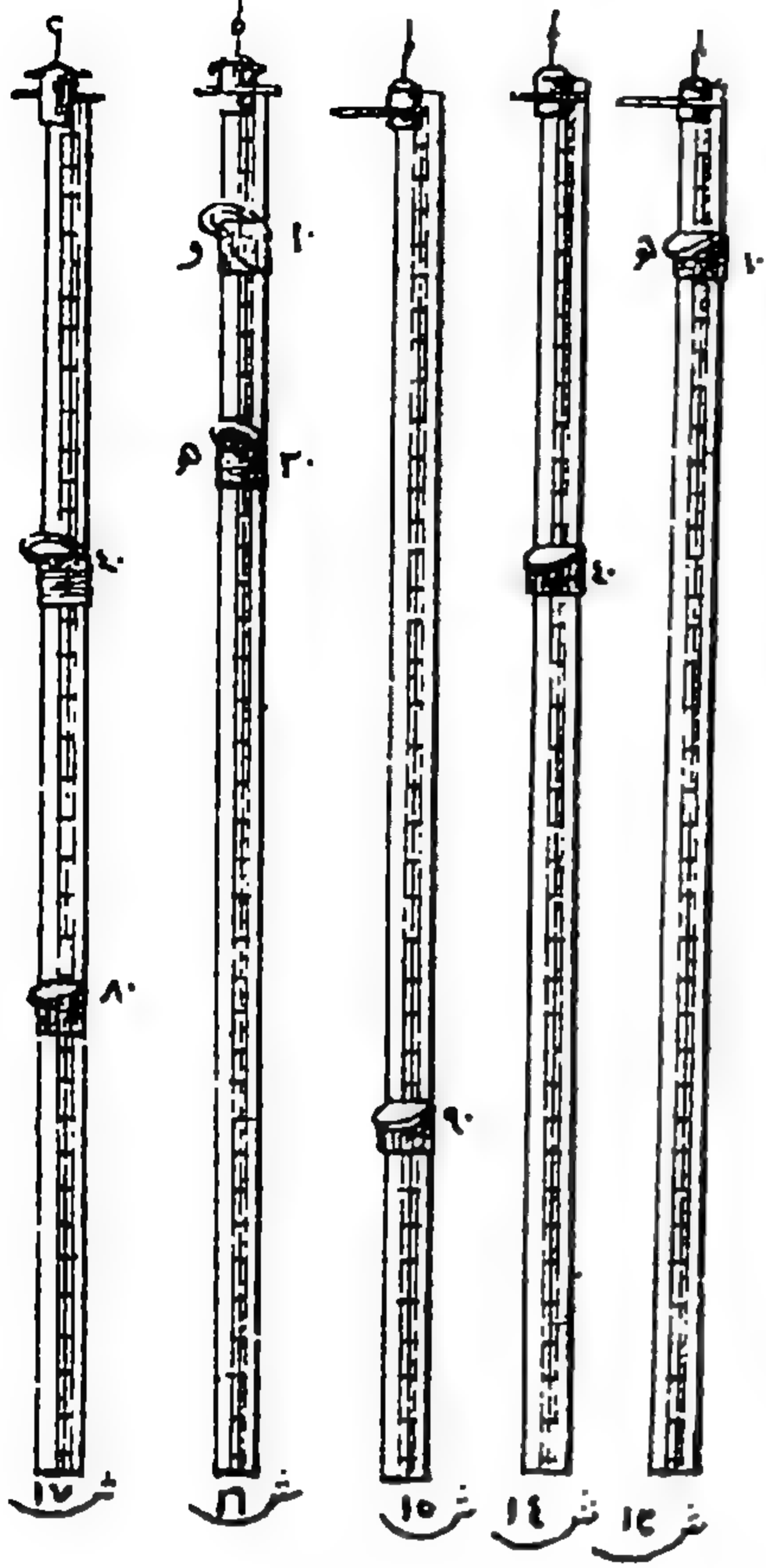
### آلة آتود

تركب آلة آتود من بكرة خفيفة  $h$  ش  $12$  يمر على مقرها خيط رفيع من الحديد يجل في طرفيه ثقلين  $1$  و  $2$  قد يحدثان مع بعضهما توازنا فإذا وضع على أحد هذين الثقلين ثقل اضافي  $3$  فيتحرك الثقلان والخيط في الاتجاه الذي وضع فيه هذا الثقل وبما أن الثقل  $2$  يحرك أثناء سقوطه الثقلين  $1$  و  $2$  فينتج أن حركة تكون بطيئة عنها إذا سقط بمفرده في الفراغ وبذا تكون هذه الحركة سهلة المشاهدة ومقاومة الهواء للجسم غير محسوسة

قانون المسافات - لأجل تعيين القانون الذي تتغير تبعاله المسافات التي يقطعها الجسم الساقط في الأزمنة المتتالية تستعمل مطرقة رأسية مقسمة يسقط أمامها الثقل  $2$  فيوقف أولا هذا الثقل أمام صفر المطرقة إلى اللحظة التي تبدئ فيها ثانية معينة يعرف ابتداءها بدق ساعة ثم يبحث بالاستقراء أي باعادة التجربة عدة مرات عن النقطة من المطرقة التي يلزم أن يوضع فيها قرص أفقي  $4$  ينزلق على المطرقة بواسطة فكين يمكن تثبيتها عليها بواسطة سمار مقلوظ  $13$  حتى يسمع ملاسة الثقل الساقط له مع دق الساعة الدال على انتهاء الثانية فتعلم







حينئذ المسافة م التي تقطع في ثانية ثم تعين بهذه الطريقة على التوالي المسافات م ١ م ٢ م ٣ التي تقطع في ثايتين ثم في ثلاث ثوان وهكذا  
 ث ١ ٢ ٣ ٤ ٥ فبقارنة هذه النتائج يبيضا يرى أن المسافات  
 م ١ م ٢ م ٣ مناسبة للأعداد ١ ٤ ٩ أعني لمربعات الأزمنة وهذا  
 القانون هو ما يعبر عنه بقانون المسافات

### قانون السرعة

إذا أريد قياس السرعة المكتسبة في الاوقات المختلفة من الحركة تستعمل  
 حلقة و تنزل على المسطرة بفكين ث ١ وهذه الحلقة تسبح بمرور  
 الثقل و منها من غير أن يلامسها وتبقى سير الثقل الإضافي و  
 لطول شكله فتوضع أولا الحلقة و على القسم م بحيث أنها تمنع الثقل  
 الإضافي و من السقوط بعد الثانية الأولى فبعد هذه اللحظة يتحرك  
 الثقل و حركة منتظمة بالسرعة التي كان عليها عند حذف الثقل الإضافي  
 و فيجث حينئذ كما سبق عن النقطة من المسطرة اللازم وضع القرص و

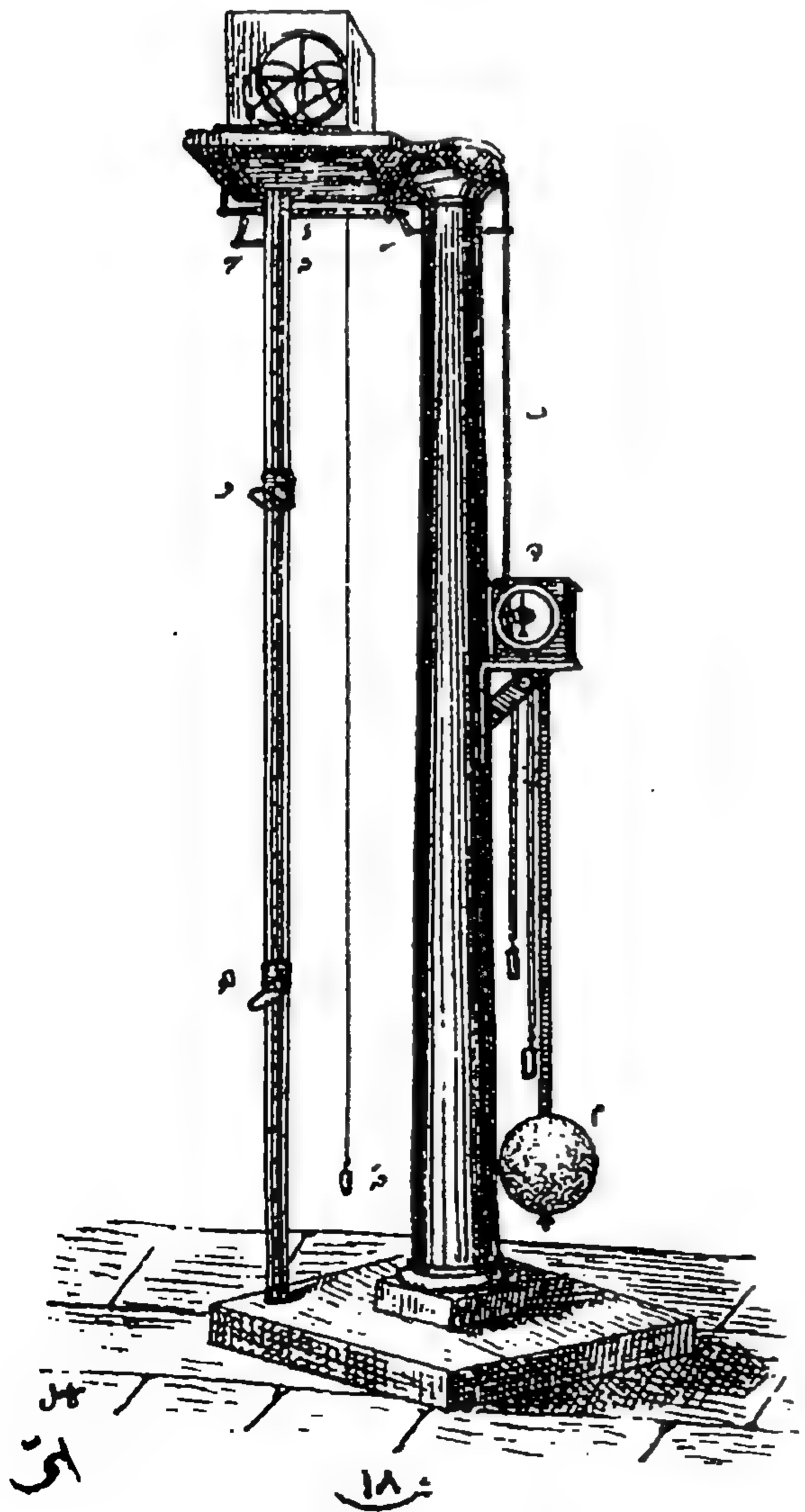
يتم حتى يسمع صوت معادمة الثقل له في انتهاء ثانية بعد إيقاف الثقل و فالبعد بين النقطتين و ١ م  
 يكون عبارة عن المسافة التي تقطع في ثانية أثناء

هذه الحركة المنتظمة أعني السرعة التي اكتسبها الجسم  
 برصولة الى نقطة و وحفظها أثناء تحركه من و الى  
 و ولكن س هذه السرعة ثم تعين بهذه الطريقة  
 السرعة س ١ س ٢ التي يكتسبها الجسم بعد ثايتين  
 ث ١ ثم ثلاث ثوان و الخ فيوجد أن س ١ س ٢ س ٣  
 الخ مناسبة للأعداد ١ ٤ ٩ ١٦ ر ٣ ر الخ أعني  
 مناسبة للأزمنة وهذا القانون هو ما يسمى بقانون  
 السرعة وآلة أتود المستعملة الآن لاثبات قانون  
 سقوط الأجسام مبنية بتمامها في ث ١٨

وتوجد معادلتان جبريتان لبيان قانون سقوط  
 الأجسام في الفراغ وهما

$$m = \frac{1}{2} g t^2 \quad s = \frac{1}{2} g t^2$$

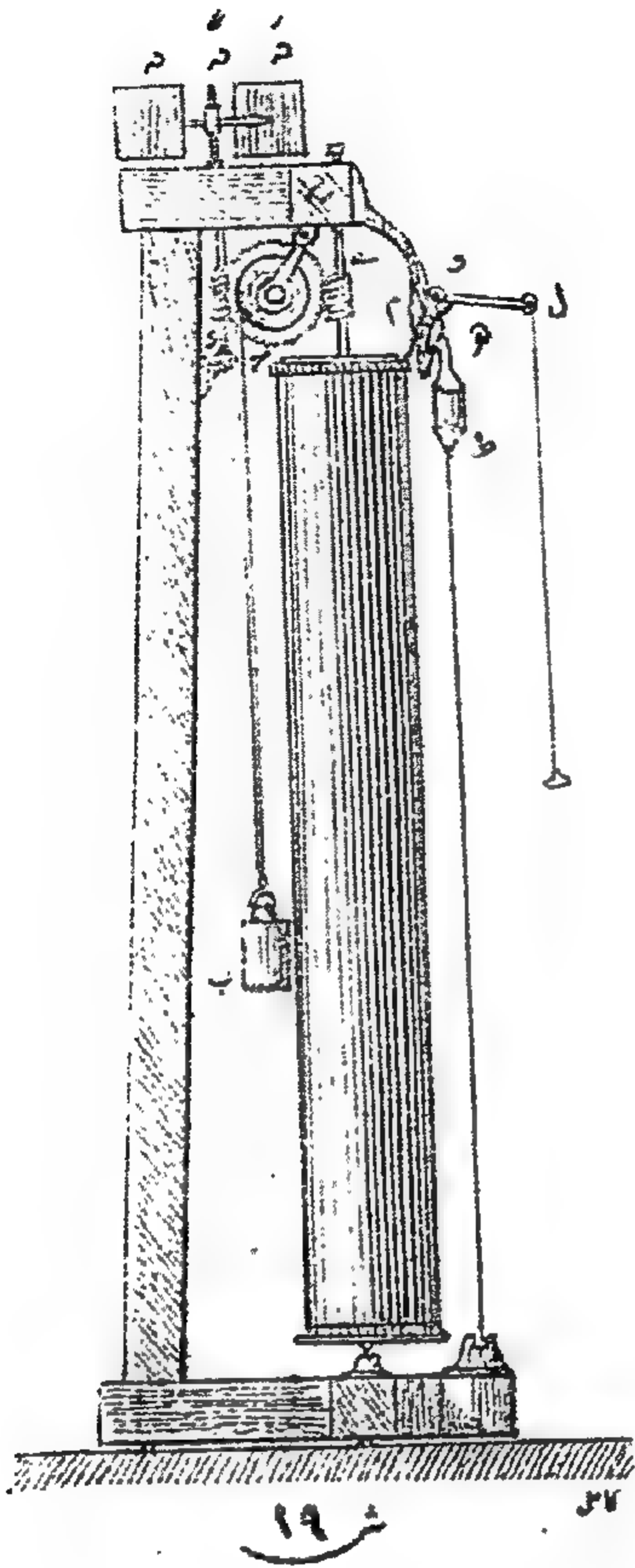
وفي هاتين المعادلتين م تدل على المسافة التي يقطعها  
 الجسم و الزمن المستعمل لقطع هذه المسافة و س السرعة





التي يكتبها الجسم بعد الزمن  $x$  أما  $h$  فهو عدد ثابت يدل على المقدار الذي تزيد به سرعة الأجسام الساقطة في الفراغ في كل ثانية ويسمى بالجلة وهو يختلف باختلاف العرض ومقدار في مصر يساوي ٩٧٩١٢ من جهاز موران

هذا الجهاز يتكبد كما في ش ١٩ من اسطوانة رأسية ١ مغطاة بفرخ من الورق وتحرك بواسطة ثقل  $b$  يحرك الطارة  $h$  وهذه الطارة تتحرك من جهة مع برمية غير منتهية  $e$  مصنوعة على محور الاسطوانة ومنعقة من الجهة الثانية مع برمية غير منتهية أيضا ومحورها الرأسى حامل لاجنحة  $d$   $١$   $٢$   $٣$   $٤$   $٥$  تستعمل لتنظيم الحركة والثقل  $ط$  المحصور بين دليلين من المعدن يحمل قلما رأساه  $هـ$  يرتكز على جسم الاسطوانة بواسطة زبلك



وحيثما تغير حركة الاسطوانة منتظمة يترك الثقل  $ط$  ونفسه بواسطة سقاطة  $ل$  وم فالقلم يرسم على الاسطوانة الخط البياض للحركة وهذا الجهاز له أهمية عظيمة فيسمح لدراسة حركة الجسم في سقوطه المطلق ولايجاد المسافة المقطوعة في مدة زمن صغير بقدر ما يراى وزيادة على ذلك فان نتائج التجارب تتبين بنفس الجسم الساقط مباشرة ولا يحتاج لمهارة المحرب

### قانون المسافات

لأجل تحقيق قوانين سقوط الأجسام بواسطة المنحنى المرسوم على سطح الاسطوانة نفرد الفرخ الورق السابق ذكره بقطعه على حسب الراسم  $هـ$  ش ثم يؤخذ على  $١$  اطوال متساوية  $١$   $٢$   $٣$   $٤$   $٥$   $٦$   $٧$   $٨$   $٩$   $١٠$  الخ تدل على ازمان متساوية

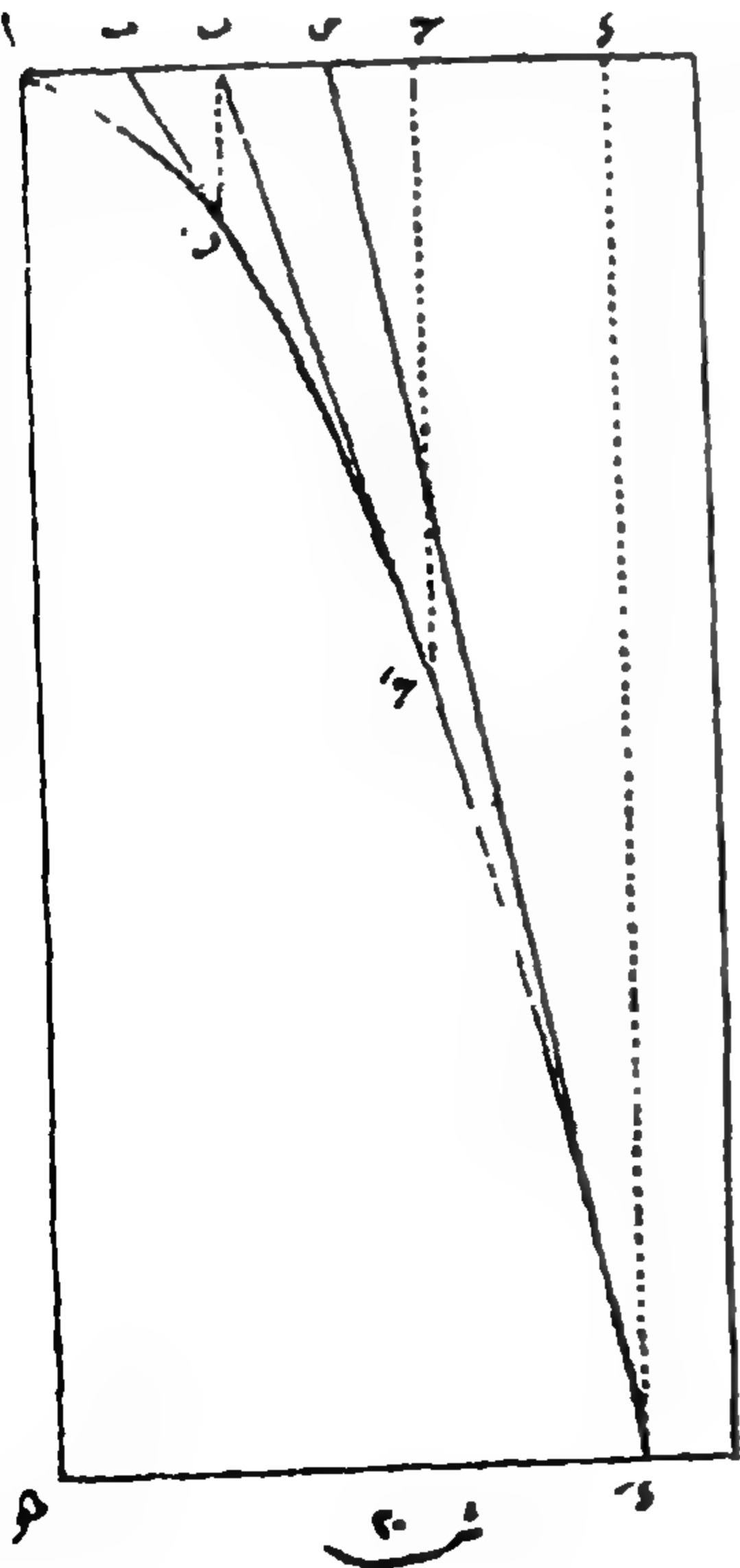
وفي نهاية الزمن  $١$  يكون الثقل موجودا في  $٢$  ويكون قطع في النزول المسافة الرأسية  $٢$  وفي نهاية الزمن  $٢$  الذي هو ضعف  $١$  يكون قطع المسافة  $٤$  وباجراء المقياس نجد ان

$$٢ \times ٢ = ٤ \quad ٣ \times ٣ = ٩$$

$$٤ \times ٤ = ١٦ \quad ٥ \times ٥ = ٢٥$$

.....

فيثبتكون المسافات المقطوعة في السقوط المطلق لجسم خارج من السكون مناسبة لمربعات الازمان المستعملة لقطعها وهذا القانون يؤدي الى النسب الآتية





(17)

$$\frac{5}{\cancel{5}1} = \frac{\cancel{3}2}{\cancel{5}1} = \frac{\cancel{6}0}{\cancel{5}1}$$

التي تدل على أن المنحنى هو معنى القطع المكافئ

## قانون السبع

ولاجل تحقيق قانون السبع رسوم لمسات للمحقق من النقطة ١، ٢، ٣، ٤، ٥، ٦، ٧، ٨، ٩، ١٠، ١١، ١٢، ١٣، ١٤، ١٥، ١٦، ١٧، ١٨، ١٩، ٢٠، ٢١، ٢٢، ٢٣، ٢٤، ٢٥، ٢٦، ٢٧، ٢٨، ٢٩، ٣٠، ٣١، ٣٢، ٣٣، ٣٤، ٣٥، ٣٦، ٣٧، ٣٨، ٣٩، ٤٠، ٤١، ٤٢، ٤٣، ٤٤، ٤٥، ٤٦، ٤٧، ٤٨، ٤٩، ٥٠، ٥١، ٥٢، ٥٣، ٥٤، ٥٥، ٥٦، ٥٧، ٥٨، ٥٩، ٦٠، ٦١، ٦٢، ٦٣، ٦٤، ٦٥، ٦٦، ٦٧، ٦٨، ٦٩، ٧٠، ٧١، ٧٢، ٧٣، ٧٤، ٧٥، ٧٦، ٧٧، ٧٨، ٧٩، ٨٠، ٨١، ٨٢، ٨٣، ٨٤، ٨٥، ٨٦، ٨٧، ٨٨، ٨٩، ٩٠، ٩١، ٩٢، ٩٣، ٩٤، ٩٥، ٩٦، ٩٧، ٩٨، ٩٩، ١٠٠، ١٠١، ١٠٢، ١٠٣، ١٠٤، ١٠٥، ١٠٦، ١٠٧، ١٠٨، ١٠٩، ١١٠، ١١١، ١١٢، ١١٣، ١١٤، ١١٥، ١١٦، ١١٧، ١١٨، ١١٩، ١٢٠، ١٢١، ١٢٢، ١٢٣، ١٢٤، ١٢٥، ١٢٦، ١٢٧، ١٢٨، ١٢٩، ١٣٠، ١٣١، ١٣٢، ١٣٣، ١٣٤، ١٣٥، ١٣٦، ١٣٧، ١٣٨، ١٣٩، ١٤٠، ١٤١، ١٤٢، ١٤٣، ١٤٤، ١٤٥، ١٤٦، ١٤٧، ١٤٨، ١٤٩، ١٥٠، ١٥١، ١٥٢، ١٥٣، ١٥٤، ١٥٥، ١٥٦، ١٥٧، ١٥٨، ١٥٩، ١٦٠، ١٦١، ١٦٢، ١٦٣، ١٦٤، ١٦٥، ١٦٦، ١٦٧، ١٦٨، ١٦٩، ١٧٠، ١٧١، ١٧٢، ١٧٣، ١٧٤، ١٧٥، ١٧٦، ١٧٧، ١٧٨، ١٧٩، ١٨٠، ١٨١، ١٨٢، ١٨٣، ١٨٤، ١٨٥، ١٨٦، ١٨٧، ١٨٨، ١٨٩، ١٩٠، ١٩١، ١٩٢، ١٩٣، ١٩٤، ١٩٥، ١٩٦، ١٩٧، ١٩٨، ١٩٩، ٢٠٠، ٢٠١، ٢٠٢، ٢٠٣، ٢٠٤، ٢٠٥، ٢٠٦، ٢٠٧، ٢٠٨، ٢٠٩، ٢١٠، ٢١١، ٢١٢، ٢١٣، ٢١٤، ٢١٥، ٢١٦، ٢١٧، ٢١٨، ٢١٩، ٢٢٠، ٢٢١، ٢٢٢، ٢٢٣، ٢٢٤، ٢٢٥، ٢٢٦، ٢٢٧، ٢٢٨، ٢٢٩، ٢٣٠، ٢٣١، ٢٣٢، ٢٣٣، ٢٣٤، ٢٣٥، ٢٣٦، ٢٣٧، ٢٣٨، ٢٣٩، ٢٤٠، ٢٤١، ٢٤٢، ٢٤٣، ٢٤٤، ٢٤٥، ٢٤٦، ٢٤٧، ٢٤٨، ٢٤٩، ٢٥٠، ٢٥١، ٢٥٢، ٢٥٣، ٢٥٤، ٢٥٥، ٢٥٦، ٢٥٧، ٢٥٨، ٢٥٩، ٢٦٠، ٢٦١، ٢٦٢، ٢٦٣، ٢٦٤، ٢٦٥، ٢٦٦، ٢٦٧، ٢٦٨، ٢٦٩، ٢٧٠، ٢٧١، ٢٧٢، ٢٧٣، ٢٧٤، ٢٧٥، ٢٧٦، ٢٧٧، ٢٧٨، ٢٧٩، ٢٨٠، ٢٨١، ٢٨٢، ٢٨٣، ٢٨٤، ٢٨٥، ٢٨٦، ٢٨٧، ٢٨٨، ٢٨٩، ٢٩٠، ٢٩١، ٢٩٢، ٢٩٣، ٢٩٤، ٢٩٥، ٢٩٦، ٢٩٧، ٢٩٨، ٢٩٩، ٣٠٠، ٣٠١، ٣٠٢، ٣٠٣، ٣٠٤، ٣٠٥، ٣٠٦، ٣٠٧، ٣٠٨، ٣٠٩، ٣١٠، ٣١١، ٣١٢، ٣١٣، ٣١٤، ٣١٥، ٣١٦، ٣١٧، ٣١٨، ٣١٩، ٣٢٠، ٣٢١، ٣٢٢، ٣٢٣، ٣٢٤، ٣٢٥، ٣٢٦، ٣٢٧، ٣٢٨، ٣٢٩، ٣٣٠، ٣٣١، ٣٣٢، ٣٣٣، ٣٣٤، ٣٣٥، ٣٣٦، ٣٣٧، ٣٣٨، ٣٣٩، ٣٤٠، ٣٤١، ٣٤٢، ٣٤٣، ٣٤٤، ٣٤٥، ٣٤٦، ٣٤٧، ٣٤٨، ٣٤٩، ٣٥٠، ٣٥١، ٣٥٢، ٣٥٣، ٣٥٤، ٣٥٥، ٣٥٦، ٣٥٧، ٣٥٨، ٣٥٩، ٣٦٠، ٣٦١، ٣٦٢، ٣٦٣، ٣٦٤، ٣٦٥، ٣٦٦، ٣٦٧، ٣٦٨، ٣٦٩، ٣٧٠، ٣٧١، ٣٧٢، ٣٧٣، ٣٧٤، ٣٧٥، ٣٧٦، ٣٧٧، ٣٧٨، ٣٧٩، ٣٨٠، ٣٨١، ٣٨٢، ٣٨٣، ٣٨٤، ٣٨٥، ٣٨٦، ٣٨٧، ٣٨٨، ٣٨٩، ٣٩٠، ٣٩١، ٣٩٢، ٣٩٣، ٣٩٤، ٣٩٥، ٣٩٦، ٣٩٧، ٣٩٨، ٣٩٩، ٤٠٠، ٤٠١، ٤٠٢، ٤٠٣، ٤٠٤، ٤٠٥، ٤٠٦، ٤٠٧، ٤٠٨، ٤٠٩، ٤١٠، ٤١١، ٤١٢، ٤١٣، ٤١٤، ٤١٥، ٤١٦، ٤١٧، ٤١٨، ٤١٩، ٤٢٠، ٤٢١، ٤٢٢، ٤٢٣، ٤٢٤، ٤٢٥، ٤٢٦، ٤٢٧، ٤٢٨، ٤٢٩، ٤٣٠، ٤٣١، ٤٣٢، ٤٣٣، ٤٣٤، ٤٣٥، ٤٣٦، ٤٣٧، ٤٣٨، ٤٣٩، ٤٤٠، ٤٤١، ٤٤٢، ٤٤٣، ٤٤٤، ٤٤٥، ٤٤٦، ٤٤٧، ٤٤٨، ٤٤٩، ٤٥٠، ٤٥١، ٤٥٢، ٤٥٣، ٤٥٤، ٤٥٥، ٤٥٦، ٤٥٧، ٤٥٨، ٤٥٩، ٤٦٠، ٤٦١، ٤٦٢، ٤٦٣، ٤٦٤، ٤٦٥، ٤٦٦، ٤٦٧، ٤٦٨، ٤٦٩، ٤٧٠، ٤٧١، ٤٧٢، ٤٧٣، ٤٧٤، ٤٧٥، ٤٧٦، ٤٧٧، ٤٧٨، ٤٧٩، ٤٨٠، ٤٨١، ٤٨٢، ٤٨٣، ٤٨٤، ٤٨٥، ٤٨٦، ٤٨٧، ٤٨٨، ٤٨٩، ٤٩٠، ٤٩١، ٤٩٢، ٤٩٣، ٤٩٤، ٤٩٥، ٤٩٦، ٤٩٧، ٤٩٨، ٤٩٩، ٥٠٠، ٥٠١، ٥٠٢، ٥٠٣، ٥٠٤، ٥٠٥، ٥٠٦، ٥٠٧، ٥٠٨، ٥٠٩، ٥١٠، ٥١١، ٥١٢، ٥١٣، ٥١٤، ٥١٥، ٥١٦، ٥١٧، ٥١٨، ٥١٩، ٥٢٠، ٥٢١، ٥٢٢، ٥٢٣، ٥٢٤، ٥٢٥، ٥٢٦، ٥٢٧، ٥٢٨، ٥٢٩، ٥٣٠، ٥٣١، ٥٣٢، ٥٣٣، ٥٣٤، ٥٣٥، ٥٣٦، ٥٣٧

نقطة م يمر بالنقطة ن التي هي منتصف المستقيم ا ب وبالمثل تكون المماسات في النقط ح ، د ، هـ مرة على

التناظر بالنقط ، ، س ، ... الخ التماثل منصفات المستقيمت ١ ، ٢ ، ٣ ، ... الخ بحيث أنه

إذا فرض أن  $t = c$  في يكون  $c = f$  ما سـ  $= s$  ف... الخ وعلى ذلك إذا كانت

ب = هـ يكون ح = ع = هـ ا = س ا ..... ح

وحينئذ إذا كان طول جزء المستقيم  $a$ ، الدال على زمن مساوٍ لثانية مقدار متر فإن السرعة  $c, c, c, \dots, c$

في النقط  $\alpha, \beta, \gamma, \delta, \epsilon, \zeta, \eta, \theta, \iota, \kappa, \lambda, \mu, \nu, \xi, \omicron, \pi, \rho, \sigma, \tau, \upsilon, \phi, \chi, \psi, \omega$  الخ تتعين بطول الزوايا  $\alpha, \beta, \gamma, \delta, \epsilon, \zeta, \eta, \theta, \iota, \kappa, \lambda, \mu, \nu, \xi, \omicron, \pi, \rho, \sigma, \tau, \upsilon, \phi, \chi, \psi, \omega$  الخ ولكن

حيث ان الطول الدال على وحدة الازمان غير معلوم فنقرض ان  $\frac{1}{c}$  هو العدد المجهول الذي تقرب فيه جميع

الاطوال اب ، اء ، اى ، ... الخ لأجل ان يكون الطول الدال على ثمانية واحدة مساوياً المتر حينئذ يكون

$$\frac{5}{6} \text{ ل } = \frac{50}{60} \text{ ل } = 50 : 60 = 5$$

$$1 \quad \varepsilon_c = \frac{\sigma_c}{E_c} \quad \text{و} \quad = \frac{\sigma_{\text{موت}}}{\sigma_{\text{موت}}} \quad \text{و} \quad = \varepsilon_c$$

$$1 \quad \frac{2}{3} = \frac{59}{63} \quad \text{و} \quad \frac{1}{2} = \frac{35}{70} \quad \text{و} \quad \frac{1}{3} = \frac{21}{63}$$

وایضا

ويرى من ذلك ان السرعة تكون مناسبة لزمن السقوط

وحينئذ فقوانين سقوط الأجسام تكون هي بالضبط قوانين الحركة المنتظمة للجسم للأجسام الخارجة من النكون ويكون

حينئذ تخفق أحد هذه القوانين حيث أن أحدها يثبت الآخر

## عجلة التناقل

قد شاهدنا من جهاز موران ان الجسم قطع تقريبا ٤,٩٠ في الثانية الأولى من سقوطه وحينئذ فكون عجلة التناقل

مساوية الى ٩٨٠ ويمنح لها بالكرف ٥ ولاجل الحصول على مقدار للحملة أكثر ضبطاً من السابق يجب الالتجاء الى

البندول وهما جدولان مشتركان على بعض النتائج التي تدار الحصول عليها

اسماء البلدان	عروض شمال الیسم	مقدار العجلة: ح
مصر	٢٠	٩ ٧ ٩ ١٤
باریس	٤٨	٩ ٨ ٠ ٨ ٨
سیئہ برج	٧٩	٩ ٨ ٤ ٨ ٩ .
خط الاستوا	٠	٩ ٧ ٨ ٠ ٦
لندون		٩ ٨ ٤

## ویشاھد



وبينا هه من هذا الجدول ان مقدار ح يأخذ في الصغر من القطب الى خط الاستواء  
قوانين خاصة بسقوط الأجسام في الفراغ

أولاً - في حالة سقوط الجسم بدون سرعة ابتدائية تكون المسافة و المقطوعة في نهاية الزمن ن مقداراً بالتوازي

$$س = \frac{ح ن^2}{٢}$$

والسرعة ع في نهاية الزمن ن هي

$$ع = ح ن$$

والسرعة بدلالة الارتفاع و المقطوع هي

$$ع = \sqrt{٢ س}$$

ثانياً - في حالة سقوط الجسم بسرعة ابتدائية ع تكون المسافة المقطوعة في نهاية الزمن ن هي

$$س = ع ن + \frac{ح ن^2}{٢}$$

والسرعة في نهاية الزمن ن هي

$$ع = ع + ح ن$$

والسرعة بدلالة الارتفاع و هي

$$ع = \sqrt{ع^2 + ٢ س}$$

ثالثاً - في حالة قذف الجسم رأسياً من أسفل الى أعلا بسرعة ابتدائية ع فالحركة تكون منتظمة التقصير  
وتكون المسافة المقطوعة في نهاية الزمن ن هي

$$س = ع ن - \frac{ح ن^2}{٢}$$

والسرعة في نهاية الزمن ن هي

$$ع = ع - ح ن$$

والسرعة بدلالة الارتفاع و هي

$$ع = \sqrt{ع^2 - ٢ س}$$

تلييناً - بناء على قانون ع = ع - ح ن يرى ان الجسم يرتفع كلما كانت السرعة موجبة ويصل الى نهاية  
العظمى في الارتفاع حينئذ يكون ع = ٠ . وحينئذ يكون ع = ح ن

$$ن = \frac{ع}{ح}$$

اعني ان زمن الصعود يساوي  $\frac{ع}{ح}$  وبوضع هذا المقدار في القانون ه = ع ن -  $\frac{ح ن^2}{٢}$  يحصل على أعظم

$$ارتفاع الجسم من القانون ه = ع ن - \frac{ح ن^2}{٢} = \frac{ع^2}{٢ ح}$$

و حينئذ يرتفع الجسم المقذوف رأسياً من أسفل الى أعلا بسرعة ع ارتفاعاً قدر  $\frac{ع^2}{٢ ح}$

الحركة المخنية

اعلم ان سرعة حركة نقطة تتعلق في آن واحد بمقدارها وبانحائها وأن سرعة الحركة المستقيمة تكون دائماً



متجهة جهة الحركة وفي اتجاه خط سير المتحرك لكن سرعة الحركة - المتجهة الحثا اتفق تغير دائما اتجاهها وكذلك مقدارها وقد يصطلح عليها بأق في الحركة المتجهة

أولا إذا فرض متحرك يرسم منحنيًا حيثما اتفق  $m^2$  م على حسب قانون معلوم  $s = (nr)$  وكان  $m$  م هما وضعا في الزمنين  $nr + y$  فإن الانتقال المتوسط في مسافة زمنية  $y$  يكون هو الوتر  $m^2$  للقوس المقطوع على خط السير في مدة هذه المسافة

وأن مقدار واتجاه وجهة الانتقال المذكور تكون هي مقدار واتجاه وجهة الجزء المستقيم  $m^2$  وثانيا تكون السرعة المتوسطة هي سرعة حركة - مستقيمة - منتظمة - التي يستعملها المتحرك في المدة  $y$  لقطع الوتر  $m^2$  في المدة المذكورة ومقدارها هي نسبة  $\frac{\text{الوتر } m^2}{y}$  واتجاهها هو اتجاه المستقيم  $m^2$

وثالثا تكون السرعة في اللحظة  $nr$  هي النهاية التي تميل إليها السرعة المتوسطة أثناء ازدياد الزمن  $y$  حينما يميل هذا الازدياد نحو الصفر ومقدارها هو  $E = \lim_{y \rightarrow 0} \frac{\text{الوتر } m^2}{y}$  عندما يميل  $y$  نحو الصفر واتجاهها هو اتجاه مماس خط السير في نقطة  $m$  وجهتها هي جهة الحركة - في هذه النقطة

رابعا - نظريا - مقدار السرعة في اللحظة  $nr$  هو مشتقة المسافة بدلالة الزمن لأنه من المعلوم أن  $E = \lim_{y \rightarrow 0} \frac{\text{الوتر } m^2}{y}$  وإذا ضرب البسط والمقام في القوس  $m^2$  يكون

$$E = \lim_{y \rightarrow 0} \frac{\text{قوس } m^2 \times \text{وتر } m^2}{\text{قوس } m^2 \times y} \text{ أعني أن}$$

$$\lim_{y \rightarrow 0} \frac{\text{الوتر } m^2}{\text{قوس } m^2} \times \lim_{y \rightarrow 0} \frac{\text{قوس } m^2}{y}$$

وحيث أن نهاية النسبة الأولى مساوية للوحدة تكون

$$E = \lim_{y \rightarrow 0} \frac{\text{قوس } m^2}{y}$$

وإذا رمزنا بالرمزين  $s$  و  $t$  للمسافتين المقطوعتين على خط السير في الزمنين  $nr + y$  يكون

$$E = \lim_{y \rightarrow 0} \frac{s - s_0}{y}$$

أعني أن  $E = \dot{s} (nr)$  وهو المطلوب

خامسا والجملة المماسية في اللحظة  $nr$  هي مشتقة السرعة وهي متجهة على حسب اتجاه المماس للخطي فاذا صارت الحركة مستقيمة فإن الجملة المماسية تكون هي عين الجملة في التحرك المستقيم المنتظم التغير وقد وصفت بالجملة المماسية بالنظر لأتجاهها ليس إلا لأنها ليست هي الجملة الوحيدة التي تعتبر في الحركة المتجهة مبادئ على حركة جملة مادية غير متغيرة

تعريف - الجملة غير متغيرة هي ما تكونت من جملة نقط أبعادها عن بعضها غير متغيرة

لأجل تعريف جملة غير متغيرة يلزم معرفة الأبعاد الكائنة بين ثلاث نقط ليست على استقامة واحدة ١١٠ ١١١ من الجملة المذكورة ثم أبعاد كل من النقط الأخرى عن الثلاثة نقط المذكورة على التناظر

نضع



لوضع وحركة جملة مادية في الفراغ تكونان مبيتين متى علم وضع وحركة المثلث  $abc$  والحركات الأبط ما يكون للجملة غير متغيرة هي الحركة الانتقالية والحركة الدورانية

### الحركة الانتقالية

تعريف - الجملة الغير متغيرة تكون حركتها انتقالية متى كانت اضلاع مثلث مثل  $abc$  المكون لجزء منها باقية على الدوام موازية لوضعها الاصلى

وفي هذه الحركة كل مستقيم مثل  $PM$  واصل بين نقطتين حيثما اتفق من الجملة يكون موازيا لوضعه الاصلى وجميع نقط الشكل ترسم في آن واحد اقواسا متساوية ومتوازية بحيث تكون سرعتها في أي لحظة حيثما اتفق متساوية ومتوازية أيضا

وعليه فتكون السرعة المشتركة لجميع نقط الجملة المذكورة هي سرعة الحركة الانتقالية في اللحظة المفروضة وتبين كما اذا كان المعلوم حركة نقطة واحدة فقط فحركة المكبس داخل جسم الطلبة من قبيل الحركة الانتقالية المستقيمة وحركة كفتى الميزان ووبرقال من قبيل الحركة الانتقالية المنحنية

### الحركة الدورانية حول محور

تعريف - الجسم يكون له حركة دورانية حول محور متى رسمت جميع نقطه محيطات دوائر مستوياتها عمودية على هذا المحور

وفي هذه الحركة جميع نقط الجسم ترسم في آن واحد اقواسا متشابهة والحوالها مناسبة لانصاف اقطارها وحينئذ يكون

$$\frac{P_1}{P_2} = \frac{r_1}{r_2}$$

وعلى ذلك اذا رمزنا بالحروف  $h, h', h''$  للمسافات المقطوعة في آن واحد بالنقط التي ابعادها عن المحور هي  $h, h', h''$  نجد

$$\frac{h}{h'} = \frac{h'}{h''} = \frac{h''}{h''}$$

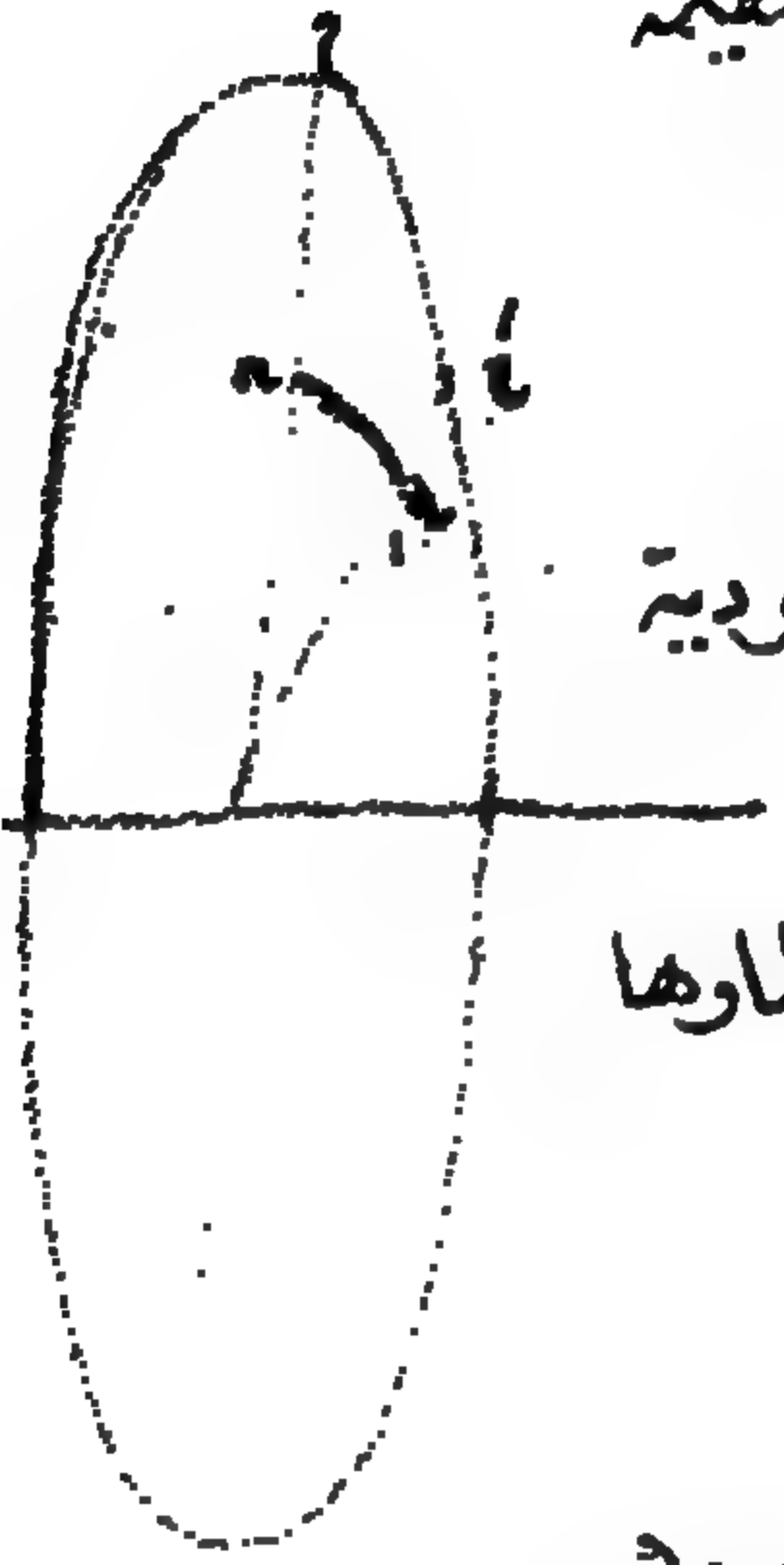
السرعة الزاوية - السرعة الزاوية هي سرعة النقطة المتباعدة عن محور الدوران ببعد مساو للوحدة فاذا رمز للسرعة المذكورة بالرمز  $h$  وسرعة نقطة حيثما اتفق بالرمز  $h'$  ولبعد تلك النقطة عن محور الدوران بالرمز  $h'$  فان سرعة النقطة المذكورة تكون مساوية لحاصل ضرب السرعة الزاوية في بعدها عن محور الدوران اعني يكون  $h = h' \cdot h''$

وللبرهنة على ذلك يقال حيث ان المسافات المقطوعة في آن واحد مناسبة لابعاد النقط عن محور الدوران يكون

$$\frac{h}{h'} = \frac{h'}{h''}$$

$$h = h' \cdot h''$$

والحركة الدورانية تكون منتظمة او متغيرة على حسب ما تكون السرعة الزاوية  $h$  ثابتة او متغيرة ثم ان سرعة الحركة المنتظمة الدورانية ثابتة غالبا بعدد الدورات التي يصنعها الجسم في مدة معينة وبسهولة استخراج





السرعة الزاوية منها

فأذا زحرف  $\theta$  لعدد الدورات التي يصفها الجسم في الدقيقة الواحدة فإن النقطة المتباعدة عن المحور سيعد مساوية لرسم في مدة ستين ثانية قوسا طوله  $\theta \times \pi$  ط والسرعة الزاوية تكون حينئذ هي

$$ح = \frac{\theta \times \pi}{\theta} = \frac{\pi}{\theta}$$

تمرينات

(١) المطلوب رسم الخط البياني لحركات معلومة بالمعادلات الآتية التي فيها  $\theta$  ،  $\phi$  كميات موجبة

$$١ \quad \theta + \phi = \pi$$

$$١ \quad \theta - \phi = \pi$$

$$١ \quad \theta + \phi = \pi$$

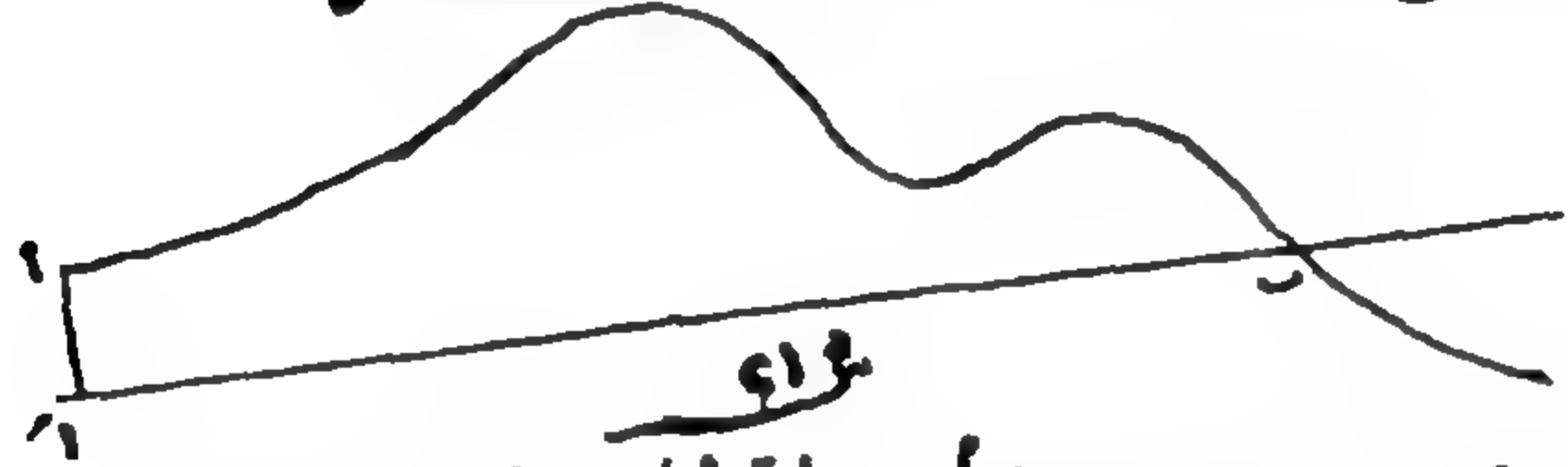
$$\theta - \phi = \pi$$

(٢) المطلوب البرهنة على أن المعادلة  $\theta + \phi = \pi$  تدل على حركة منتظمة العجلة

(٣) المطلوب بمعادلتها  $\theta + \phi = \pi$  والمطلوب أولا رسم الخط البياني للحركة وثانيا رسم الخط البياني للسرعة

(٤) المطلوب بمعادلتها  $\theta = \pi$  والمطلوب أولا اوضح قانون الحركة وثانيا قانون السرعة

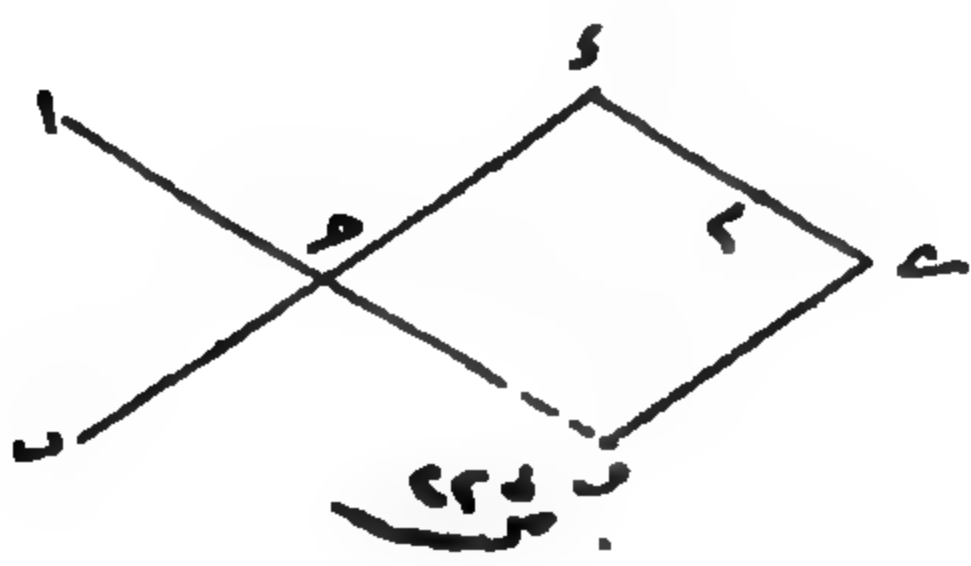
(٥) المطلوب إيجاد مقدار العجلة في نهاية الزمن  $\theta$  لحركة متغيرة حيثما اتفق معلومة بالمعادلة  $\theta = \pi$



(٦) المطلوب مناقشة الحركة المعلوم بها المصنف البياني  $\theta$  ش

(٧) المطلوب المصنف البياني للحركة ما والمطلوب إيجاد المصنف البياني للسرعة وبالعكس

(٨) المطلوب نقطة متحركة باستقام على محيط دائرة والمطلوب مناقشة حركة مسقطها على أحد أقطار الدائرة المذكورة ورسم المصنفات البيانية



(٩) المطلوب المصنف المفصل  $\theta$  ،  $\phi$  ف مثبت في نقطة  $\theta$  والنقطتان

$\theta$  ،  $\phi$  يتحركان باستقام والمطلوب مناقشة حركتي النقطة  $\theta$  والنقطة  $\phi$  شرح

(١٠) المطلوب تعيين سرعة النقطة الأرضية التي عرضها  $\theta$  في الحركة انيومية

(١١) المطلوب رسم الخط البياني لقطارات السكة الحديد من بعد معلومية المعاليم الناتجة من الأدلة الخاصة

بالسكة الحديد ثم معرفة اللحظة والوضع الذين فيها يتقابل قطاران منها بفرض أن الحركات منتظمة

الحركة المنتظمة التغير

(١٢) المطلوب إيجاد المسافة المقطوعة في الزمن  $\theta$  بمعلومية الخط البياني للسرعة

(١٣) المطلوب البرهنة على أن مجموع المسافات المقطوعة في لحظات متساوية البعد عن منتصف الزمن المفروض

ثابت ومقدار هذا المجموع المذكور يكون بعينه كما لو كانت سرعة التحرك في هذه اللحظات هي سرعة منتصف



- منتصف هذا الزمن ثم استنتاج معادلة المسافة المقطوعة في مدة الزمن  $t$
- (١٤) المطلوب البرهنة على أن المسافات المقطوعة بجسم ساقط سقوطا مطلقا في ازمان متساوية متتالية تكون مناسبة للأعداد الفردية المتتالية على التناظر
- (١٥) المطلوب البرهنة على أن المسافة المقطوعة في مدة الزمن  $t$  تكون مساوية لخارج قسمة فرق مربعي سرعتين في نهاية وابتداء الزمن المذكور على ضعف الجمله
- (١٦) السرعة المتوسطة في زمن معين هي المتوسط العددي للسرعتين المقطوعتين في ابتداء وانتهاء الزمن المذكور وهي مساوية للسرعة المقابلة لمنتصف هذا الزمن
- (١٧) المطلوب البرهنة على أن منتصف ازدياد مربع السرعة يكون مساويا لحاصل ضرب الجمله في المسافة المقطوعة
- (١٨) المطلوب معرفة الزمن الذي في نهايته يرتقى المقذوف الخارج بسرعة من اسفل الى ارتفاع ، ثم مناقشة القانون

- (١٩) من بعد معلومية أن الجسم المقذوف رأسيا من اسفل الى أعلا يمر مرتين في نقطة معينة فامحو البرهان على أن سرعته في النقطة المذكورة في كل من المراتين تكون واحدة
- تركيب الحركات

المحرك لا يكون له سرعة حركة واحدة في الفراغ ولذا راسة هذه الحركة تعتبر غالبا كأنها محصله جملة حركات آتية فاذا تخرجت كرة على ظهر سفينة سائرة في نهر فان مجموع الاوضاع التي تأخذها الكرة المذكورة على ظهر السفينة تكون هي الحركة النسبية لهذه الكرة بالنسبة للسفينة ولكن بالنسبة لراصد موجود على شاطئ النهر فان الكرة المذكورة لا تكون لها هذه الحركة النسبية فقط بل تكون لها حركة مشتركة أيضا مع السفينة وحينئذ فالحركة الحقيقية للكرة أو حركتها المطلقة يمكن اعتبارها كمحصلة حركتين آتيتين ومعرفة الحركات المركبة برصا لتعريف الحركة المطلقة للحرك

ففي المثال السابق يمكن في كل لحظة معرفة وضع السفينة بالنسبة للشاطئ ووضع الكرة بالنسبة للسفينة ثم تعيين وضع الكرة في الفراغ

وعلى ذلك فيحصل على خط السير الحقيقي للكرة وعلى النقطة التي توجد فيها على خط السير المذكور في لحظة ما وحينئذ فحركة الكرة تكون معينة تعيينا تاما والحركات المركبة يمكن تعددها فالنهر مثلا يشترك مع الأرض في الحركة اليومية ويشترك معها أيضا في حركتها السنوية وهكذا

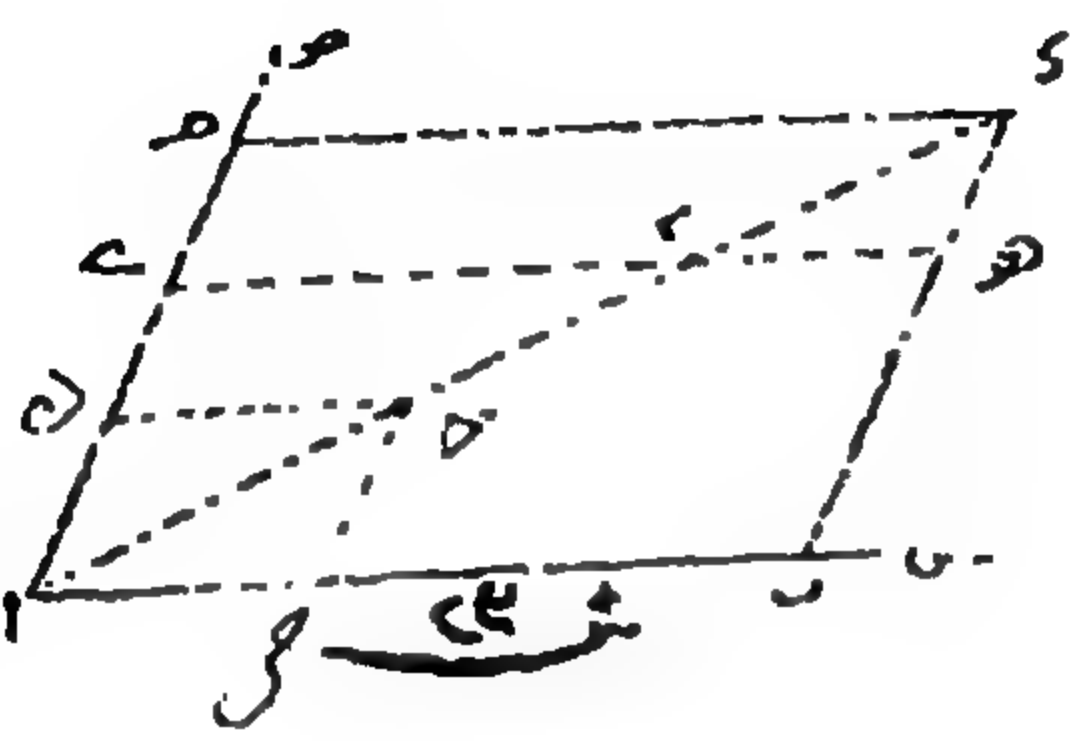
وعلى أي حال فان الحركة المطلقة للمحرك يمكن استنتاجها دائما من الحركات المركبة وستكلم على بعض الحالات البسيطة لتركيب الحركات فتقول

تركيب الحركات عبارة عن إيجاد حركة محرك له جملة حركات آتية ويلزم لذلك أولا تعيين خط سير المحرك وثانيا تعيين سرعته في كل لحظة من الحركة



## الحركات المنتظمة تركيب حركتين آتيتين مستقيمتين ومنظمتين متوازي أضلاع السرعة

نظريه - متوازي أضلاع السرعة - محصلة الحركتين الآتيتين المستقيمتين المنتظمتين هو حركة مستقيمة ومنتظمة وأن سرعة الحركة المحصلة تبين مقدارا واتجاها بقطر متوازي الأضلاع المنشأ على سرعتي الحركتين المركبتين فإذا فرض أن نقطة مثل ٢ ش ٣ تتحرك بانتظام على المستقيم أس أثناء تحرك المستقيم المذكور بالتوازي لنفسه بحيث أنه عندما تأق النقطة ٢ في نهاية الزمن ت في نقطة ب من المستقيم أس تكون النهاية ٢ من المستقيم المذكور قطعت بانتظام المسافة ١ ح من المستقيم ٢ ص ويبقى المتحرك حينئذ في نقطة د ويكون  $د = ح = ب$



فند من أولا على أن المتحرك يسير من ٢ الى د على اتجاه القطر د ه لموازي الأضلاع ولذلك نبحت عن وضع المتحرك في نهاية زمن ما ت عندما يأتى المستقيم ٢ ب في الوضع د ه وحينئذ يقال حيث أن الحركة منتظمة يكون

$$\frac{د}{ت} = \frac{ب}{٢}$$

ولكن في أثناء الزمن ت تقطع النقطة ٢ المسافة س على الاتجاه اب ويكون

$$\frac{س}{ت} = \frac{ب}{٢} \quad \text{ومنها يحدث}$$

$$\frac{د}{ت} = \frac{س}{٢}$$

لكن من تشابه المثلثين ا ب م ، ا د ه وبناء على كون  $د = ب$  يكون

$$\frac{د}{ت} = \frac{٢}{٢} \quad \text{وعليه يكون}$$

$$س = د = م$$

وحيث أن النقطة ٢ تسير دائما على ا ه

ونأينا نبرهن على أن المتحرك يتحرك على القطر المذكور بانتظام

ولذلك يقال أنه من النسب  $\frac{د}{ت} = \frac{ب}{٢} = \frac{س}{٢}$  يرى أن نقطة ٢ تتحرك على ا ه بحركة

منتظمة حيث أن المسافتين ا م ، ا د ه مناسبة لزمني قطعها

ونألا نبرهن على أن سرعة المتحرك تكون معينة بقطر متوازي الأضلاع المنشأ على

سرعتي الحركتين المركبتين

ولذلك يقال أنه إذا فرض أن ا ع ، ا د لان على سرعتي الحركتين

المركبتين فإن ا ع يدل على سرعة الحركة المحصلة حيث أنه عبارة عن المسافة المقطوعة في وحدة الزمن

وجميع القوانين الخاصة بمتوازي أضلاع القوى من علم الاستاتيكا يمكن تطبيقها على متوازي أضلاع

السرعة

فحينئذ إذا

هذا يشبه مبدأ قانون الحركة  
لأنه لا بد من القوة المستمرة  
لأنه لا بد من القوة المستمرة  
لأنه لا بد من القوة المستمرة  
لأنه لا بد من القوة المستمرة  
لأنه لا بد من القوة المستمرة







(٤٤)

$$\frac{س}{ا١} = \frac{نر}{نر} \text{ ومنها يحدث}$$

$$\frac{ا١}{ا١} = \frac{س}{ا١}$$

$$\text{ولكن حيث أن } \frac{ا١}{ا١} = \frac{ا١}{ا١} \text{ أو } \frac{ا١}{ا١} = \frac{ا١}{ا١} \text{ يكون}$$

$$س = ا١$$

نحينئذ فالنقطة ١ تكون موجودة دائما على اء ويكون حينئذ خط سيرها مستقيما ومتجهها في اتجاه  
قطر متوازي الاضلاع ا١ و اء

وثانيا نبرهن على أن المتحرك يتحرك بحركة منتظمة التغير

ولذلك يقال أنه من النسب  $\frac{ا١}{ا١} = \frac{ا١}{ا١} = \frac{ا١}{ا١}$  يتضح أن حركة النقطة ١ منتظمة التغير  
وثالثا نبرهن على أن عجلة المتحرك تكون مبينة بقطر متوازي الاضلاع المنشأ على عجلتي المركبتين  
لأنه إذا كان نر هي الوحدة الزمنية فيكون ا١ ، ا١ ، ا١ هي انصاف عجالات المركبتين المركبتين  
والحركة المحصلة

فإذا كان ب ، ب هما عجلتا المركبتين ، ب هي عجلة الحركة المحصلة فإنه يحدث

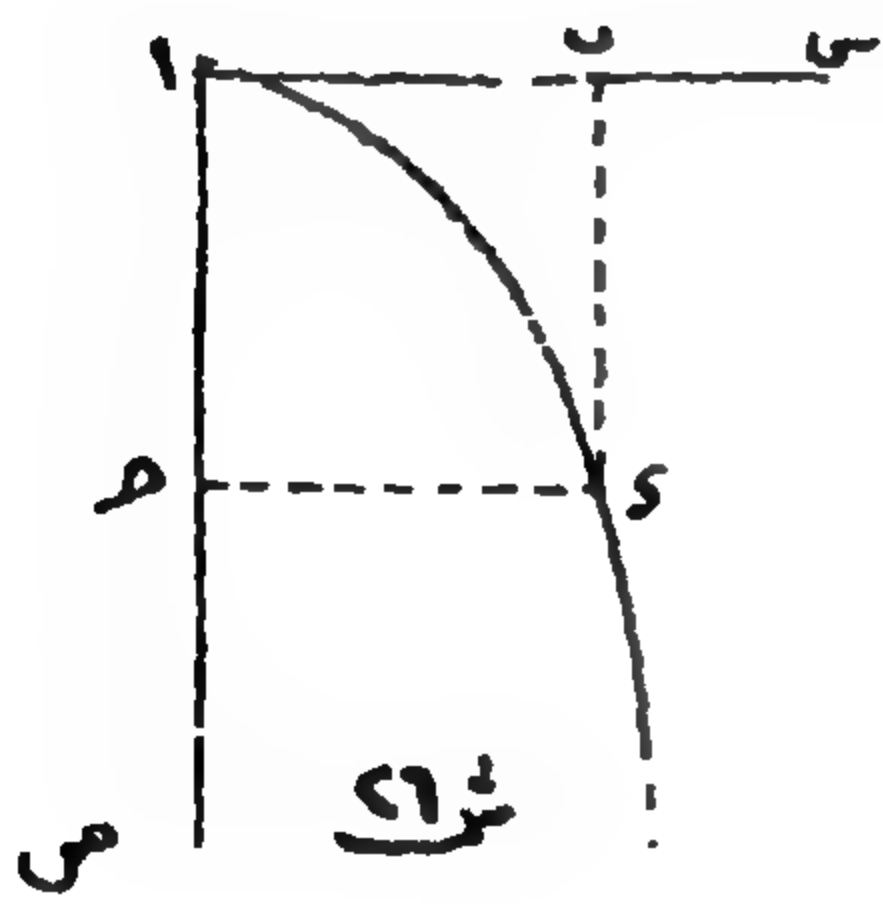
$$ث = ب + ب + ب = ب + ب + ب$$

الحركة المنتظمة - الحركة المنتظمة التغير

حركة المقذوفات

نقسم المقذوف افقيا - إذا اعتبرت حركة متحرك محصلة حركتين آيتين احدها منتظمة في اتجاه الافقى اس  
سرعتها ع والآخرى منتظمة العجلة في اتجاه الرأسى اى عجلتها ح  
فأنه في نهاية الزمن نر يكون المتحرك في نقطة ء التي هي رأس المستطيل

ا ب و ش الذي فيه



$$(١) \quad ا١ = ع \times نر$$

$$(٢) \quad ا١ = \frac{ح \times نر}{٢}$$

نحينئذ من معادلة (١) يحدث

$$نر = \frac{ا١}{ع}$$

وعليه نؤول معادلة (٢) الى

$$ا١ = \frac{ح}{٢} \times \frac{ا١}{ع}$$

ومنها يكون  $\frac{ا١}{ا١} = \frac{ح}{٢} \times \frac{ا١}{ع}$  لكن  $\frac{ا١}{ا١}$  كمية ثابتة

فينئذ تكون الاحداثيات الرأسية لخط السير اء المقطوع بالمتحرك مناسبة لمربعات الاحداثيات  
الافقية وعليه فيكون قطعنا مكافئا محورا اص ورأسه نقطة ١ وإذا جعل ا١ = ص ، ا١ = س  
،  $\frac{ا١}{٢} = ح$  فإن المعادلة السابقة تؤول الى  $ص = ح \times س$ .

الجسم



۱۲ = ع ن

$$\frac{L_2}{L_1} = 2$$

النقطة م معينا اذا علم اس اس م

آن دم = د-م وحینذ یحدث

ص = ع نر حا ی -  $\frac{حرف}{ع}$  ... (۲) (غل ما دیه در تاجیه السیم للرفق)

معادلتی (۱)، (۲) فانه يتحصل على معادلة خط السير هكذا:

وهي معادلة القطع المكافئ

الابتداء فان المسافة  $a$  تسمى بسبعة الرمي وفي هذه النقطة  $m$  يكون الاسد اثني الراسي معدوما

س المقابل له لكن متى كان ص = . فيكون

$$n = (n_{\text{حای}} - \frac{n}{c})$$

وفي هذه الحالة يكون المتحرك في نقطة الابتداء ١ التي فيها يكون الاحداثي الرأسى معدوماً وتتحقق

$$(۳) \dots\dots\dots \frac{\text{اعمالی}}{ح} = ز$$

م ٤ . دينا ميک



وبوضع مقدار  $z$  هذا في معادلة (١) يتصل

$$s = \frac{c}{g} \frac{c}{h} = \frac{c^2}{gh} \quad \text{أو} \quad \frac{c}{g} \frac{c}{h} = \frac{c^2}{gh}$$

س =  $\frac{c}{g} \frac{c}{h}$  وهو مقدار السعة المطلوب (٤)

السعة الأعظم ما يمكن - اذا غيرت الزاوية التي يقذف المقذوف عليها بسرعة ثابتة  $c$  فان سعة الرمي تتغير ولكن حيث ان العامل  $h$  يوصل الى نهاية العظمى اذا كان  $h = 1$  وفي هذه الحالة يكون

$$c = 9.8 \quad h = 1 \quad c = 9.8$$

فيثبت متى قذف المقذوف على زاوية قدرها  $9.8$  فان سعة رمية تكون أعظم ما يمكن وفي هذه الحالة قانون (٤) يؤول الى  $s = \frac{c}{g}$

وهي أكبر مسافة أفقية يقطعها جسم مقذوف بسرعة  $c$  وتسمى بسعة الرمي الأعظم ما يمكن فاذا كان الجسم مقذوفاً رأسياً بنفس السرعة  $c$  فإنه يرتفع بناء على ما تقدر بالارتفاع  $s = \frac{c^2}{2g}$  وحينئذ سعة الرمي الأعظم ما يمكن تكون ضعف الارتفاع الذي يرتقى اليه الجسم المذكور اذا قذف رأسياً بنفس السرعة

ارتفاع الرمي - أكبر مقدار للرأسي  $s$  يسمى بارتفاع الرمي أو سهم الرمي ولاجل الحصول عليه يلزم ان يبحث عن النهاية العظمى للاحداني  $s$  ولاجل ذلك نحل المعادلة (٢) بالنسبة للزمن  $z$  فيجد

$$z = \frac{c}{g} \pm \sqrt{\frac{c^2}{g^2} - \frac{c^2}{g^2}} \quad (٥)$$

ولكن حيث ان مقدار  $z$  حقيقياً فيلزم ان يكون

$$\frac{c}{g} \geq \sqrt{\frac{c^2}{g^2} - \frac{c^2}{g^2}} \quad \text{ومنه يحدث}$$

وحيث ان النهاية العظمى لمقدار  $s$  تكون

$$s = \frac{c^2}{2g} \quad (٦)$$

والمتحرك يصل الى النقطة الاعلى ما يكون في نهاية الزمن

$$z = \frac{c}{g} \quad (٧)$$

وبمقارنة معادلة (٦) بمعادلة (٣) يشاهد ان أكبر ارتفاع يطابق لنقطة  $s$  التي هي منتصف المستقيم  $1$  وحيث ان الزمن الذي يستعمله المتحرك في النزول يكون عين الزمن الذي يستعمله للصعود والمتحرك في مدتين متساويتين البعد عن الزمن المقابل للنقطة الاعلى ما يكون يكون على ارتفاع واحد لانه بناء على معادلة (٢) يرى ان الاحدالي الرأسى  $s$  دالة بدرجة ثانية بالنسبة للزمن  $z$  وعليه فخط السير يكون متناسلاً بالنسبة الى المحور  $z$  ويكون قطعاً مكافئاً رأسه نقطة  $0$

الارتفاع

في معادلات (٣) نلاحظ

في معادلات (٣) نلاحظ



(٢٧)

الارتفاع الاعظم ما يمكن - حيث ان ارتفاع الرمي يتغير تبعا للزاوية  $\theta$  فيكون نهايته عظمى اذا كانت  $\theta = 45^\circ$  او  $\theta = 135^\circ$

وبوضع هذا المقدار في معادلة (٦) يكون

$$v = \frac{v_0}{2}$$

وحينئذ فالمقدار  $\frac{v_0}{2}$  يكون هو اعظم ارتفاع يرتقى اليه المقذوف بسرعة  $v$

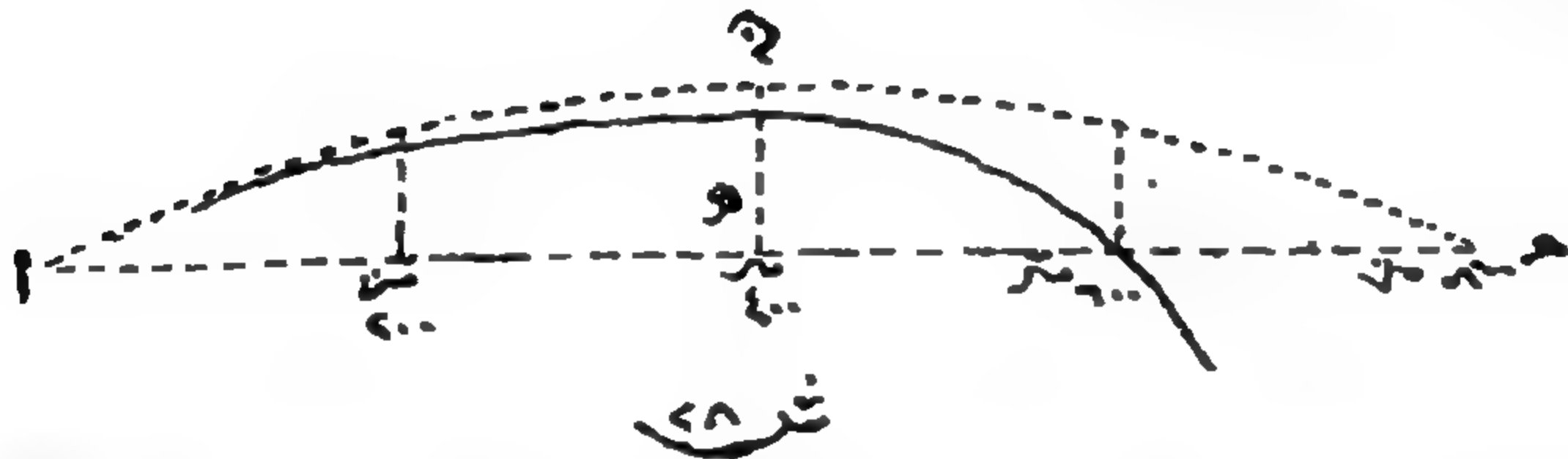
تنبيه - في حالة ما يكون  $\theta = 90^\circ$  فان  $\theta = 0^\circ$  ويكون

$$v = \frac{v_0}{2}$$

وهو نصف مقدار الارتفاع السابق اعني انه في حالة ما يكون  $\theta = 90^\circ$  تكون سعة الرمي اكبر من سعتها بأربع مرات

### حركات المقذوفات في الهواء

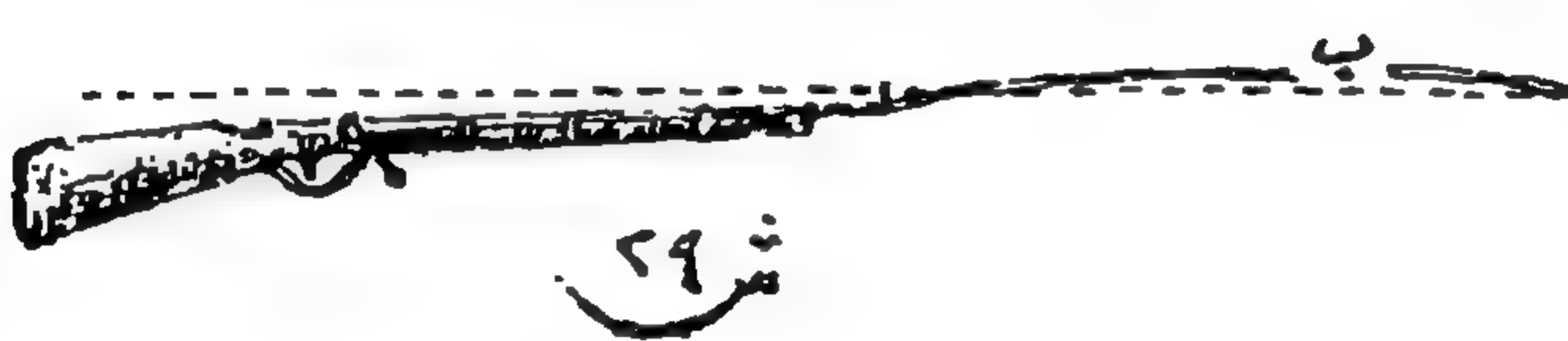
اعلم ان مقاومة الهواء تغير النتائج السابقة وتغير شكل خط السير يحدث تقليل ارتفاع الرمي وسعة والفروقات الحادثة محسوسة كما يرى من شكل ٢٨



حيث ان الخط المجزء في الشكل المذكور يدل على خط السير النظري والخط المتصل يدل على خط السير في الهواء

ولاجل الوصول الى نقطة معينة ب يلزم قذف المقذوف على زاوية معينة ويتوصل لذلك بواسطة

النشانه جاء الذي به يمكن جعل ميل البندقية على الزاوية اللائقة



### الحركات الظاهرية

تعريف - الحركة الظاهرية لنقطة ما بالنسبة لأخرى هي حركة النقطة الأولى مشاهدة لراصد واقف في النقطة الثانية

ولأيجاد الحركة الظاهرية أو النسبية تستعمل القاعدة الآتية المنسوبة الى المعلم غليلي قاعدة الحركات النسبية - الحركات النسبية لجسملة نقط لا تتغير اذا اعطى للجسملة المذكورة حركة انتقالية حيثما اتفقت

وهذه القاعدة المحققة بنتائجها تعتبر بديهية في علم الميكانيكا

فإذا فرض ان  $A$  نقطتان متحركتان وكان المطلوب إيجاد الحركة الظاهرية لنقطة  $A$  بالنسبة لنقطة  $B$  يعطى للمجموعة حركة انتقالية مساوية ومضادة لحركة نقطة  $B$  وحينئذ فالحركة النسبية لا تتغير بناء على ما ذكر وعلى هذا فنقطه  $B$  تبقى ساكنة وأما نقطة  $A$  فتكون لها حركتان آتيتان

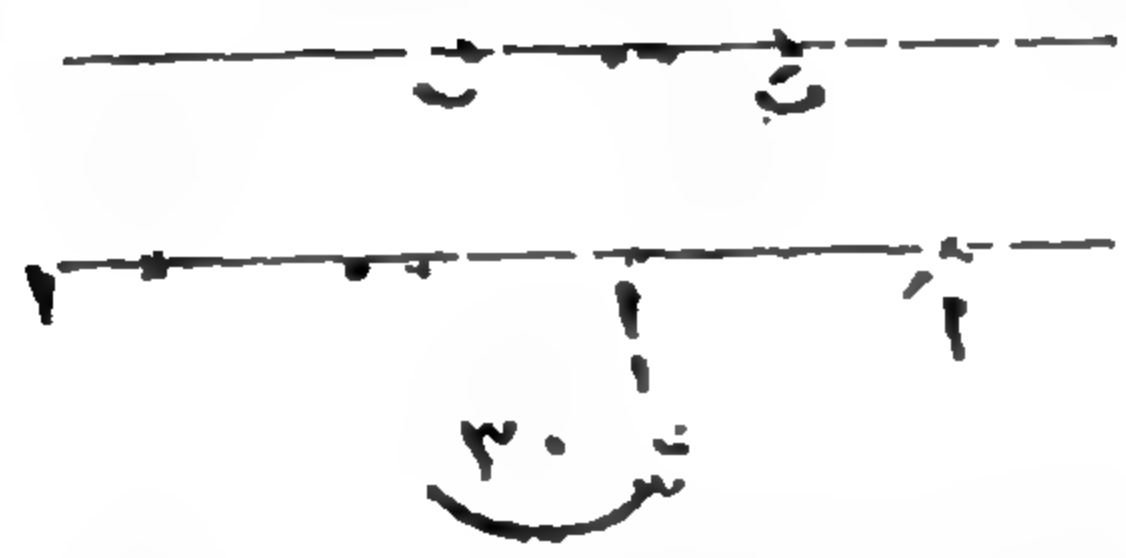


أحدها حركتها الخاصة والثانية الحركة الانتقالية وحينئذ فحصول هاتين الحركتين تكون هي الحركة الظاهرية المطلوبة

وقد تسمى حركة النقطة الموجودة بها الراصد بالحركة الجاذبة

ولنبحث الآن بواسطة هذه الطريقة عن بعض حركات نسبية بسيطة جدا بفرض أن حركات النقطة منتظمة

الحركة النسبية لنقطتين متحركتين على مستقيمين متوازيين - أولا متى كانت الحركتان متعديتي الجهة وفرض أن نقطة ٢ شكل ٣ قطعت في زمن ما المسافة ٢٢ بحركة منتظمة وأن ب نقطة أخرى قطعت في نفس الزمن بحركة منتظمة المسافة ٢٢ وأن المستقيمين ٢٢ ٢٢ متوازيان وكانت المطلوب إيجاد الحركة النسبية لنقطة ٢ بالنسبة



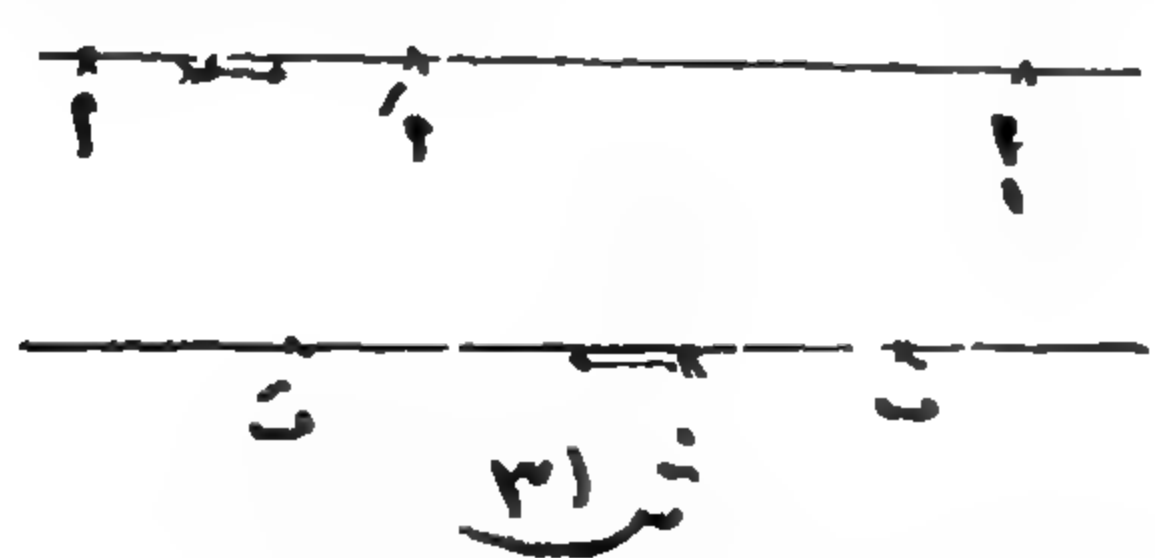
لنقطة ب فثبت نقطة ب بإعطاء المجموعة حركة انتقالية مساوية ومضادة لحركة النقطة ب

وحينئذ في نهاية الزمن من المفروض تصل نقطة ٢ إلى أ بحركتها الخاصة ولكن بسبب الحركة الانتقالية تكون نقطة أ قد انتقلت إلى ب حيث يكون أ ٢ = ب ٢ وحينئذ تكون نقطة ٢ قد قطعت المسافة ٢٢ وإذا اعتبر أن الزمن مساوٍ لثانية واحدة فالطول ٢٢ يكون دالا على سرعة الحركة النسبية وعليه إذا فرض بحرف ع سرعة الحركة النسبية المذكورة وبحرف ع ٢ سرعة نقطتي ٢ ٢ يكون

$$ع = ع - ع$$

وحينئذ في حالة ما تكون الحركتان في جهة واحدة تكون السرعة النسبية مساوية للفرق بين سرعتين المطلقتين

وثانيا - متى كانت الحركتان متضادتي الجهة وفرض أن ٢٢ ٢٢ سرعتا المتحركين وكانت



المطلوب إيجاد السرعة الظاهرية لنقطة ٢ بالنسبة لنقطة ب فثبط المجموعة حركة انتقالية مساوية ومضادة لحركة النقطة ب وحينئذ فقط ب

تصير ساكنة ونقطة ٢ تكون قد قطعت المسافة ٢٢ بحركتها الخاصة ٢٢ = ب ٢ بسبب الحركة الانتقالية وحينئذ تكون نقطة ٢ قد قطعت المسافة ٢٢ وعليه يكون

$$ع = ع + ع$$

وينتج من ذلك أنه متى كانت الحركات مختلفتي الجهة تكون السرعة النسبية مساوية لمجموع سرعتين المطلقتين وهذا ما يوضح السرعة العظيمة التي يشاهدها ركاب قطارين سائرين في جهتين متضادتين







مستمرة	الحركة مستقيمة	}	حركة مستقيمة مستمرة
متدودة			
مستمرة	الحركة مستديرة	}	
متدودة			
مستمرة	الحركة مستقيمة	}	حركة مستقيمة متدودة
متدودة			
مستمرة	الحركة مستديرة	}	
متدودة			
مستمرة	الحركة مستقيمة	}	حركة مستديرة مستمرة
متدودة			
مستمرة	الحركة مستديرة	}	
متدودة			
مستمرة	الحركة مستقيمة	}	حركة مستديرة متدودة
متدودة			
مستمرة	الحركة مستديرة	}	
متدودة			

وهذه الحركات تستعمل في الآلات الميكانيكية وغيرها بحسب لزومها ويتخذ لها الاعفاء اللازمة  
لامكان حصولها فمثلا لنقل الحركة المستديرة المستمرة الى حركة مستديرة مستمرة تستعمل السيور  
والطنابير والطنابير المدرجة والاسطوانات المحشكة مع بعضها والتعاشيق الاسطوانية والمخروطية  
والتعاشيق ذات الفانوس وغير ذلك ولنقل الحركة المستقيمة المتدودة الى حركة مستديرة مستمرة  
تستعمل الاذرع والمنويولات ومتوازي اضلاع وات والبلاشيه

ولنقل الحركة المستديرة المستمرة الى حركة مستقيمة متدودة تستعمل الاكسنتريكات  
ولنقل الحركة المستديرة المستمرة الى حركة مستقيمة مستمرة تستعمل البريمات والملافييف  
ولنقل الحركة المستقيمة المستمرة الى حركة مستقيمة مستمرة يستعمل البكر والاحبال وهكذا

### تمريبات

- (١) المطلوب تحصيل حركتين مختلفتين
- (٢) اذا قذف جسم على زاوية قدرها ٥٠ بدرجة قدرها ٥٠ فما هو اتجاهه ومقدار سرعته  
في نهاية الزمن  $t$  واجراء المناقشة



- (٣) على أى زاوية يمكن قذف جسم بسرعة ع بحيث يصل نقطة احداثياتها  $(x, y)$  ونحدد  
نقط المستوى الذى يمكن ان يصله المقذوف وتعيين القطع المكافئ المحقق للعمل
- (٤) ما مقدار السرعة التى قذف بها مقذوف افقيا بعد معلومية أنه قطع افقيا مسافة قدرها  $s$   
ورأسيا مسافة قدرها  $h$
- (٥) المطلوب إيجاد الحركة النسبية لنقطة ٢ بالنسبة لنقطة ١ فى الأحوال الآتية  
أولا بفرض ان نقطة ٢ هى المتحركة فقط  
ثانيا بفرض ان نقطة ٢ ثابتة ونقطة ١ هى المتحركة  
ثالثا بفرض ان نقطة ٢ تسقط رأسيا بحركة منتظمة البجلة ونقطة ١ متحركة افقيا  
بحركة منتظمة
- (٦) سفينة تتقدم فى اتجاه ما بسرعة قدرها  $c$  وان الريح متجهة فى اتجاه آخر بسرعة  $c'$   
والمطلوب معرفة الاتجاه الذى يأخذه دليل الرياح
- (٧) المطلوب معرفة الحركة الظاهرية لنقطة ثابتة بالنسبة لنقطة أخرى خط سيرها مضلع
- (٨) المطلوب معرفة الحركة الظاهرية للشمس مشاهدة من سطح الأرض
- (٩) اذا كان متحركان يتحركان على مضامين مختلفين فما تكون الحركة النسبية لأحدهما بالنسبة  
للاخر
- (١٠) المطلوب معرفة الحركة الظاهرية لكوكب مشاهد من سطح الأرض

## الديناميك

### القواعد الأساسية

الديناميك علم يبحث فيه عن الارتباطات الواقعة بين القوى وبين الحركات التى تحدثها  
قوانين علم الديناميك مرسسة على أربع قواعد اساسية ناجمة من مشاهدة الظواهر  
وهذه القواعد لم تكن بديهية فى مبدأ الأمر بل أن رجالا من العلماء مثل كيبلير وغاليلى  
وفوقون هم الذين استكشفوها من بين الحركات المختلفة التى نشاهدتها وتلك القواعد لا يمكن  
تحقيقها مباشرة بل انها تحقق بالمطابقة الحاصلة بين نتائجها وبين الحركات المشاهدة

القاعدة الاولى - القصور الذاتى

( كيبلير )

قاعدة القصور الذاتى - أولا أن النقطة المادية الساكنة لا يمكن ان تتحرك من نفسها وثانيا ان  
النقطة المادية المتحركة لا يمكن من نفسها ان تغير سرعتها مقدارا واتجاها وحيتئذ فتكون حركتها  
مستقيمة ومنظمة ان لم تقاوم بتأثير خارجي



ويمكن التسليم بالجزء الأول من قاعدة القصور الذاتي وأما الجزء الثاني فيرى أنه منافي لما هو شاهد للعيان حيث إن سرعة جميع الأجسام التي يصير حركتها تتناقص إلى أن تنعدم ولكن يلزم أن يفهم أن ذلك ناشئ عن الاحتكاك ومقاومة الأواسط وهكذا إذ أنه مجرد تقليل تأثير هذه الأسباب المقاومة تطول مدة الحركة عما كانت قبلا ويعلم من ذلك حينئذ أنه إذا أمكن إعدام تلك المقاربات فإن السرعة قصير ثابتة

وينتج من قاعدة القصور الذاتي مباشرة أمران الأول أن حركة نقطة مادية يلزم أن تكون ناشئة عن أسباب خارجية مؤثرة على هذه النقطة أو سبق تأثيرها عليها

الثاني أن كل نقطة لا يقع عليها ادعى تأثير خارجي تكون ساكنة أو ذات حركة مستقيمة منتظمة أما الإنسان والحيوانات فتتحرك بالإرادة لأنه يوجد فيهم أمر غير مادي وغير متقاد لقوانين القصور الذاتي

والقصور الذاتي للمادة يوضح ظواهر عديدة منها أن الإنسان الواقف في عربة سارت فجأة يميل للوقوع في الجهة العكسية لحركة العربة حيث أن قدميه يجذوبان بالعربة وجزء العلوى مائل للبقاء في محله ويحصل عكس ذلك إذا وقفت العربة دفعة واحدة

ومنها أنه إذا نقل بدون احتباس اناء مملوء بالماء فإن الماء يندفق في الجهة العكسية لحركة الاناء المذكور

ومنها حصول الخطر عند الوقوب بدون احتباس من عربة سائرة لأنه عندما تلامس الأرجل سطح الأرض يكون الجزء العلوى من الجسم مستمرا في الحركة بالسرعة المكتسبة ويحصل تصادمه مع الأرض بقوة تكون عظيمة كلما كانت الحركة سريعة

ومنها تثبيت القدم في تضايه يلزم طرق النصاب المذكور في مانع ثابت وحينئذ فالقدم يستمر في الحركة مع زلق الياف خشب النصاب

وأخيرا فالقصور الذاتي أيضا هو الذي يوضح لنا أسباب المصابب الحسية الناشئة عن تصادم سفينتين أو قطارين متحركين بسرعتين عظيمتين

القاعدة الثانية - الفعل ورد الفعل

(نوتون)

التساوى بين الفعل ورد الفعل - إذا أثرت نقطة مادية على نقطة مادية أخرى فإن النقطة الأخيرة تؤثر على الأولى بقوة مساوية ومضادة للتأثير الواقع عليها منها

وباستعمال نثر منطوق نوتون يقال أن رد الفعل يكون دائما مساويا للفعل ومخالفا له في الجهة فمثلا إذا صغط باليد على طاولة فإنه يستشعر بحصول رد فعل من الطاولة المذكورة على اليد

وإذا



واذا أثر من السفينة على شيء ثابت في الشاطئ بواسطة جبل فإن السفينة المذكورة تقرب من الشيء المذكور كما لو كان جذب تلك السفينة حاصلا من الشاطئ بقوة مساوية ومضادة للأولى فهذه القوة الأخيرة التي ترى أنها آتية من الشيء الثابت هي عبارة عن رد الفعل وإذا لم يحدث الأرض رد فعل مائل فلا ييسر السير عليها كما يتضح ذلك من الصعوبة التي تنشأ من السير على أرض رخوة أو على سطح أملس والالتصاق الحاصل بين عجل وإبور اللوكوموتيف وبين قضبان السكة الحديد هو السبب في إمكان سير اللوكوموتيف عليها وجذب القطر معه

لتبيين بناء على قاعدة القصور الذاتي تكون كل قوة مؤثرة على نقطة مادية مثل ٢ صادرة من نقطة مادية أخرى مثل ١ وحيث بناء على القاعدة الحالية تكون نقطة ١ متأثرة دائما بقوة صادرة من نقطة ٢ وعلى هذا فهاتان القوتان وهما تأثير نقطة ١ على ٢ ورد فعل نقطة ٢ على ١ تكونان متساويتين ومختلفتين لجهة ومجهتين في اتجاه المستقيم اب وزيادة على ذلك تكون هاتان القوتان قوت جذب أو دفع على حسب كونهما تبتعدان أو تقتربان المسافة اب أو لزيادة

### القاعدة الثالثة - الحركة النسبية

(غليلى)

عدم تعلق حالة سكون أو حركة جسم بتأثير القوة الواقعة عليه - تأثير أى قوة على نقطة مادية لا يتعلق بالحركة المكتسبة من قبل هذه النقطة وهذه القاعدة تسمى غالبا بقانون الحركة النسبية لانه بناء على هذه القاعدة متى كانت جملة غير متغيرة ونقطة غير مرتبطة بها متحركتين حركة واحدة انتقالية مستقيمة ومنظمة ثم تأثرت النقطة المذكورة بقوة فالحركة التي تأخذها بالنسبة للجملة المذكورة اعني حركتها النسبية تكون عين الحركة التي تأخذها تلك النقطة لو كانت النقطة والجملة المذكورتين ساكنتين في الأصل

وبعبارة أخرى يقال انه لحركة النسبية غير متعلقة بحركة الجذب وسنشتغل بدراسة بعض أحوال مهمة مستنبطة من هذه القاعدة فنقول

### الحركة الناشئة من قوة ثابتة

تعريف - القوة تكون ثابتة متى كان اتجاهها وشدتها ثابتين وقد توجد ثلاث حالات مختلفة يجب ما تكون النقطة المادية خارجة من السكون أو لها سرعة ابتدائية في اتجاه القوة أو كان اتجاه السرعة الابتدائية المذكورة حيثما اتفق

ففي الحالتين الأولىين ينشأ عن القوة الثابتة حركة مستقيمة منتظمة التغير الحالة الأولى - النقطة المادية خارجة من السكون - القوة الثابتة المؤثرة على نقطة مادية مطلقة خارجة من السكون تحدث لها حركة مستقيمة منتظمة الجملة



لأنه إذا فرض أن ع هي السرعة الناتجة من تأثير القوة الثابتة على النقطة المادية في نهاية الوحدة الأولى من الزمن ثم انعدم تأثير القوة في هذه اللحظة فبنا على قاعدة القصور الذاتي تستمر النقطة المذكورة في التحرك بحركة منتظمة سرعتها ع ولكن بتأثير القوة في مدة الوحدة الثانية من الزمن يكون للتحرك سرعة جديدة ع حيث أن القوة تؤثر على النقطة المادية كما لو كانت ساكنة وبضم هذه السرعة الجديدة إلى السرعة المكتسبة تكون سرعة التحرك في نهاية وحدتين من الزمن هي ع وبالمثل في نهاية ثلاث وحدات من الزمن تكون السرعة مساوية إلى ٣ع وحينئذ إذا رمزنا بالرمز  $\frac{ع}{ج}$  للسرعة في نهاية وحدات من الزمن قدرها ج يكون

$$\frac{ع}{ج} = ع$$

أعني أن السرعة تكون مناسبة للزمن وعليه فتكون الحركة منتظمة البهجة وحيث أن القوة ثابتة الاتجاه فتكون الحركة مستقيمة

الحالة الثانية - النقطة المادية لها سرعة ابتدائية متجهة بجهة القوة - متى كانت نقطة مادية لها سرعة ابتدائية وافع عليها قوة ثابتة في اتجاه السرعة المذكورة تكون حركة تلك النقطة مستقيمة ومنتظمة التغيير وحيث أن هذه القوة يمكن أن تؤثر في جهة السرعة الابتدائية أو في الجهة المضادة فيقال أولا - إذا كانت القوة متجهة في جهة السرعة الابتدائية تكون الحركة منتظمة البهجة لأنه إذا كانت ١ هي السرعة الابتدائية ٢ السرعة التي يكتسبها التحرك في نهاية ثانية واحدة بتأثير القوة المذكورة فبالبرهنة كما في الحالة الأولى يرى أن السرعة ٣ في نهاية الثانية الأولى تتركب من السرعة الابتدائية ١ ومن السرعة ٢ ويكون

$$\frac{ع}{ج} = ١ + ٢$$

$$\frac{ع}{ج} = ١ + ٢ + ٣$$

$$\frac{ع}{ج} = ١ + ٢ + ٣ + ٤ + ٥ + ٦ + ٧ + ٨ + ٩ + ١٠ + ١١ + ١٢ + ١٣ + ١٤ + ١٥ + ١٦ + ١٧ + ١٨ + ١٩ + ٢٠ + ٢١ + ٢٢ + ٢٣ + ٢٤ + ٢٥ + ٢٦ + ٢٧ + ٢٨ + ٢٩ + ٣٠ + ٣١ + ٣٢ + ٣٣ + ٣٤ + ٣٥ + ٣٦ + ٣٧ + ٣٨ + ٣٩ + ٤٠ + ٤١ + ٤٢ + ٤٣ + ٤٤ + ٤٥ + ٤٦ + ٤٧ + ٤٨ + ٤٩ + ٥٠ + ٥١ + ٥٢ + ٥٣ + ٥٤ + ٥٥ + ٥٦ + ٥٧ + ٥٨ + ٥٩ + ٦٠ + ٦١ + ٦٢ + ٦٣ + ٦٤ + ٦٥ + ٦٦ + ٦٧ + ٦٨ + ٦٩ + ٧٠ + ٧١ + ٧٢ + ٧٣ + ٧٤ + ٧٥ + ٧٦ + ٧٧ + ٧٨ + ٧٩ + ٨٠ + ٨١ + ٨٢ + ٨٣ + ٨٤ + ٨٥ + ٨٦ + ٨٧ + ٨٨ + ٨٩ + ٩٠ + ٩١ + ٩٢ + ٩٣ + ٩٤ + ٩٥ + ٩٦ + ٩٧ + ٩٨ + ٩٩ + ١٠٠$$

$$\frac{ع}{ج} = ١ + ٢ + ٣ + ٤ + ٥ + ٦ + ٧ + ٨ + ٩ + ١٠ + ١١ + ١٢ + ١٣ + ١٤ + ١٥ + ١٦ + ١٧ + ١٨ + ١٩ + ٢٠ + ٢١ + ٢٢ + ٢٣ + ٢٤ + ٢٥ + ٢٦ + ٢٧ + ٢٨ + ٢٩ + ٣٠ + ٣١ + ٣٢ + ٣٣ + ٣٤ + ٣٥ + ٣٦ + ٣٧ + ٣٨ + ٣٩ + ٤٠ + ٤١ + ٤٢ + ٤٣ + ٤٤ + ٤٥ + ٤٦ + ٤٧ + ٤٨ + ٤٩ + ٥٠ + ٥١ + ٥٢ + ٥٣ + ٥٤ + ٥٥ + ٥٦ + ٥٧ + ٥٨ + ٥٩ + ٦٠ + ٦١ + ٦٢ + ٦٣ + ٦٤ + ٦٥ + ٦٦ + ٦٧ + ٦٨ + ٦٩ + ٧٠ + ٧١ + ٧٢ + ٧٣ + ٧٤ + ٧٥ + ٧٦ + ٧٧ + ٧٨ + ٧٩ + ٨٠ + ٨١ + ٨٢ + ٨٣ + ٨٤ + ٨٥ + ٨٦ + ٨٧ + ٨٨ + ٨٩ + ٩٠ + ٩١ + ٩٢ + ٩٣ + ٩٤ + ٩٥ + ٩٦ + ٩٧ + ٩٨ + ٩٩ + ١٠٠$$

وعلى هذا فتكون الحركة منتظمة البهجة وبجملتها ب

وثانيا - إذا كانت القوة متجهة في جهة مضادة لجهة السرعة الابتدائية تكون الحركة منتظمة التغير لأنه حيث كانت البهجة متجهة في جهة مضادة لجهة السرعة الابتدائية فيلزم تغيير ب بالمقدار - ب في القوانين السابقة وحينئذ يكون

$$\frac{ع}{ج} = ١ - ٢$$

$$\frac{ع}{ج} = ١ - ٢ + ٣$$

$$\frac{ع}{ج} = ١ - ٢ + ٣ - ٤$$

$$\frac{ع}{ج} = ١ - ٢ + ٣ - ٤ + ٥ - ٦ + ٧ - ٨ + ٩ - ١٠ + ١١ - ١٢ + ١٣ - ١٤ + ١٥ - ١٦ + ١٧ - ١٨ + ١٩ - ٢٠ + ٢١ - ٢٢ + ٢٣ - ٢٤ + ٢٥ - ٢٦ + ٢٧ - ٢٨ + ٢٩ - ٣٠ + ٣١ - ٣٢ + ٣٣ - ٣٤ + ٣٥ - ٣٦ + ٣٧ - ٣٨ + ٣٩ - ٤٠ + ٤١ - ٤٢ + ٤٣ - ٤٤ + ٤٥ - ٤٦ + ٤٧ - ٤٨ + ٤٩ - ٥٠ + ٥١ - ٥٢ + ٥٣ - ٥٤ + ٥٥ - ٥٦ + ٥٧ - ٥٨ + ٥٩ - ٦٠ + ٦١ - ٦٢ + ٦٣ - ٦٤ + ٦٥ - ٦٦ + ٦٧ - ٦٨ + ٦٩ - ٧٠ + ٧١ - ٧٢ + ٧٣ - ٧٤ + ٧٥ - ٧٦ + ٧٧ - ٧٨ + ٧٩ - ٨٠ + ٨١ - ٨٢ + ٨٣ - ٨٤ + ٨٥ - ٨٦ + ٨٧ - ٨٨ + ٨٩ - ٩٠ + ٩١ - ٩٢ + ٩٣ - ٩٤ + ٩٥ - ٩٦ + ٩٧ - ٩٨ + ٩٩ - ١٠٠$$

وهذا



وهذا القانون الأخير هو قانون سرعة حركة منتظمة المتغير بحملتها - ب -  
وبالعكس إذا كان لنقطة مادية حركة مستقيمة ومنتظمة التغير تكون تلك النقطة متأثرة بقوة ثابتة موجهة  
في اتجاه الحركة - المذكورة لأنه حيث كانت الحركة غير منتظمة فالحرك بناء على قاعدة القصور الذاتي يكون  
متأثراً على الدوام بقوة وهذه القوة تكون ثابتة والا فالجهد تزايد أو تناقص تبعاً للقوة المذكورة  
وتكون أيضاً في اتجاه حركة - المتحرك لأنه إذا كان للقوة في لحظة ما اتجاه مغاير لاتجاه الحركة - المذكورة فالحرك  
يبتع محصلة الحركة - الناشئة من القوة مع الحركة السابقة ولا يتبع حينئذ اتجاه حركته الأصلية  
وهذا يخالف الفرض  
وعلى هذا متى كانت الحركة عجيبة فالقوة تكون في جهة السرعة الابتدائية ومتى كانت تفصيلية فتكون القوة  
في الجهة المضادة

### تنبيهان

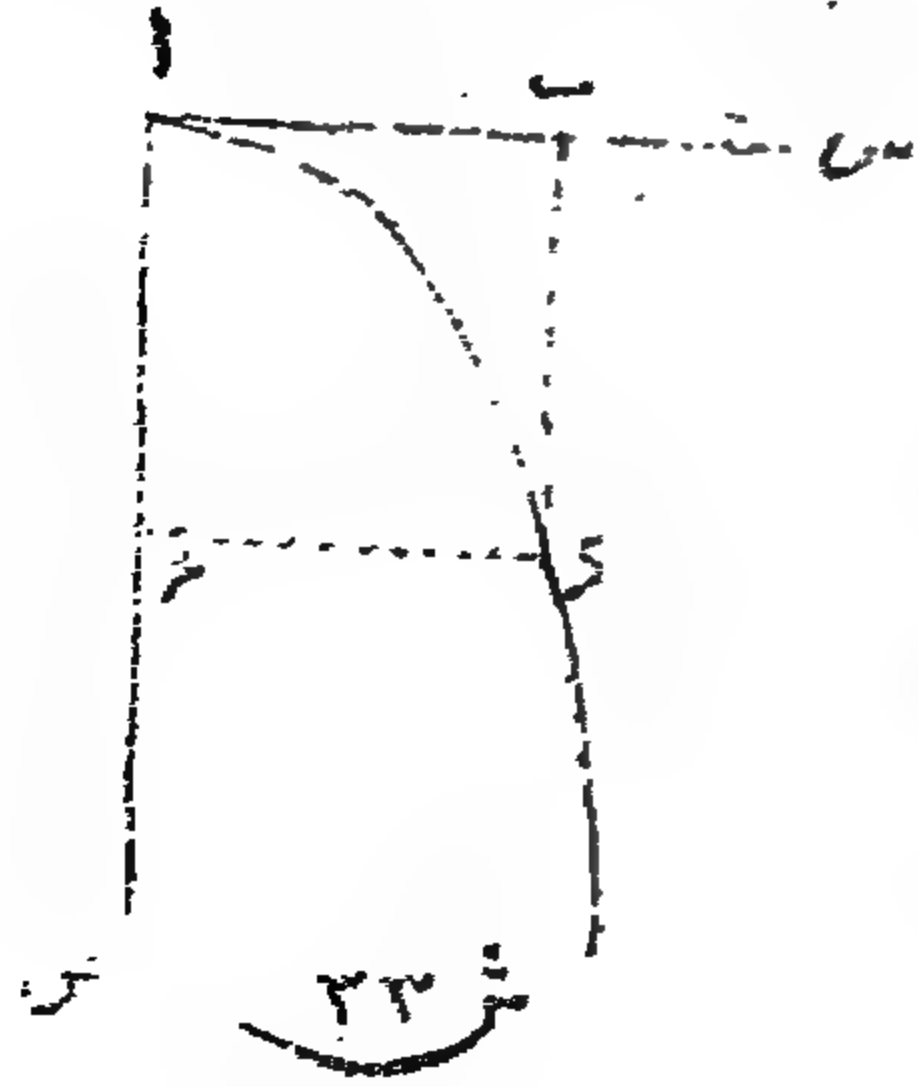
الأول - التثاقل قوة ثابتة - لأنه قد شوهد فيما تقدم ان حركة جسم ساقط في الفراغ بتأثير التثاقل  
منتظمة الجهد وحينئذ فثقل الجسم يؤثر في كل مكان بقوة ثابتة  
الثاني - كل قوة تؤثر بمفردها على جسم لا يمكن ان تحدث له حركة منتظمة  
لأن الحركة المستقيمة المستمرة يمكن ان تنتج أولاً من قوة انقطع تأثيرها بحيث ان الجسم يستمر بعد ذلك  
في التحرك بناء على سرعته المكتسبة وثانياً من استمرار انعدام عجلة القوة المحركة بتأثير الاحتكاك أو  
بسبب آخر

ويفهم من ذلك حينئذ انه إذا كان جسم متحرك بانتظام فلا يكون متأثراً بأحد في قوة أو أن القوى  
الواقعة عليه تكون مدزنة

وهذا ما يعبر عنه بالتوازن الديناميكي في مقابلة التوازن الاستاتيكي الذي يستلزم ان يكون  
الجسم ساكناً

وحينئذ لأجل ان يكون للعربة سرعة منتظمة على طريق افقي يلزم ان يحدث المتحرك بالاستمرار جذبا  
مساوياً للمقاومات الاذم ان تغلب عليها لأنه لو كان الجذب أكبر من المقاومات المذكورة لكانت  
الحركة عجيبة

ولا يخفى أن التأثير الاذم حصوله يتناقض كلما نقص الاحتكاك كما هو مشاهد بالنسبة للعربات  
التي تسير على قضبان من الحديد



الحالة الثالثة - السرعة الابتدائية ليست في اتجاه القوة  
إذا فرض مثلاً نقطة مادية ثقيلة مقذوفة في اتجاه غير رأسي أو كما في شكل ٣٣  
يقال أنه لو لم تكن النقطة ثقيلة لحرك بناء على السرعة الابتدائية حركة مستقيمة  
منتظمة كما تقدم وأنه إذا سقطت تلك النقطة بتأثير التثاقل فقط لكانت حركتها



مستقيمة ومنظمة التغير كما تقدم أيضاً  
ولكن بناء على القاعدة الثالثة هاتان الحركتان توجبان في آن واحد بدون أن تؤثر أحدهما على الأخرى  
وحينئذ فتتصل الحركة الحقيقية للقدوف على فرض أنه ساقط على اتجاه الخط الرأسى أـ مع اعتبار انتقال  
الرأسى المذكور بالتوازي لنفسه بحيث أن النقطة ٢ المذكورة تقطع المستقيم أـ ب بحركة منتظمة سرعتها  
السرعة الابتدائية أعني أنه يتجصيل الحركة المستقيمة المحددة بالسرعة الابتدائية مع الحركة المستقيمة المنظمة  
التغير الناتجة من التناقل كما تقدم يكون خط السير الناتج قطعاً مكافئاً

تنبيهات

الأول - اعلم أن سرعة المتحرك المذكور في لحظة ما هي محصلة سرعة الحركة المنظمة وسرعة الحركة المتغيرة  
في اللحظة المذكورة

الثاني - حيث أنه عند انعدام تأثير القوة في لحظة ما تنصير الحركة مستقيمة ومنظمة فتكون سرعة المتحرك  
في لحظة ما عين سرعة الحركة المنظمة التالية للحركة المتغيرة في تلك اللحظة التي ينقطع فيها تأثير  
القوة

## القاعدة الرابعة

(غليلي)

عند تعلق تأثيرات القوى الآتية ببعضها - أعني أنه إذا أثرت جملة قوى آتية على نقطة مادية فتأثير  
كل منها يكون حاصلها كما لو كانت كل قوة مؤثرة بمفردها  
وحينئذ إذا خرج المتحرك من السكون فالحركة الناتجة من تلك القوى الآتية تتصل ببناء على ما تقدم  
بتراكب الحركات المختلفة المستقيمة والمنظمة التغير الناتجة من القوى المذكورة كما لو كان كل  
منها مؤثر بمفرده وعليه فتكون الحركة المحصلة مستقيمة ومنظمة التغير ومجملتها محصلة مجلات  
الحركات المركبة لها وهذه الحركة الأخيرة تكون بالضبط هي حركة محصلة القوى الآتية المذكورة المحصلة  
بناء على قاعدة كثير اضلاع القوى إذا أثرت تلك المحصلة بمفردها على النقطة المادية المفروضة

تنبيهات

الأول - إذا كان للنقطة المادية سرعة ابتدائية فتتصل حركتها بتراكب الحركة المستقيمة المنظمة المضافة  
لتلك السرعة الابتدائية مع الحركة المستقيمة المنظمة التغير التي تحدثها لها محصلة القوى الواقعة  
عليها عندما تكون تلك النقطة خارجة من السكون

الثاني - إذا كانت محصلة القوى الواقعة على النقطة المادية معدومة فتأثيرات تلك القوى يحو  
بعضها بعضاً والنقطة المادية تصير كما لو كانت غير متأثرة بأدنى قوة

فإن لم يكن للنقطة المادية المذكورة سرعة ابتدائية فأنها تسكن والقوى الواقعة عليها لا تحدث لها أدنى  
حركة وتكون متزنة توازناً استاتييكياً

وان كان



وان كان لتلك النقطة سرعة ابتدائية فانها تكون متحركة حركة - مستقيمة منتظمة والقوى المذكورة لا تغير حركتها وتكون متزنة توازن دينا ميكا

ومن القاعدة الرابعة المذكورة يستنج التقدير الديناميكي للقوى  
التقدير الديناميكي للقوى

قد تقدر في علم الاستاتيكا كيفية تقدير القوى بالدينامومتر الذي يقتضى فيه ان تكون تلك القوى متزنة وسنرى ان الحركة الناتجة من هذه القوى تؤدي أيضا الى تعيين شدتها اعني نسبتها الى الكيلوجرام في التناسب الحاصل بين القوى الثابتة وبين الجملات - نظرية - النسبة بين القوتين الثابتتين الواقعتين بالتوالي على نقطة مادية واحدة كالنسبة بين الجملتين الناتجتين منها اعني اذا كان هـ ، قه قوتين ثابتتين ، و ، و الجملتين الناتجتين منها متى اثرتا على نقطة مادية واحدة على التوالي يكون

$$هـ : قه :: و : و$$

لانه اذا كان للقوتين هـ ، قه المذكورتين مقياس مشترك قدره هـ يكون

$$هـ = هـ$$

$$قه = هـ$$

$$\frac{هـ}{هـ} = \frac{هـ}{هـ}$$

واذا فرض ان و هي الجملة الناتجة من القوة الثابتة هـ الواقعة على النقطة المفروضة فان العدد هـ من القوى هـ الواقعة في آن واحد على تلك النقطة يحدث بناء على القاعدة الرابعة جملة قدرها هـ وحينئذ فالجملة والناتجة من القوة هـ تكون مساوية الى هـ و الجملة و الناتجة من القوة هـ تكون حينئذ مساوية الى هـ و اعني يكون

$$هـ = هـ ، و = هـ$$

$$\frac{هـ}{هـ} = \frac{هـ}{هـ}$$

$$\frac{هـ}{هـ} = \frac{هـ}{هـ}$$

وحيث ان هذه النظرية حقيقية مهما كان صغر مقدار المقياس المشترك هـ فيمكن البرهنة على صحتها ايضا اذا الركن للقوتين هـ ، قه مقياس مشترك فنقول -

$$هـ = هـ ، و = هـ$$

وحيث انه في هذه الحالة لا تشمل القوة هـ على عدد صحيح من القوى الجزئية هـ حينئذ يكون مقدارها محصورا بين عددين صحيحين متوالين رمزها هـ ١ ، هـ ٢ + ١ من القوى الجزئية المذكورة وبناء عليه يكون

$$هـ ٢ > هـ > هـ ١$$



وبالقسمه على  $q = r$  يحدث

$$\frac{2}{q} > \frac{q}{q} > \frac{1+r}{q}$$

وحيث ان عجلة القوة  $q$  تساوى  $r$  وعجلة القوة  $(1+r)$  تساوى  $(1+r)$  فتكون  
العجلة والقوة  $q$  محصورة ايضا بين العجلتين المذكورتين ويكون  
 $q > r > (1+r)$

وبالقسمه على  $q = r$  يحدث

$$\frac{2}{q} > \frac{q}{q} > \frac{1+r}{q}$$

ويرى من ذلك ان النسبتين  $\frac{q}{q}$ ،  $\frac{r}{q}$  محصورتان بين النهايتين  $\frac{2}{q}$ ،  $\frac{1+r}{q}$  اللتين لا تفرقان عن  
بعضها الا بمقدار يساوى  $\frac{1}{q}$  وهذا المقدار صغير بقدر ما يزداد حيث ان  $q$  عدد لختياري وبناء  
عليه تكون النسبتان  $\frac{q}{q}$ ،  $\frac{r}{q}$  متساويتين بالضبط اعني يكون  
 $\frac{q}{q} = \frac{r}{q}$  وهو المطلوب

يمكن تحقيق هذه النظرية المهمة بواسطة آلة آتود بان يوقع بالتوالي ثقلان اضافيان مختلفان  
على ثقل كل واحد وتعين عجلة الحركة للحادثه من كل تجربه بملاحظه ان هذه العجلة تكون مساوية  
سقف المسافه المقطوعه في مدة الثانية الاولى من السقوط

لنعمل ذلك نأخذ ابتداء ثقلين كل منهما مساو الى  $q$  وثقلا آخر اضافيا  $q$  ونفرض ان العجلة المتحصلة  
هي  $q$  ثم نأخذ ايضا ثقلين كل منهما مساو الى  $q$  وثقلا آخر اضافيا  $q$  بحيث يكون  
 $q + q = q + q$

ونفرض ان العجلة الجديدة المتحصلة هي  $q$  (بملاحظة ان الثقل الكلي المستعمل في كلتا التجربتين هو  
أحد الثقلين  $q$ ،  $q$ ) وحيث ان القوتين  $q$ ،  $q$  حركتا على التوالي ثقلا كليا واحدا أى  
أنهما اثرتا على جسم واحد على التوالي فيكفى ان يتحقق من ان نسبة هاتين القوتين الى بعضهما  
كنسبة العجلتين لحادثتين منها ولذلك يلزم حساب المقدار الرقى لكل من هاتين النسبتين  $\frac{q}{q}$ ،  $\frac{q}{q}$   
والتأكد من تساوى الناتجين المصطلين

نظريا - النسبة بين القوى المؤثرة على جسم ما وبين العجلات التي تحدثها له ثابتة  
والبرهنة على ذلك يقال حيث أنه علم ما تقدم أن نسبة القوى الى بعضها كنسبة العجلات فيكون

$$\frac{q}{q} = \frac{q}{q} \text{ أو يكون } \frac{q}{q} = \frac{q}{q}$$

وإذا اثر على الجسم المفروض بقوة أخرى  $q$  فإنه يكون أيضا

$$\frac{q}{q} = \frac{q}{q} = \frac{q}{q}$$

ويفهم من ذلك ان القوى الواقعة على جسم واحد تناسب العجلات التي تحدثها له وهو المطلوب  
فإذا كانت إحدى هذه القوى هي ثقل الجسم فالعجلة تكون  $q$  ويحدث

$$\frac{v}{w} = \frac{t}{h} \text{ ومنها يحدث}$$

$$v = \frac{t}{h} w$$

المجسم

تعريف - مجسم الجسم هو النسبة الثابتة بين شدة القوة المؤثرة على الجسم المذكور وبين العجلة التي تحدثها له تلك القوة وهذه النسبة الثابتة للجسم الواحد والمتغيرة من جسم الى آخر لها أهمية عظيمة في علم الميكانيك

فاذا رمزنا بحرف م لجسم الجسم فنشاء على التعريف يكون

$$m = \frac{v}{w} \text{ ومنه يحدث}$$

$$v = m w$$

أعني ان القوة تساوي حاصل ضرب مجسم الجسم المؤثرة عليه في عجلة الحركة التي تحدثها له ومتى كانت القوة المفروضة هي ثقل الجسم فانه يكون

$$m = \frac{t}{h}$$

ولكن حيث ان ثقل الجسم مبين بالكيلوجرامات وعجلة التناقل مبينة بالامتار فلاجل إيجاد النسبة بين هذين العددين يلزم اعتبارهما مبهمين وحينئذ فيكون للجسم عددا مبهما كذلك

تنبيهان

الاول - مجسمات الاجسام تكون مناسبة لثقالتها في المحل الواحد من سطح الارض

$$\text{لأنه من المعادلة } m = \frac{t}{h} \text{ يحدث}$$

$$t = m h \text{ وبالمثل يكون}$$

$$t = m h \text{ ومنها يحدث}$$

$$\frac{t}{m} = h \text{ وهو المطلوب}$$

ويفهم من ذلك انه يمكن تقدير مجسمات الاجسام باثقالها وهذا ما يطابق تماما للفكر المتخذ من أجله مجسم الجسم

الثاني - مجسم الجسم لا يتغير مهما اختلفت الحالات التي يوجد فيها الجسم

لأنه اذا تغير التناقل فالتقل والعجلة يتغيران تبعاله بنسبة واحدة بموجب ما تقدم وعليه فالنسبة بينهما التي هي عبارة عن مجسم الجسم تكون ثابتة

وحدة المجسم - لأجل الحصول على وحدة المجسم نفرض ان  $m = 1$  في المعادلة

$$m = \frac{v}{w} \dots (1) \text{ فيكون}$$

$$1 = \frac{v}{w} \text{ ومنها يحدث}$$

$$v = w$$



أعني ان وحدة الجسم هي الجسم الذي ينشأ عنه ان كل قوة تؤثر على الجسم المذكور تكون مبينة بنفس العدد الدال على الجبهة التي تحدثها تلك القوة لذلك لجسم فاذا كانت القوة المؤثرة على الجسم هي ثقله فتؤول المعادلة

$$w = v \text{ الى}$$

$$w = h$$

وعلى ذلك يكون الثقل المنسوب لوحدة الجسم في محل ما مبينا بنفس العدد الدال على مقدار الجبهة  $h$  في المحل المذكور

ففي القاهرة الثقل المنسوب لوحدة الجسم وزن ٩.٧٩١٤ كيلوجرام وفي باريس وزن ٨.٠٨٨ كيلوجرام وفي لندن وزن ٨.٣ كيلوجرام

فاذا فرضنا في معادلة (١) ان  $w = ١$  و  $v = ١$  يكون  $m = ١$  وحينئذ يمكن ان يقال ان وحدة الجسم هي جسم الجسم الذي اذا اثرت عليه قوة قدرها كيلوجرام واحد حدثت له جبهة قدرها متر واحد

### في الارتباطات الواقعة بين القوى والجسمات والحجرات

نظرية - القوى الثابتة مناسبة لحاصل ضرب جسمات الأجسام في الحجرات التي تحدثها تلك القوى للأجسام المذكورة

أو بوجه الاختصار ان القوى الثابتة مناسبة لحاصل ضرب الجسمات في الحجرات لأنه اذا فرض ان  $w = ١$  و  $v = ١$  هما القوتان المؤثرتان على جسمين بجسمهما  $m$  و  $m'$  واحداثتهما  $h$  و  $h'$  فانه بموجب ما تقدم يكون

$$\frac{w}{v} = m, \quad \frac{w}{v} = m' \text{ و } w = ١, \quad v = ١ \text{ ومنها يحدث}$$

$$\frac{m}{m'} = \frac{h}{h'} \text{ وهو المطلوب}$$

وبواسطة هذه النسبة يمكن تقدير القوى بالحركات التي تحدثها للأجسام الواقعة عليها تلك القوى كمية التحرك - كمية التحرك التي يكتسبها جسم ما في لحظة معينة هي حاصل ضرب جسم الجسم المذكور في سرعة في اللحظة المفروضة

نظرية كمية التحرك - النسبة بين أي قوتين كالنسبة بين كمية التحرك الحادثتين منها في مدة الزمن عينها لأنه بناء على ما تقدم يكون

$$\frac{w}{v} = \frac{w'}{v'} \text{ و ب ضرب حدى نسبة الطرف الثاني في الزمن ن يحدث}$$

$$\frac{w}{v} = \frac{w'}{v'} \text{ و ب ضرب حدى نسبة الطرف الثاني في الزمن ن يحدث}$$

ولكن

ولكن حيث أن وزن عبادرة عن سرعتي المتحركين الخارجين من السكون في نهاية الزمن من بناء على ما تقدر فيكون

$$\frac{v}{c} = \frac{E}{E_0} \text{ وهو المطلوب } —$$

تنبيه - اذ جعل في المعادلة السابقة  $v = c$  يكون

$$1 = \frac{E}{E_0} \text{ ومنها يحدث}$$

$$\frac{E}{E_0} = \frac{c}{v}$$

أعني أن النسبة بين سرعتين الحادثتين من قوة واحدة لجسمين مختلفي الجسم كالنسبة العكسية بين جسمي الجسمين المذكورين

وبناء على هذه القاعدة يمكن إبطاء حركة المتحركين في آلة أتود كي يمكن أن ترصد بالسهولة قوانين سقوط الأجسام

ولهذه القاعدة أيضا تطبيق في رفس الأسلحة النارية أي في الدفع الذي تحدثه تلك الأسلحة إلى الخلف ولبيان ذلك يقال إن انتشار الغازات الناتجة من التهاب البارود يؤثر في آن واحد على المقذوف وعلى السلاح الناري وحيث أن الجسمين مختلفان اختلافا كبيرا عن بعضها فتكون سرعة الرجوع إلى الخلف أي الرفس صغيرة جدا بالنسبة لسرعة خروج المقذوف وعلى هذا فيلزم الاعتناء عند إطلاق بندقية بضغطها جيدا بالكف كي يزداد الجسم المتأثر بسرعة الرجوع

دفع القوة - يسمى دفع القوة حاصل ضرب تلك القوة في زمن تأثيرها

نظرية - دفع القوة الثابتة المؤثرة على جسم خارج من السكون يكون دائما مساويا لكمية الحركة التي يكتبها الجسم المذكور

لأنه بناء على ما تقدر يكون

$$v = c \text{ وبضرب الطرفين في زمن يحدث}$$

$$v \cdot t = c \cdot t \text{ وحيث أن } v = c \text{ فيكون}$$

$$v = c \text{ وهو المطلوب}$$

تنبيه - اذ جعل  $v = c$  في معادلة  $v = c$  يكون

$$c = c \text{ ومنها يحدث}$$

$$c = c$$

ويظهر من ذلك أنه لا بل ان تحرك القوة جسم ما يلزم أن تأثيرها يمتد مدّة من الزمن ولو صغيرة جدا اذ بدون ذلك لا توجد قوة آتية وعلى هذا اذا اطلقت رصاصة على لوح من الزجاج بالقرب منه فأنها ستقذف منه بدون أن تشعر بخلاف ما اذا اطلقت الرصاصة المذكورة على اللوح المذكور من بعد



كبير فأنها تكسر. وذلك لأنه في الحالة الأولى مدة تلاصق الرصاصة مع عناصر اللوح الزجاج صغيرة جداً وفي الثانية كبيرة

### تطبيقات

لأجل تكميم ما ذكرناه على القصور الذاتي وتطبيقاً على القواعد السابقة سنذكر بعض تعاريف بسيطة تخص بالقصور الذاتي المتبرقة وبالقوى المركزية الجاذبة والطاردة التي تطبيقاتها عديدة ومهمة فنقول

### قوة القصور الذاتي

من المعلوم أن القوة التي تحدث حركة نقطة مادية تبين بالارتباط الآتي وهو

$$F = m \cdot a$$

وهذا الارتباط الذي يمكن وضعه على الصورة الآتية وهي

$$F = -m \cdot a$$

يسمح بأن نعتبر  $m$  مقداراً مطلقاً للقوة مضادة للقوة  $F$  وهذه القوة الوهمية التي تتدن في كل لحظة مع القوة الحديثة لحركة النقطة المادية نسمى قوة القصور الذاتي لهذه النقطة ولأجل فهم قوة القصور الذاتي هذه نعتبر في آن واحد مع حركة النقطة المادية المذكورة الجملة المادية الناتجة عنها للثوة أو التأثير الواقع على تلك النقطة

ولتصور مثلاً جسماً مقبوضاً عليه باليد وصاد تحريك اليد المذكورة بدون ترك ذلك الجسم فيرى أن هذا الجسم يؤثر على اليد المذكورة الجاذبة له بحيث أنه متى قلت حركة اليد فالجسم بناءً على قاعدة القصور الذاتي يميل لاستمرار حركته فيدفع اليد إلى الأمام وإذا ازدادت حركة اليد المذكورة فإن الجسم بناءً على قاعدة القصور الذاتي كذلك يميل لأن يحفظ حركته ويحدث تقليل حركة اليد فور الفعل هذا الناشئ من الجسم على اليد في كل لحظة أو الذي يقاوم مجموعة حركاتها فتفت في الحوال مثل هذه ليسي قوة رد فعل النقطة المادية المذكورة

ولنا ملاحظ أن قوة رد الفعل هذه هي نفس القوة التي سمينها قوة القصور الذاتي حيث أن قوة رد الفعل المذكورة مساوية ومضادة للفعل أي للقوة الحديثة للحركة التي مقدارها المطلق هو

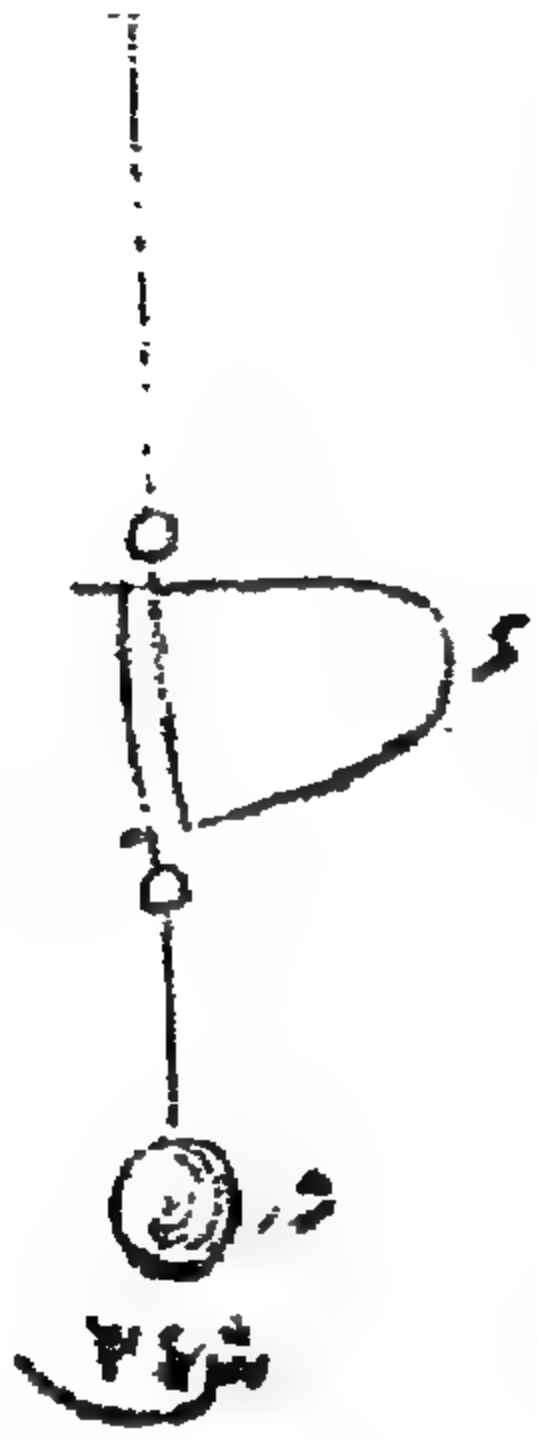
$$F = m \cdot a$$

وحينئذ يمكن أن يقال أن قوة القصور الذاتي لنقطة مادية عبارة عن رد الفعل الواقع من هذه النقطة على الجملة المادية التي تحجبها على اتباع حركة معينة

وهذه القوة التي يظهر وجودها بالنسبة للحالة التي توجد فيها ارتباطات مادية يمكن اعتبار وجودها كذلك بالنسبة للنقطة التي يؤثر بعضها على بعض ولولم يشاهد أدنى واسطة بينها

وحيث أن قوة القصور الذاتي لنقطة مادية لا تؤثر على نفس النقطة المذكورة بل على الجملة المادية المرتبطة

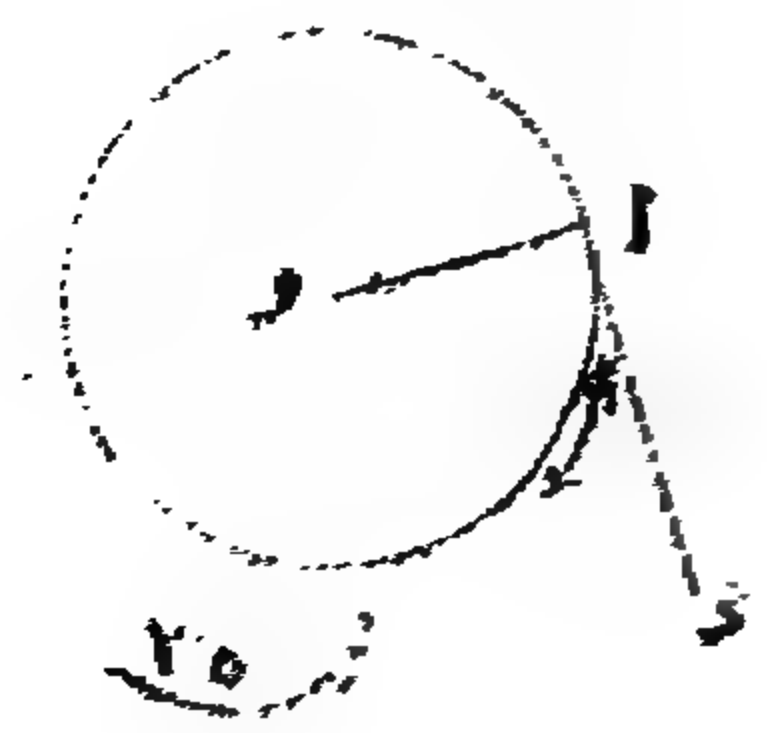
المرتبطة بهذه النقطة التي تجبرها لأن تتبع حركة معينة فينبع من ذلك أنه متى اعتبرت النقطة المادية والقوة المؤثرة عليها فقط بدون نسبة القوة المذكورة إلى الجحلة الناشئة عنها تلك القوة فإن قوة القصور الذاتي للنقطة المادية المذكورة تكون وهمية محضاً كما سبق ذكر ذلك ويمكن مشاهدة قوة القصور الذاتي بقياسها بالدينامومتر وهما كجربة مهمة لهذه الغاية نذكرها فقولنا —



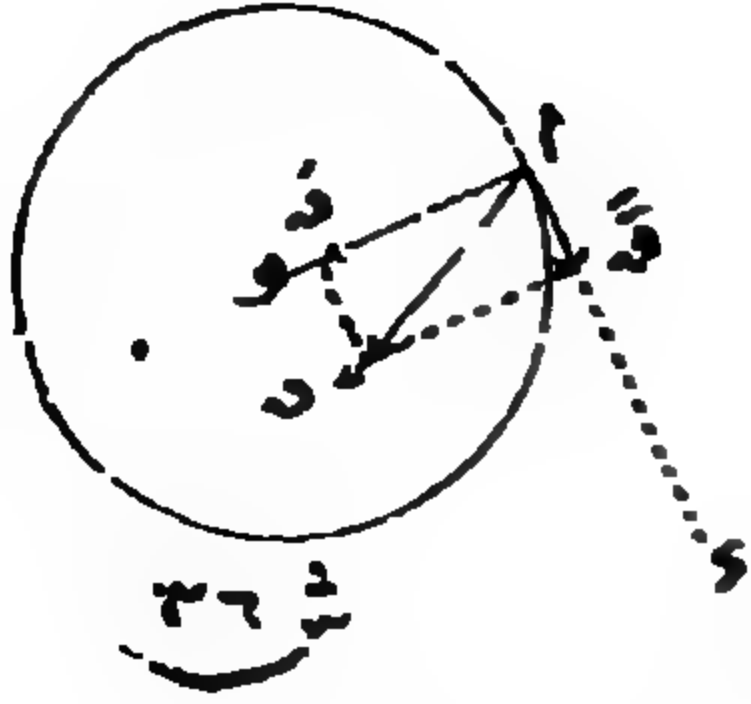
إذا علق جسم  $\phi$  في دينامومتر  $\psi$  المسوك باليد شكل  $\psi$  فيرى أنه عند ما يكون الجسم ساكناً بين الدينامومتر ثقله ولكن بمجرد رفع الآلة ينشئ الزنباك كثيراً كلما كان الصعود بسرعة. حينئذ نلاحظ وجود قوة مضافة إلى الجسم ناشئة من نفس الجسم المذكور لأنها واقعة على الفرع الأعلى للدينامومتر وهي مساوية بالضبط للقوة الجديدة التي تحدثها اليد عند رفع المجموعة (يقطع النظر عن ثقل الدينامومتر) ولكن إذا صارت الحركة منتظمة يرى أن شعبة الدينامومتر ترجع إلى الوضع التي كانت فيه عندما كان الجسم ساكناً ولا يوجد حينئذ قوة قصور ذاتي في الحركة المنتظمة.

وإذا كانت حركة الصعود منتظمة الجحلة فزيادة الانثناء تبقى ثابتة لأنه حيث كانت القوة المحركة ثابتة فتكون قوة القصور الذاتي المساوية والمضادة لها ثابتة كذلك ويفهم من التجربة السابقة أن التشاغل يؤثر على الجسم في حالة الحركة كما يؤثر عليه في حالة السكون فإذا حركت عربة مثلاً موضوعاً على طريق أفقي أملس حركة عجيبة بسحبها بواسطة حبل فإنه يمكن التحقق مما برصد الحبل وأما بالدينامومتر من انشدة الحبل المذكور في هذه الحالة أكد منها في الحركة المنتظمة وزيادة الشدة هذه يقدر بها قوة القصور الذاتي للعربة وتلك القوة ناشئة من العربة المذكورة ولكنها مؤثرة بواسطة الحبل السابق ذكره على المحرك الذي يجذب تلك العربة في القوة الطاردة المركزية.

الحركة الدائرية — القوة الجاذبة المركزية — إذا فرضت نقطة مادية ١ متحركة بانتظام على محيط دائرة مركزه  $\phi$  يقال أنه إذا كانت هذه النقطة ليست متأثرة إلا بالسرعة الابتدائية فقط فإنها تتحرك على خط مستقيم في اتجاه الجزء المستقيم ٢ أعني في اتجاه المماس  $\alpha$  بموجب ما تقدّم ولكن حيث أن المحرك يتحرك على محيط الدائرة المذكورة فينبغي أن يكون متأثراً بقوة وحيث كانت الحركة منتظمة فيلزم أن تكون هذه القوة متجهة نحو المركز لأنه إذا فرض أن تلك القوة متجهة في اتجاه حيثما اتفق مثل  $\alpha$  شكل ٣٦ فيمكن تحليلها إلى قوتين أحدهما  $\phi$  عمودية على اتجاه المحرك ولا يمكن أن تغد سرعة والاخرى  $\psi$  على اتجاه المماس في نقطة  $\alpha$  وهذه







القوة تغير سرعة المتحرك وعلى هذا فلا تكون الحركة منتظمة وحينئذ  
فالجسم الذي يسير بانتظام على محيط دائرة يكون متأثراً بقوة موجهة  
دائماً نحو المركز.

وهذه القوة تسمى بالقوة الجاذبة المركزية نسبة لاتجاهها

القوة الطاردة المركزية - كما ان الفعل له رد فعل مساو ومضاد له كذلك القوة الجاذبة المركزية التي  
تجعل المتحرك يتحرك على محيط الدائرة بانتظام لها رد فعل في جهة مضادة ومؤثر على الجبهة الناشئ عنها القوة  
الجاذبة المركزية وليس هو الاحالة خصوصية من قوة القصور الذاتي  
وعلى هذا فتكون القوة الطاردة المركزية عبارة عن رد الفعل الحادث من الجسم على الجبهة المادية التي تجبره  
لان يسير على محيط دائرة بحركة منتظمة

وحيث ان القوة الطاردة المركزية ناشئة عن القوة الجاذبة المركزية فتكون هاتان القوتان متوازيتين  
اعني انه بمجرد انقطاع تأثير القوة الجاذبة المركزية ينقطع في الحال تأثير القوة الطاردة المركزية ولكن  
يجب ملاحظة ان هاتين القوتين لا يقعان قط مباشرة على نفس النقطة المادية  
ولربما يتوهم انه يفهم من لفظة طاردة مركزية ان القوة الطاردة المركزية تبعد المتحرك عن المركز فهذا  
خطأ محض حيث ان القوة المذكورة ليست واقعة على المتحرك مباشرة

ففي المقلع مثلاً الحذب الواقع من اليد على الحجر لأجل حفظه على محيط دائرة هو القوة الجاذبة المركزية  
وهي واقعة على الحجر المذكور بواسطة الجبل ولكن في هذه الحالة تكون اليد مجذوبة في آن واحد  
بالقوة الطاردة المركزية الناشئة عن ذلك الحجر وواقعة على اليد بواسطة الجبل وهاتان القوتان  
تتخذان أيضاً للجبل شداً ويمكننا قطعه حينئذ اذا انقطع الجبل بتأثير الشد المذكور اوصار قطعه  
فان تأثير القوة الجاذبة المركزية ينعدم وتنعدم في الحال القوة الطاردة المركزية ويبقى الحجر متأثراً  
بسرعة المكتسبة وينقذف حينئذ على اتجاه المماس لمحيط الدائرة الدائر عليه

تنبيه - اذا سار المتحرك على منحنى خلاف قوس الدائرة فالنتائج التي تحصل تكون مشابهة لما تقدم  
اعني ان القوتين الجاذبة المركزية والطاردة المركزية تكونان دائماً عموديتين على المنحنى المقطوع  
واذا كانت القوة التي تؤثر على المتحرك ليست متجهة في اتجاه العمودى للمنحنى فتقل كما تقدم الى قوتين  
احدها عمودية على المنحنى وهي القوة الجاذبة المركزية والاخرى مماسة وهي التي تغير سرعة المتحرك  
وتكون حينئذ حركة متغيرة وهذا حاصل في الكواكب حيث انها تسير على قطاعات ناقصية بتأثير قوة  
تمر دائماً بأحدى البورتين

تقدير القوة الطاردة المركزية - لأجل الحصول على مقدار القوة الطاردة المركزية نبحث عن مقدار  
القوة الجاذبة المركزية المساوية لها فنقول

اذا فرض ان المتحرك  $\alpha$  سائر بانتظام على محيط دائرة مركزه  $o$  شكل ٣٧ بسرعة قدرها  $c$  وانه قطع  
القوس

القوس  $ab$  في مدة زمنية صغيرة جدا  $\Delta t$  فإنه يكون

$$\text{قوس } ab = \Delta t$$

ولكن حيث أن المسافة  $ab$  يمكن اعتبارها محصلة مسافتين مركبتين متجهتين أحدهما  $a$  على اتجاه المماس والأخرى  $\Delta$  على اتجاه نصف القطر فالمسافة  $\Delta$  تكون ناشئة عن القوة المركزية الجاذبة ولأجل معرفة مقدار المسافة المذكورة يقال أنه من المثلث  $ab\Delta$  القائم الزاوية يحدث

$$\frac{\Delta}{\Delta t} = a$$

وفي هذه المعادلة  $a$  رمز لنصف قطر محيط الدائرة المفروضة وحيث أن القوس  $ab$  صغير جدا فيمكن اعتبار طول القوس المذكور مساويا لوتره وحينئذ نضع في المعادلة المذكورة  $\Delta t$  عوضا عن

$ab$  فتؤول إلى

$$a = \frac{\Delta}{\Delta t}$$

ويفهم من ذلك أن للمسافة  $\Delta$  قطعت بمركبة منتظمة الجلبة مقدار عجلتها  $\frac{\Delta}{\Delta t}$  فإذا رمزنا لهذه الجلبة بحرف  $w$  ويكون

$$w = \frac{\Delta}{\Delta t}$$

وإذا رمزنا بحرف  $w$  لشدة القوة الجاذبة المركزية وبحرف  $m$  لجسم المتحرك يكون

$$w = m \cdot w$$

$$w = \frac{\Delta}{\Delta t}$$

أعني أن شدة القوة الطاردة المركزية مناسبة طرد الجسم المتحرك وللمربع السرعة وعكس النصف القطر

### تنبهات

الأول - من القانون  $w = \frac{\Delta}{\Delta t}$  يتضح أن القوة الطاردة المركزية تنعدم إذا كان  $\Delta = 0$  أو

$w = \infty$  أعني إذا كان الجسم ساكنا أو كان متحركا على خط مستقيم

الثاني - حيث أنه يبين عادة مقدار القوة الطاردة المركزية بدلالة السرعة الزاوية للمتحرك فإذا

رمزنا للسرعة الزاوية المذكورة بحرف  $c$  يكون

$$c = \frac{\Delta}{\Delta t} \quad \text{ومنه يحدث}$$

$$c = \frac{\Delta}{\Delta t}$$

فإذا وضع في القانون السابق عوضا عن  $\Delta$  مقدارها يحدث

$$w = m \cdot c^2$$

الثالث - حيث أنه يمكن أيضا بيان مقدار القوة الطاردة المركزية بدلالة عدد الدورات التي يصنعها



المترك في الثانية الواحدة فاذا رمزنا له بحرف  $\phi$  يكون

$\epsilon = \phi$  ط لوه  $\phi$  وعليه يكون

$\phi = \epsilon$  ط م لوه  $\phi$

تطبيقات - يتنفع بالقوة الطاردة المركزية في مراوح آلات الغزيلة وفي الطلبات الدورانية وخلافها  
ففي الآلات التي تسمى بالمجففات يتنفع أيضا بالقوة الطاردة المركزية لتجفيف الأجسام المبتلة وذلك  
بأن توضع تلك الأجسام في أسطوانة جدرانها مثقوبة ثقوباً كثيرة جداً ثم تحرك تلك الأسطوانة  
حركة دورانية سريعة جداً بحيث نقل تلك الحركة إلى ١٥٠٠ دورة في الدقيقة الواحدة وحينئذ إذا فرض  
عنصر ما في مثل م شكل ٣٨ موجود على السطح الداخلي للأسطوانة فإنه  
بسبب أن السطح المذكور يجبر ذلك العنصر على أن يتحرك حركة مستديرة  
فيحدد التأثير أو القوة الجاذبة به الواقعة على العنصر السالف ذكره  
وهذا العنصر يؤثر على ذلك السطح برافعة مساوية إلى  $\phi$  هو القوة  
الطاردة المركزية



فمن وجد أحد العناصر أمام أحد الثقوب في الوضع م فإن كلتا  
القوتين تنعكس والعنصر المذكور المشترك في السرعة مع الأسطوانة أثناء الدوران ينقذف  
إلى الخارج على اتجاه المماس

ونمثل ذلك يحصل بالنسبة للعناصر المائية الموجودة داخل الجسم المبتل حيث أن الثقوب فيه هي الماس  
وحيث أن الماء يأت منه بالتدريج إلى الجدران ومنه ينقذف إلى الخارج  
وقد تستعمل في فابريكات السكر آلات مشابهة للمجففات تسمى توربينات لأجل تخليص السكر الخام من  
العسل الأسود الملوث له

والسبب في ميل العربات السائرة بسرعة على قضبان انصاف أقطارها صغيرة إلى الانقلاب هو تأثير  
مشابه لما نتقده ولذا فإنه في السكك الحديدية لا يسمح على وجه العموم إلا بالمغنيات التي انصاف أقطارها  
تتجاوز ٢٠٠ متر وزيادة على ذلك فإنه يصدر تعلية القضيب الخارج عن الداخل بمقدار يكون  
كبيرا كلما كان نصف القطر صغيرا والسرعة كبيرة

وليتبين أن السبب في حفظ الكواكب على مداراتها هو القوة الجاذبة المركزية وتعتبر أنها ناشئة من  
جذب الشمس للكواكب وأن القوة الطاردة المركزية المساوية لها ناشئة من الكوكب لكنها واقعة  
على الشمس وتعتبر الجذب الواقع من الكوكب على الشمس

وقد ينب إلى القوة الطاردة المركزية التقص الحاصل لثقل الأجسام على سطح الأرض بمجرد  
قربها من خط الاستواء وينب إليها أيضا الانتفاخ الحاصل للكرة الأرضية في خط الاستواء  
ويجب التمييز بكل اعتناء بين التأثيرات المنسوبة للقوة الطاردة المركزية وبين الحركات المنسوبة للقصور  
الذاتي

الذائق ففي المقالوع السابق ذكره مثله اشتداد الحمل ناشئ عن القوتين الطاردة المركزية والجاذبة المركزية لكن متى خرج الحجر فأن القوتين المذكورتين تنعقدان في آن واحد والحجر المذكور ينغذف في الفراغ على اتجاه المماس بناء على سرعته المكتسبة أثناء الدوران وبمثل ذلك فأن الوحل الملتصق في عجل العربات ينغذف على اتجاه المماس ويسقط على الأرض بعد أن يرسم قطعاً مكافئاً بناء على ما تقدم

## شغل القوى

### في تعريف وتقدير الشغل

التأثير المفيد الناشئ من جهد عامل ما أعني شغله حسب المتعارف لا يقدر فقط بالجهد بل أيضاً بالطريق الذي حصل على طول الجهد المذكور فحينئذ الرجل الذي يرفع ثقلاً قدره خمسون كيلوجراماً لارتفاع متر واحد يحدث شغله ضعف الشغل الناتج من رفع خمسة وعشرين كيلوجراماً إلى الارتفاع المذكور وبالمثل الصانع الذي يرفع خمسين كيلوجراماً إلى ارتفاع مترين يحدث شغله ضعف شغل من يرفع خمسين كيلوجراماً إلى ارتفاع متر واحد ولكن إذا تغير كل من الثقل و الارتفاع ه بنسبة عكسية بحيث أن حاصل ضربهما يبقى ثابتاً فالشغل يصرف دائماً جهداً واحداً وحينئذ فالحاصل ه يمكن أن يستعمل لتقدير شغله وبهذه الطريقة قد توصل إلى التعريف الرياضي لشغل القوى

### شغل قوة ثابتة

شغل قوة ثابتة نقطة تأثيرها تتحرك على اتجاه القوة - تعريف - شغل قوة ثابتة نقطة تأثيرها تتحرك على اتجاه القوة هو حاصل ضرب شدة تلك القوة في طول المسافة المقطوعة وقد يرمز عادة لشغل القوة ه بالرمز ش ه وحينئذ إذا رمز بحرف ه للمسافة ١٤ شكل ٣٩ المقطوعة بنقطة تأثير القوة ه فبناء على التعريف المتقدم يكون

$$\text{ش ه} = \text{ه} \times \text{ه}$$

وحدات الشغل - الكيلوجرام متر - الحصان البخاري - قد يقارن بشغل التناقل شغل جميع القوى الأخرى والوحدة المختارة هي الكيلوجرام متر وهو عبارة عن الشغل اللازم لرفع ثقل قدره كيلوجرام واحد إلى ارتفاع متر واحد وهو لا يتعلق بالزمن حيث أن الشغل الناتج لا يتغير مهما كان الزمن المستعمل لذلك ولكن في الآلات نظر الكونها تمتاز عن بعضها بالشغل الذي تحدثه في زمن معين فقد اتخذ لها وحدة أخرى مرتبطة بالزمن هي الحصان البخاري وهو عبارة عن الشغل الذي قدره ٧٥ كيلوجرام متر الحاصل في ثانية واحدة

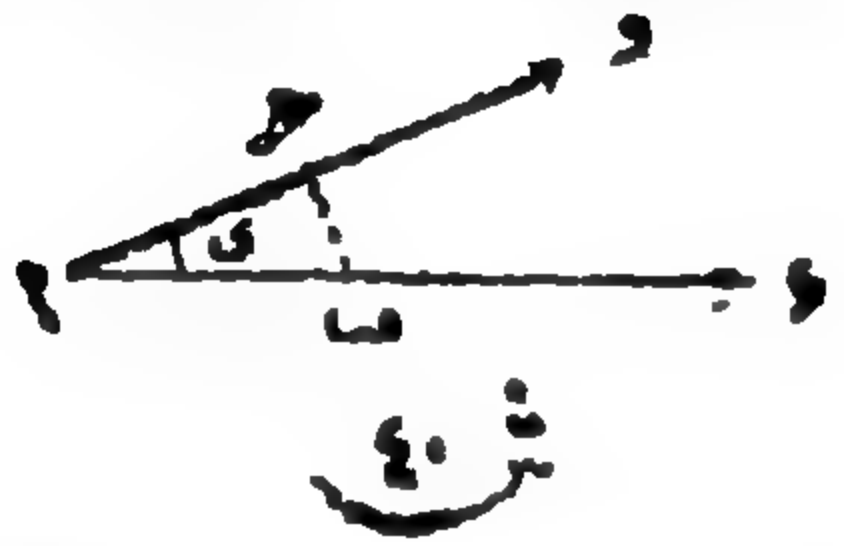
وهذا الشغل أكثر من شغل الحصان المعتاد حيث أنه ظهر من التجربة أنه يستعمل الحصان المعتاد ثمان



ساعة في اليوم الواحد يحدث شغلا قدره ٤٨ كيلوجرام متر في الثانية أو ١١٨٠٨٠٠ كيلوجرام متر في اليوم ولكن شغل ٧٥ كيلوجرام متر في الثانية الواحد ينشأ عنه مدة ٢٤ ساعة شغل قدره ٦٤٨٠٠٠٠ كيلوجرام متر في الثانية الآلة التي قوتها حصان بخاري واحد يمكنها ان تؤدي شغلا أكثر من شغل خمسة خيول معتاده تتناوب مع بعضها في العمل بحيث ان كلا منها يشتغل ثمان ساعات كل اربعة وعشرين ساعة

الشغل المحرك - الشغل المقاوم - الشغل المحرك هو الشغل الناتج من قوة مؤثرة في جهة الحركة وهذه القوة يقال لها قوة محركة أو قوة فقط والشغل المقاوم هو الشغل الناتج من قوة مؤثرة في جهة معنادة لحركة المتحرك وهذه القوة تسمى بالمقاومة فمثلا اذا رفع جسم فالشغل الناتج هو شغل محرك والشغل الذي يحدثه الشاغل على الجسم المذكور هو شغل مقاوم

شغل قوة ثابتة نقطة تأثيرها تتحرك على خط مستقيم في اتجاه مغاير لاتجاه القوة المذكورة - تعريف - يسمى شغل قوة ثابتة نقطة تأثيرها تتحرك على خط مستقيم في اتجاه مغاير لاتجاه القوة المذكورة حاصل ضرب تلك القوة في المسافة المقطوعة فيجب تمام الزاوية الواقعة بين اتجاه القوة والمسافة المقطوعة



فاذا فرض ان  $\alpha$  قوة ثابتة مقدارها واتجاهها مؤثرة في نقطة  $\alpha$  التي تتحرك على اتجاه  $\alpha$  الصانع مع اتجاه القوة المذكورة  $\alpha$  زاوية قدرها  $\gamma$  شكله وفرض ان  $\alpha = \beta$  هو هي المسافة المقطوعة فبناء على التعريف المتقدم يكون

ش  $\gamma = \beta \times \alpha$  حاي ..... (١)

تبسيطاً

الأول - هذا القانون يمكن كتابته والنطق به بطريقتين مختلفتين وهما

الأول ش  $\gamma = \beta \times \alpha$  حاي ..... (٢)

أعني ان الشغل يساوي حاصل ضرب المسافة في مسقط المسافة على اتجاه القوة

الثانية ش  $\gamma = \beta \times \alpha$  حاي ..... (٣)

أعني ان الشغل يساوي حاصل ضرب المسافة في مسقط القوة على اتجاه المسافة

الثاني - التعريف الثاني للشغل لم يكن الا تعميماً للتعريف الأول وبيان ذلك يقال

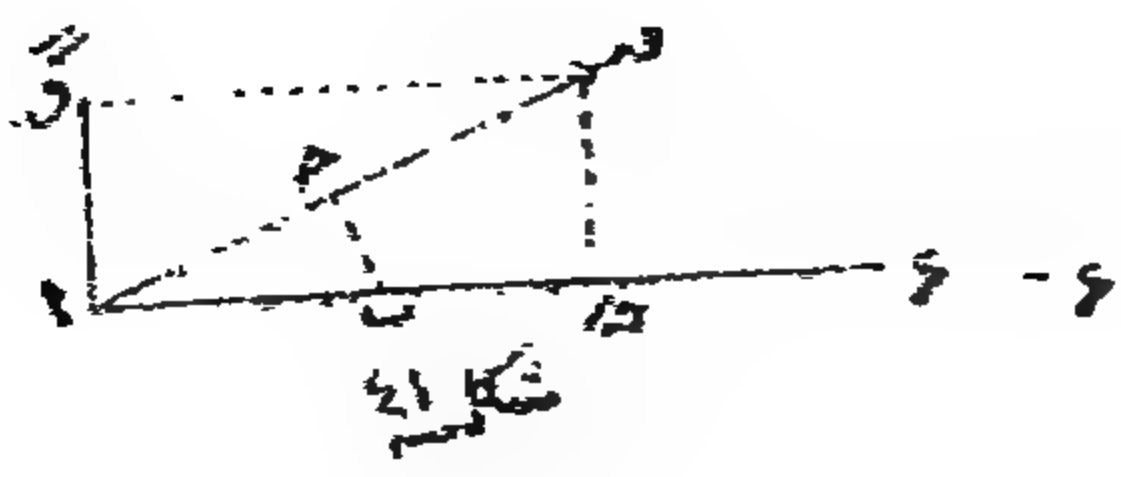
أولا ان التعريف الثاني يحتوي على الأول لأنه اذا كانت  $\gamma = 90^\circ$  يكون حاي  $\alpha = 1$  ويؤول قانون

(١) الى ش  $\gamma = \beta$  حاي

ثانياً يمكن حصر التعريفين السابقين في منطوق واحد لأنه يكفي ان يعتبر في قانون (٢) ان مسقط المسافة على اتجاه القوة أعني  $\alpha$  عبارة عن المسافة مقدرة على اتجاه القوة وحينئذ فيكون شغل قوة ثابتة بالنسبة لانتقال مستقيم حيثما اتفق يساوي حاصل ضرب القوة في المسافة مقدرة على اتجاه القوة

ثالثاً

ثالثا يمكن استنتاج التعريف الثاني من الأول باعتبار أن مستجبة من فكرة تأثير القوى وذلك لأن القوة المائلة قد يمكن تحليلها إلى قوتين أحدهما قد شكلها عمودية على



المسافة المقطوعة اب وتلك القوة لا تحدث ادنى تأثير على انتقال نقطة ا  
وحينئذ فلا ينشأ عنها شغل والأخرى قد موجهة في اتجاه اب وهي التي  
ينسب لها الشغل المفروض فقط وحينئذ يكون

$$ش د = ش ق$$

وبناء على التعريف الأول يكون

$$ش د = ق د \times اب = د ح اى \times هـ$$

وهو عين قانون (٣) السابق.

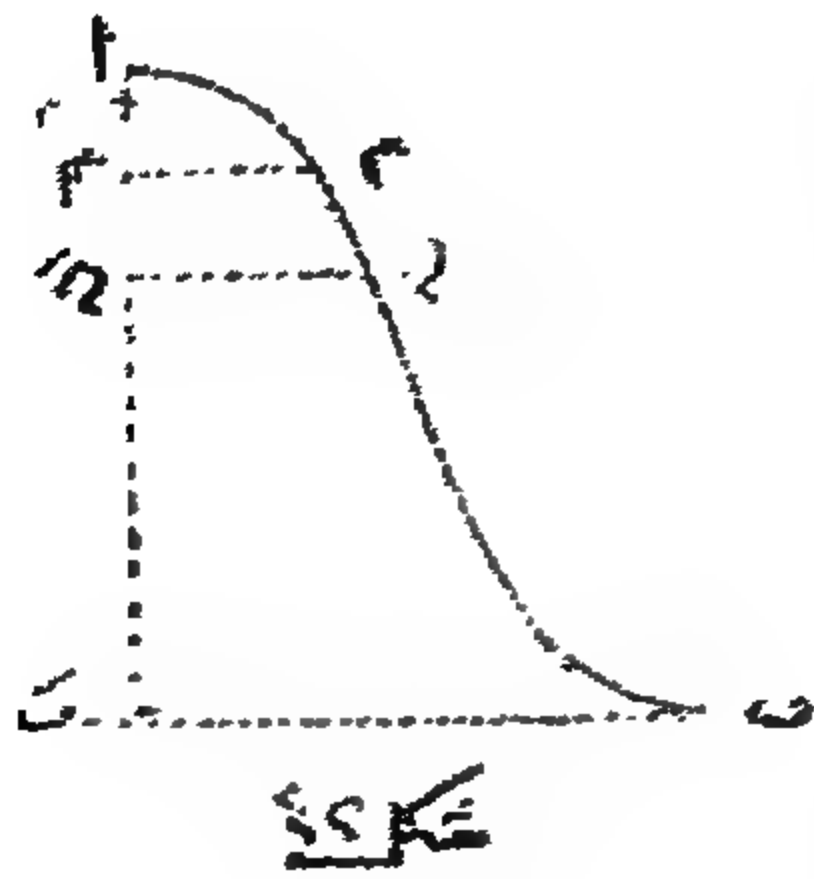
مناقشة القانون ش د = د ح اى - اذا كان ح اى موجبا فالشغل موجب أيضا ويكون هو الشغل المحرك واذا كان ح اى سالبا فالشغل سالبا أيضا ويكون هو الشغل المقاوم وحيث أن حاصل الضرب د ح اى ينعدم اذا كان احد مضاربيه مساويا للصفر فلا يتأتى ذلك حينئذ إلا في ثلاث حالات

الأولى - متى كانت د = ٠. أعني انه اذا لم توجد قوة فلا يوجد شغل كالجسم المتحرك بسرعة المكتبة مثل كرة تتدحرج على مستوى أفقى بسرعة ثابتة

الثانية - متى كانت هـ = ٠. أعني ان الجسم لم يتقل من محله ككتلة من الماء محصورة في حوض منغذ مغلق

الثالثة - متى كان ح اى = ٠. أعني متى كان ي = ٩٠ أى أن اتجاه القوة عمودى على اتجاه المسافة المقطوعة كالهواء الذى يؤثر بالتعامد على الطريق الذى تتبعه عربة من عربات السكة الحديد

شغل التناقل على نقطة مادية - من بعد ملاحظة أن التناقل ثابت متى كانت المسافة التى يقطعها الجسم المساقط صغيرة بالنسبة لنصف قطر الكرة الأرضية اذا فرضت نقطة مادية ثقيلة أعني جسمنا آل الى مركز ثقله فإنه مهما كانت المسافة المقطوعة يكون شغل التناقل مساويا لحاصل ضرب ثقل الجسم المذكور في الانتقال الرأسى لمركز ثقله



لأنه اذا فرض جزء صغير جدا م د من المنحنى اب شكلها بحيث يمكن اعتباره خطا مستقيما فإن مقدار الشغل الحاصل عند ما يقطع مركز ثقل الجسم المذكور الجزء الصغير م د السابق ذكره بناء على ما تقدم يكون

$$ش د \times م د$$

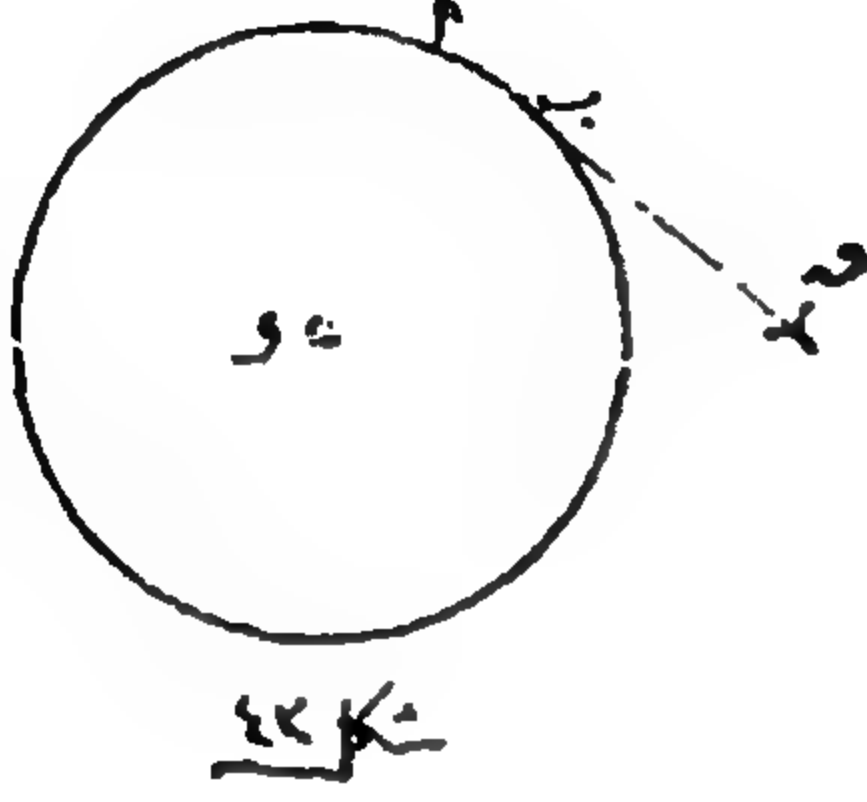
الذى فيه د رمز لثقل الجسم م د مسقط المسافة م د على اتجاه القوة التى هى رأسية



وبمثل ذلك يكون بالنسبة لجميع أجزاء المسافة المقطوعة وحينئذ يجمع الأشغال الجزئية المحصلة  
الوجوهها يحدث

$$\text{ش} = \text{و} \times \text{ا} \quad \text{ش} = \text{و} \times \text{ا}$$

شغل قوة ثابتة الشدة مؤثرة بالتماس على محيط دائرة عجلة - إذا فرض أن قوس  $\text{ا ب}$  شكل ٤٣ صغير  
جدا بحيث يتحد مع التماس  $\text{ا ه}$  فإن شغل القوة  $\text{و}$  عند ما يقطع المتحرك  
المسافة الجزئية المذكورة يكون  $\text{و} \times \text{ا ب}$  حيث أن المسافة المقطوعة  
على اتجاه القوة وبمثل ذلك يحدث بالنسبة لكل من الأشغال الجزئية  
و حينئذ يكون الشغل الكلي لدورة كاملة مساويا لحاصل ضرب القوة  $\text{و}$   
في مجموع الأجزاء المستقيمة أي في طول محيط الدائرة و المقطوع أعني أن



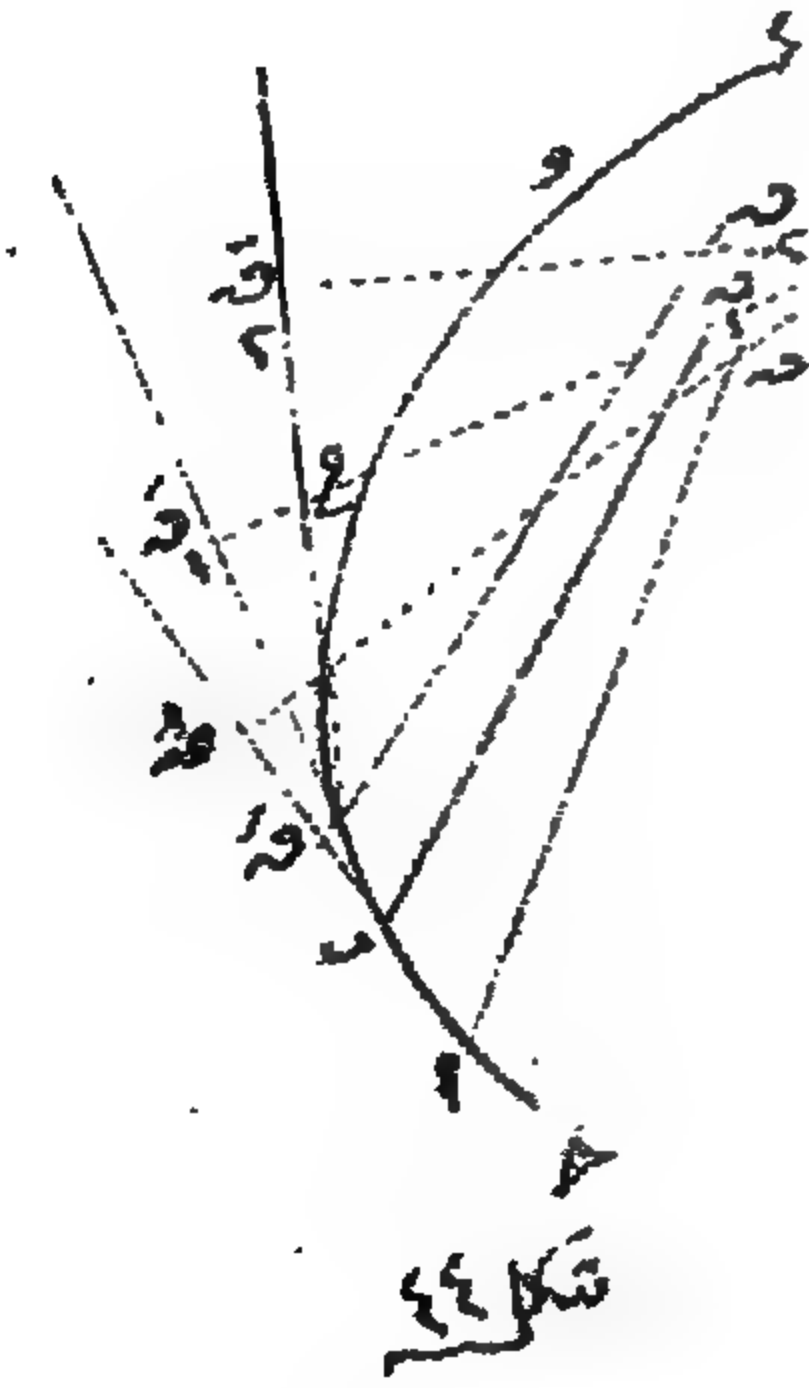
$$\text{ش} = \text{و} \times \text{ط} \quad \text{ش} = \text{و} \times \text{ط}$$

تنبيه - إذا كان المتحرك يقطع بخنياحيثا اتفق بحيث أن القوة المؤثرة عليه تبقى مماسية له دائما ومرتزا  
لطول القوس المقطوع بالزمر ل يكون

$$\text{ش} = \text{و} \times \text{ل}$$

شغل قوة متغيرة

شغل جزئي - شغل كلي - إذا فرضت قوة متغيرة  $\text{و}$  مؤثرة على نقطة مادية تتحرك على خط سيرحيثا اتفق  
ح د شكل ٤٤ وفرض أن  $\text{ا ب}$  المسافة المقطوعة فإنه يمكن اعتبار القوة المتغيرة  
 $\text{و}$  ثابتة مقدارا واتجاها أثناء قطع نقطة تأثيرها الجزء الصغير  $\text{ا ب}$   
المعتبر خطا مستقيما طوله  $\text{ه}$  مساويا لطول وتره وحينئذ إذا فرض بالعرض  
قوة  $\text{ا ه}$  للثقل  $\text{و}$  على اتجاه الوتر  $\text{ا ب}$  فإن مقدار الشغل الجزئي  
لهذه القوة بناء على ما تقدر يكون



$$\text{ق} \times \text{ه}$$

وبالمثل بالنسبة للأجزاء المتتالية تكون الأشغال الجزئية مبينة بالمقادير  
المشابهة للمقدار السابق ومجموعها يكون

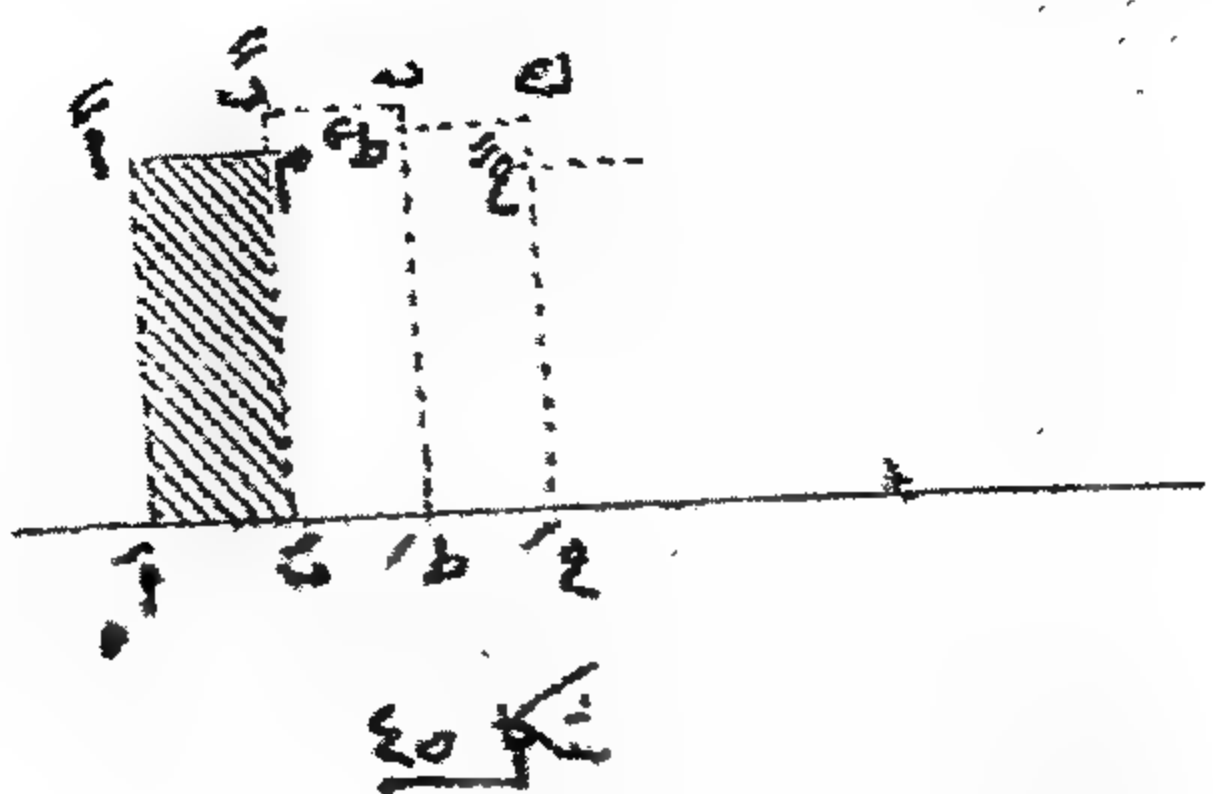
$$\text{ق} \times \text{ه} + \text{ق} \times \text{ه} + \text{ق} \times \text{ه} + \dots$$

و حينئذ فالشغل الكلي للقوة يكون هو النهاية التي يميل إليها مجموع الأشغال الجزئية المذكورة حينما  
تميل المسافات الجزئية  $\text{ه} ، \text{ه} ، \text{ه} ، \dots$  نحو الصفر

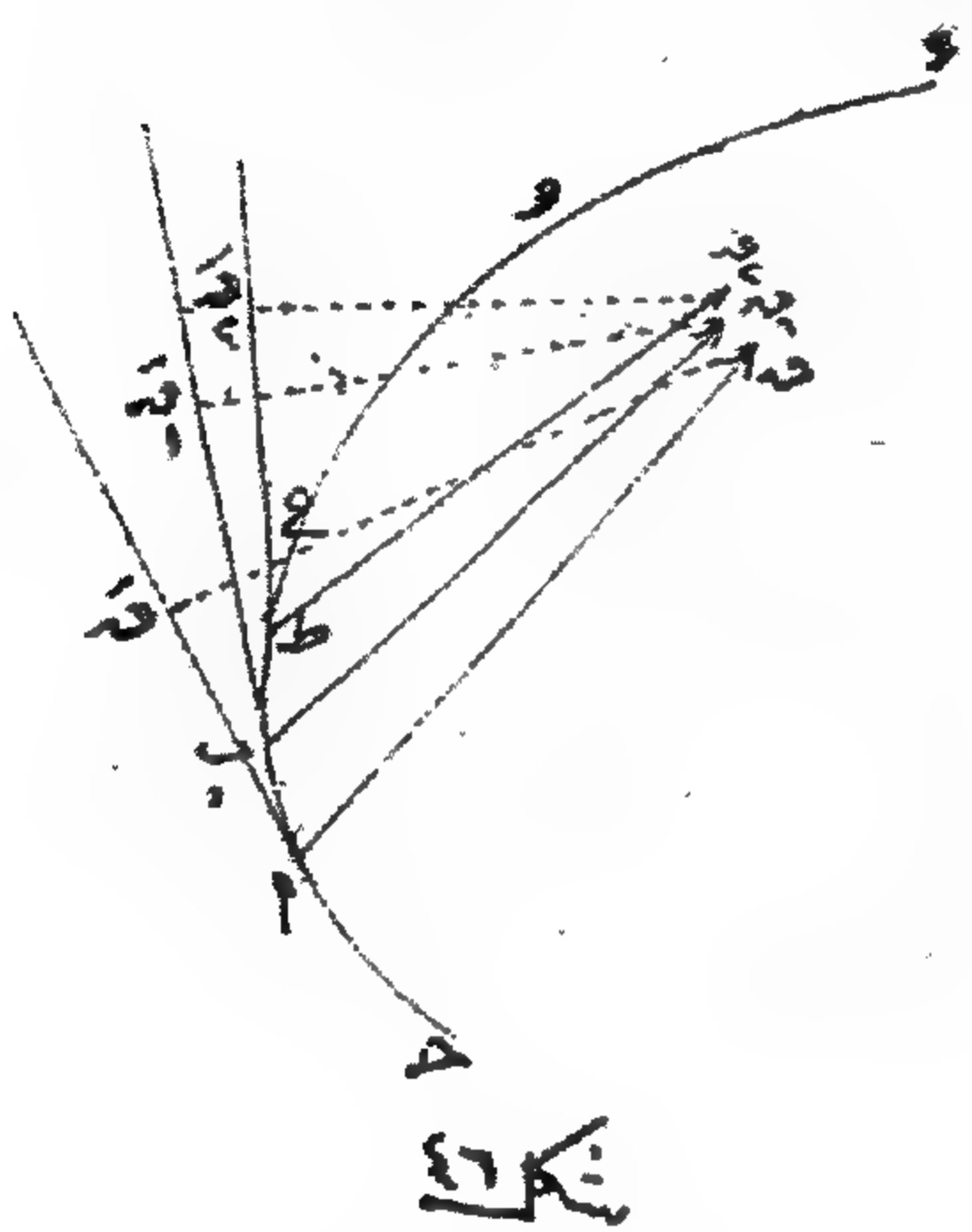
فإذا علمت الارتباطات الدالة على تغيرات القوة وشكل خط السير يمكن تعيين مقدار الشغل الكلي كميّا  
محدودة لكن حيث أن معلومية تلك الارتباطات ليست من حدود هذا العلم الابتدائي فيكتفى بالطريقة  
الرسمية الآتية

الطريقة

الطريقة الرسمية لتقدير شغل قوة متغيرة - هذه الطريقة هي ان تقسم المسافة المقطوعة الى اجزاء صغيرة جداً بحيث يمكن اعتبار كل منها مستقيماً في الظاهر وأن القوة ثابتة عند ما يقطع الحرك كل جزء من تلك الاجزاء.



سَاطِطٌ ، طَحٌّ ..... شكل ٤٥ المساوية الى المسافات الجزئية  
المستقيمة ا ب ، ساطِطٌ ، طَحٌّ ..... شكل ٤٦ المتكون منها خط  
السير المفروض وتؤخذ بصفة احد اثبات رأسية على الأعمدة  
المقامة من نقط آ ا ب ، ط ح ، ح ..... الأطوال أ ب ، ب ح ، ح ط .....

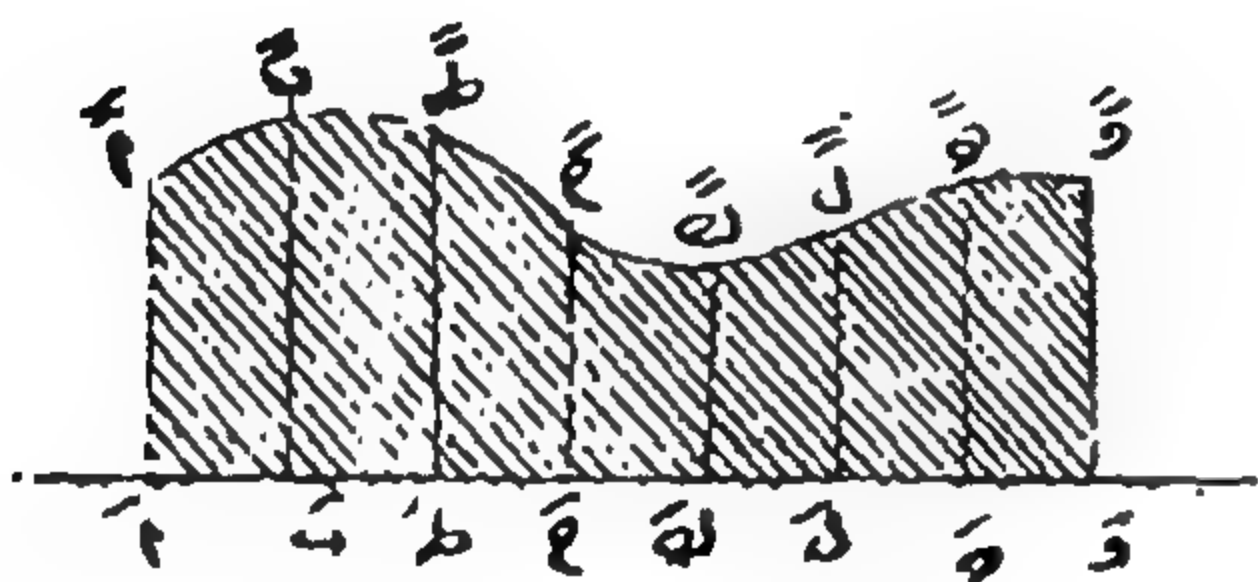


المساوية الى المساقط  $\alpha, \beta, \gamma, \delta, \epsilon, \zeta, \eta, \theta, \iota, \kappa, \lambda, \mu, \nu, \xi, \omicron, \pi, \rho, \sigma, \tau, \upsilon, \phi, \chi, \psi, \omega$  ، ط  $\phi$  ، ط  $\psi$  ، ... للقوة المفروضة على الاتجاهات المختلفة لتلك المسافات الجزئية فالشغل الجزئي  $\phi$  هو المنسوب للانتقال  $\alpha$  يكون حينئذ مبينا بالمستطيل  $\alpha \mu$  ، وبمثل ذلك يكون بالنسبة لباقي الاشغال الجزئية المنسوبة لباقي الانتقالات الأخرى عليه فيكون مجموع الاشغال الجزئية عبارة عن مجموع المستطيلات  $\alpha \mu + \beta \nu + \gamma \zeta + \delta \eta + \epsilon \theta + \zeta \iota + \eta \kappa + \theta \lambda + \iota \mu + \kappa \nu + \lambda \xi + \mu \omicron + \nu \pi + \xi \rho + \omicron \sigma + \pi \tau + \rho \upsilon + \sigma \phi + \tau \chi + \upsilon \psi + \phi \omega$  .

الذی یکتفی بتعیین مقدارہ اذا ارید الحصول علی تقریب غیر دقیق

ولا يخفى ان تقدير شغل القوة المتغيرة هذا يكون مقرباً تقريباً كافياً كلما كانت الأجزاء أصغر، طالع  
 .... صغيرة جداً فينبغي اذا أخذ عدد تلك الأجزاء في الازدياد بقدر ما يراد فالنقطات طالع  
 ..... تقرب من بعضها بقدر ما يراد وينشأ عن مجموعها منحن بحيث يكون السطح المحصور بينه وبين الرأسين  
 المتطرفين ومحور السينات والاعلى المقدار الحقيقي لشغل القوة المتغيرة بالضبط

والأجمل رسم المخني المذكور بضبط كاف يفرد بالدقة على قدر الأماكن الجزء ٢٠ من مخط سير المتحرك  
على محور السينات من أ الى و شكل ٤٧ وتوضع عليه النقاط



المنوسطة ، ط ..... ويقام من جميع النقط أ م ا ط ا ...  
 الاحداثيات الرأسية للحنى المساوية للمساقط ان ه ب ف ح ط ية ...  
 للقوة المتغيرة على المناسات الممتدة من نقط ا م ا ط ا .....  
 لحظ السير المفروض شكل ٤ وهذه الطريقة تتعين النقط أ م ا

ط ١..... للمخني المطلوب ويمكن ترسيمه بعد ذلك أن يوصل بين تلك النقطة بخط متصل  $\alpha\alpha'$  ط .....  
 وحينئذ فيتعين بمساحة شبه المخرف المخني  $\alpha\alpha'$  و  $\alpha\alpha'$  مقدار شغل القوة المتغيرة المفروضة  
 ويمكن الحصول على مقدار مساحة الشكل الذي من هذا القبيل اما بقانون بودنسلي أو بقانون سمبسون أو  
 بقانون الاشباه المخرفة المستقيمة الاضلاع

ويتوصل احيانا لتعيين مقدار مساحة شكل  $أأ' و$  المذكور بقطعه من الورق ووزنه ثم وزن سطح



معلوم من الورق عينه وتعيين النسبة بين الوزنين المذكورين التي بواسطتها يمكن تعيين مساحة ذلك الشكل وهذه الطريقة سريعة جدا وانما تقتضى أن يكون الورق متجانساً جيداً والتقريب الناتج من هذه الطريقة الرسمية يكون عظيماً كلما كان انفراد خط السير محملاً جيداً والنقط للتوسط عديدة والمخفى مرسوماً بكل اعتناء

وبواسطة الآلة المسماة دليل المعلم وآت يمكن رسم المخفيات المشابهة للمخفى الذى تكلمنا عليه مباشرة من نفسها وتلك المخفيات تستعمل لتقدير شغل البخار فى أسطوانات البخار وتسمى بالخطوط البيانية الجهد المتوسط - الجهد المتوسط لقوة متغيرة هو شدة القوة الثابتة التى تحدث على الطريق عينه نفس الشغل الذى أحدثته القوة المتغيرة المقروصنة فاذا رمزنا بالرمز  $ش$  لـ شغل القوة المتغيرة وبالرمز  $هـ$  للمسافة المقطوعة وبالرمز  $ق$  للقوة المتوسطة فبنا على التعريف المقدر يكون

$$ق = ش = ش \cdot هـ \quad \text{ومنه يحدث}$$

$$ق = \frac{ش}{هـ}$$

شغل محصلة جملة قوى - نظرية - الشغل الجزئى لمحصلة جملة قوى يساوى المجموع الجبرى للأشغال الجزئية للمركبات

لأنه إذا كانت القوى  $ق_1, ق_2, ق_3, \dots, ق_n$  ومحصلتها  $ح$  واستطنا هذه القوى ومحصلتها على اتجاه الاستقال الجزئى أى على اتجاه جزء المسافة المقطوع ولاحتطنا بناء على كثير اضلاع القوى ان مسقط المحصلة على محور ما يساوى المجموع الجبرى لمساقط المركبات ورمزنا بالرمز  $ح$  ،  $ق_1, ق_2, ق_3, \dots, ق_n$  لمساقط القوى  $ق_1, ق_2, ق_3, \dots, ق_n$  على اتجاه جزء المسافة المذكور يكون

$$ح = ق_1 + ق_2 + ق_3 + \dots + ق_n$$

وبضرب طرفى هذه المعادلة فى جزء المسافة  $هـ$  يحدث

$$ح \cdot هـ = ق_1 \cdot هـ + ق_2 \cdot هـ + ق_3 \cdot هـ + \dots + ق_n \cdot هـ \quad \text{أعنى ان}$$

$$ش \cdot ح = ش_1 + ش_2 + ش_3 + \dots + ش_n \quad \text{وهو المطلوب}$$

نتيجة - الشغل الكلى لمحصلة يساوى المجموع الجبرى للأشغال الكلية للمركبات لأنه يمكن ان نقسم الزمن المفروض الى جملة مسافات زمنية صغيرة صغراً كافياً بحيث فى كل منها يمكن اعتبار الاستقالات مستقيمة والقوى ثابتة ثم نضع فى كل من تلك الاوقات الجزئية المذكورة شغل المحصلة يساوى المجموع الجبرى لأشغال المركبات وتجمع للتساوى الناتجة من ذلك فيحدث ان الشغل الكلى للمحصلة يساوى المجموع الجبرى لجميع الأشغال الجزئية للقوى المذكورة أعنى يساوى المجموع الجبرى لأشغال الكلية للمركبات فى القدرة الحية

القدرة الحية لنقطة مادية هى حاصل ضرب نصف جسم تلك النقطة فى مربع سرعتها أعنى اذا رمز لجسم النقطة المادية بالرمز  $م$  ولسرعتها فى نهاية الزمن  $ت$  بالرمز  $ع$  يكون  $\frac{1}{2} م ع^2$  هو القدرة الحية للنقطة المادية المفروضة بالنسبة

بالنسبة للسرعة  $v$  واما حاصل ضرب الجسم في مربع السرعة فيسمى بالقوة الحية ولا تدخل القوة الحية في بعض النظريات الاندرا  
في تقدير الشغل بواسطة القدرة الحية

للمهنة على ان شغل القوى يمكن تقديره بواسطة القدرة الحية توجد ثلاث حالات  
الحالة الأولى - اذا كانت قوة ثابتة ومؤثرة على نقطة مادية

نظرية القدرة الحية - شغل قوة ثابتة واقعة على نقطة مادية يساوى تغير القدرة الحية لأنه اذا فرض  
ان  $v$  هي القوة الثابتة المؤثرة على نقطة مادية في اتجاه المسافة المقطوعة فانها تحدث لها حركة منتظمة البجلة  
بناء على ما تقدر وحينئذ اذا رمز بالرمز  $v$  للسرعة الابتدائية وبالرمز  $v'$  للبجلة وبالرمز  $s$  للمسافة  
المقطوعة في مدة الزمن  $t$  فيوجب ما تقدر يكون

$$ش = v = v' \cdot t \quad \text{وحيث ان}$$

$$v = m \cdot v' \quad \text{وحيث ان}$$

$$ش = m \cdot v' + \frac{m \cdot v'^2}{2} \quad \text{فيكون}$$

$$ش = m \cdot v' + \frac{m \cdot v'^2}{2} \quad \text{وحيث ان}$$

$$ع = v' + \frac{v'^2}{2} \quad \text{فيكون}$$

$$ش = ع - \frac{ع^2}{2}$$

وحيث أن

واذا وضع في معادلة (١) عوضا عن  $v'$  مقداره يحدث

$$ش = m \cdot v' + \frac{m \cdot v'^2}{2} = \frac{m \cdot (v' + \frac{v'^2}{2})^2}{2} \quad \text{أو}$$

$$ش = \frac{m \cdot v'^2}{2} - \frac{m \cdot v'^2}{2}$$

اعني ان شغل القوة المذكورة يساوى القدرة الحية النهائية مطروحا منها القدرة الحية الابتدائية  
واذا لم تكن القوة المفروضة سبجهة في اتجاه المسافة المقطوعة فتحصل النتيجة عينها حيث انه يمكن تحليل  
تلك القوة الى قوتين احدهما عمودية على المسافة المقطوعة ولا تحدث للنقطة المادية المذكورة اذ في شغل  
بموجب ما تقدر والاخرى في اتجاه تلك المسافة المقطوعة ويكون شغلها عين شغل القوة المفروضة كما تقدر  
أيضا

الحالة الثانية - اذا كانت بجلة قوى حيثما اتفق مؤثرة على نقطة مادية

نظرية - الشغل المتحصل من بجلة قوى واقعة على نقطة مادية يساوى تغير القدرة الحية

لأنه حيث كان شغل المحصلة يساوى المجموع الجبري لشغل المركبات بموجب ما تقدر فيمكن أن لا نعتبر سوى  
شغل تلك المحصلة وحينئذ اذا فرض ان خط السير منقسم الى بجلة اجزاء صغيرة صغرا كافيا بحيث  
يمكن اعتبار كل منها مستقيما وان في مدة قطع كل منها تعتبر المحصلة المذكورة ثابتة الشدة والاتجاه وفرضا  
ان  $m$  هو جسم المتحرك وان  $v$  هي سرعته الابتدائية ورمزنا بالرمز  $v'$  لسرعته المتحرك  
المذكور في نهاية كل من اجزاء الأول والثاني والثالث ..... والاخير يكون الشغل المتحصل مينا تقطع النقطة



المادية المذكورة الجزء الأول مساويا الى

$$\begin{array}{l} \frac{1}{2} م ع - \frac{1}{2} م ع \\ \frac{1}{2} م ع - \frac{1}{2} م ع \\ \frac{1}{2} م ع - \frac{1}{2} م ع \\ \dots \dots \dots \\ \frac{1}{2} م ع - \frac{1}{2} م ع \end{array}$$

وحينا تقطع الجزء الثاني مساويا الى

وحينا تقطع الجزء الثالث مساويا الى

.....

وحينا تقطع الجزء الأخير مساويا الى

.....

وبجمع هذه الاشغال الجزئية الى بعضها والاختصار يحدث

$$\text{الشغل الكلى} = \frac{1}{2} م ع - \frac{1}{2} م ع$$

اعنى ان الشغل الكلى للمحصله يساوى القدرة لحيه النهائية مطروحا منها القدرة لحيه الابتدائية  
الحالة الثالثة وهى الحالة العمومية - اذا كان جملة قوى حيثما اتفق واقعة على جملة نقط مادية مرتبطة  
مع بعضها

اذا اعتبرت في هذه الحالة جملة حيثما اتفق من النقط المادية متحركة بتأثير عدد حيثما اتفق من القوى  
فانه بمراعاة جميع القوى الداخلة والخارجة الواقعة على كل من تلك النقط يمكن اعتبار كل منها مطلقا  
والقوى الداخلة هي القوى التى تقوض الارتباطات التى تجبر نقط الجملة المادية على التحرك بشروط معينة  
كبقائها مثلا على ابعاد ثابتة من بعضها او تحركها على خطوط اوسطوح ثابتة وهكذا  
نظريته - المجموع الجبرى لاشغال جميع القوى الواقعة على جملة حيثما اتفق من النقط المادية يستاوى المجموع  
الجبرى لتغيرات القدر لحيه لنقط الجملة المذكورة  
لأنه بالنسبة لكل نقطة من نقط الجملة المادية يكون شغل محصله جميع القوى الواقعة على تلك النقطة  
مساويا الى

$$\frac{1}{2} م ع - \frac{1}{2} م ع$$

ولاجل الحصول على مقدار الشغل الكلى يلزم ايجاد حاصل جمع الاشغال الجزئية لكن حيث ان هذا  
الحاصل يتركب من جملة حدود مشابهة كل منها الى  $\frac{1}{2} م ع$  التى يمكن بيان مجموعها بالمقدار  $\frac{1}{2} م ع$   
ومن جملة حدود اخر مشابهة كل منها الى  $\frac{1}{2} م ع$  التى يمكن بيان مجموعها بالمقدار  $\frac{1}{2} م ع$   
فحينئذ اذا رمز لمجموع اشغال جميع القوى الواقعة على الجملة المادية بالرمز ش و يكون  
ش و =  $\frac{1}{2} م ع - \frac{1}{2} م ع$

وهو المطلوب اثباته

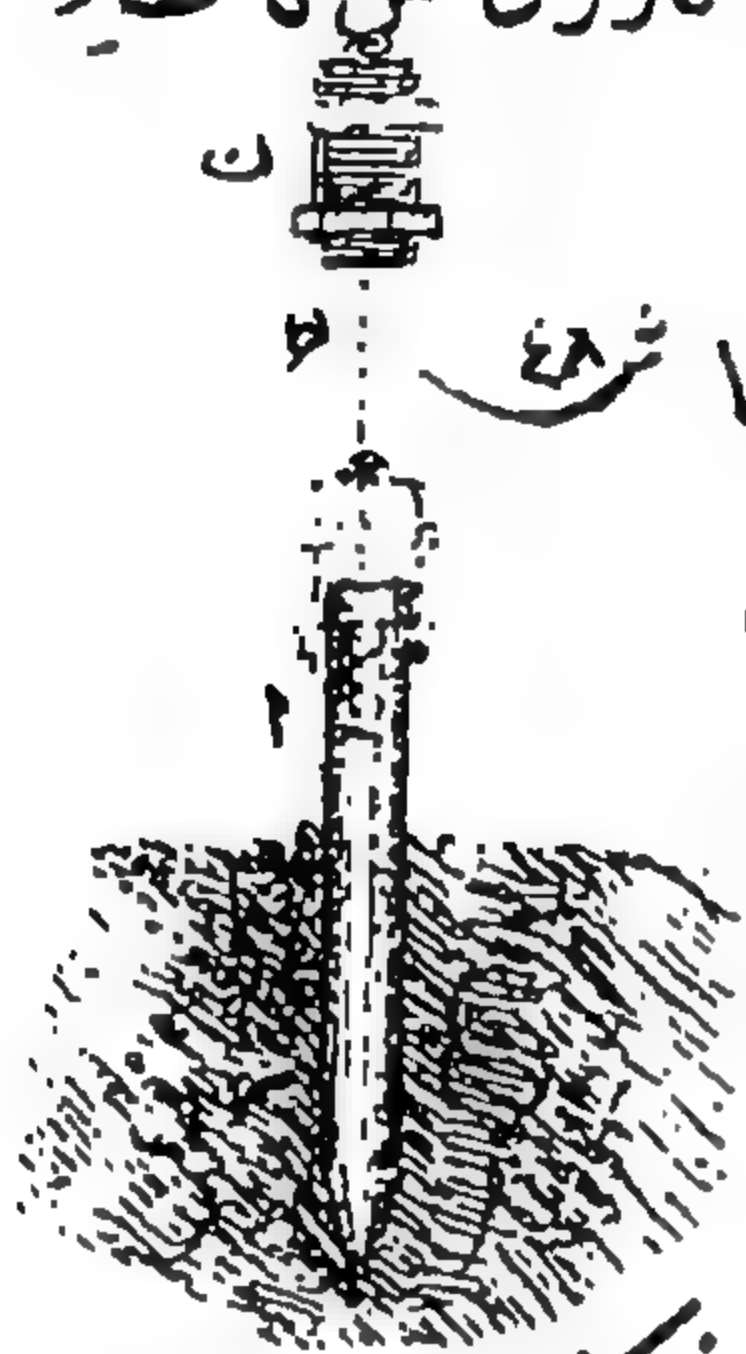
تنبيه - من المرم جدا معرفة انه بواسطة معادلة القدرة يمكن الحصول على شغل اى قوة بدون  
معرفة شدتها واتجاهها وزمن تأثيرها على المتحرك وانما يكفي فقط معرفة مجسم ذلك المتحرك ومقدار  
تغير سرعته الناشئ عن تلك القوة

وسند ذكر

وسنذكر فيما بعد جملة تطبيقات مهمة جدا على قاعدة القدر الحية لأجل فهم مزية استعمالها  
تمريعات

(١) النسبة بين عزم القوة والشغل الجزئي لها - المطلوب البرهنة على ان النسبة بين الشغل الجزئي لقوة  
ثابتة واقعة على نقطة مادية وبين عزمها بالنسبة لنقطة ما كالنسبة بين جزء المسافة وبين بعد ذلك الجزء عن  
مركز العزم

(٢) الكبش المستعمل في آلة دق الخوازيق - المطلوب تعيين مقاومة الأرض من بعد معلومية ثقل الكبش  
ل وارتفاع سقوطه ه ومقدار الكمية الصغيرة التي يقطعها الخازوق ٢ في النزول من تأثير  
سقوط الكبش المذكور على قوته شكل ٤٨



(٣) عدة تدور بالخيول - اذا ربطت في عدة دارة اربعة خيول بحيث ان كلا منها ش  
يحدث شدا قدره ٣٠ كيلوجرام وان نصف قطر المدار يساوي ٣ متر وان  
الخيول تدور خمسة دورات في كل ٣ دقائق فما يكون مقدار شغل الخيول المذكورة  
في مدة ٨ ساعات وما يكون مقدار قوة الآلة التي تحدث نفس الشغل المتقدم  
بالخيول البخارية

(٤) الشغل الناتج من سقوط المياه - اذا كان يجري ماء تصرفه ٥٠ متر مكعب في كل ٤٠ ساعة  
وللانتفاع به جعل فيه سد ارتفاعه ٤ متر فما يكون مقدار الشغل الناتج من سقوط المياه  
من فوق رأس السد المذكور بالخيول البخارية

(٥) شغل البخار - اذا كانت آلة بخارية غير انتشادية ومساحة قطاع مكبسها س وطول الرجة فيها  
ل وضغط البخار فيها ض فما يكون مقدار شغل الآلة المذكورة في كل ضعف رجه وما يكون شغل  
تلك الآلة أيضا بالخيول البخارية اذا كان عدد ضعف رجات المكبس في الدقيقة الواحد هو ١٠

(٦) الشغل الناتج من انتشار غاز ما - اذا كان غاز ضغطه ه جوات داخل في اسطوانة الى أن  
يقطع المكبس مسافة قدرها ١٠ من مجراه ثم غلق بعد ذلك منفذ دخول الغاز المذكور وصار  
المكبس متحركا بقوة انتشار ذلك الغاز فما يكون مقدار الشغل المتحصل من الانتشار بفرض عدم  
تغير درجة الحرارة وما يكون مقدار تأثير الضغط المقاوم

(٧) ما مقدار السبك اللازم اعطاؤه للوح من الخشب حتى لا ينثقب بتأثير مقذوف ثقله ه وسرعته  
ع من بعد ملاحظة ان المقاومة المتوسطة للخشب هي ٤

(٨) ما مقدار الشغل المتحصل من بارود داخل ماسورة بندقية من بعد معلومية ان الرصاصة التي  
تقلها ه تخرج من البندقية المذكورة بسرعة قدرها ٥٠ امتار في الثانية



## انتقال الشغل في الآلات

### تطبيق قاعدة القدر الحية على الآلات

الآلة هي جسم أو عدة اجسام مرتبطة بعضها مع بعض معدة لتقل شغل القوى والقوى التي تؤثر على آلة ما بعضها يحرك تلك الآلة ويسمى بالقوى المحركة - وشغلها يسمى بالشغل المحرك والبعض الآخر ميل لابطاء أو إيقاف حركة الآلة المذكورة ويسمى بالقوى المقاومة وشغلها يسمى بالشغل المقاوم

الشغل المفيد - شغل المقاومات الثانوية - المقاومات الواقعة على الآلة تنقسم الى مقاومات مفيدة أو أصلية وهي عبارة عن التأثير الذي تحدثه الآلة وشغلها يسمى بالشغل المفيد والى مقاومات ثانوية وهي مثل الاحتكاكات ومقاومات الاواسط والصادرات والارتجاجات الحاصلة في بعض القطع وهكذا وتلك المقاومات تتبلغ بصفة فقد محض جزاً من الشغل وشغلها يسمى بشغل المقاومات الثانوية أو الشغل العادم

مثلاً عند رفع دلو ماء بواسطة ملقاف فإن القوة التي تؤثر على المنويلة تحدث الشغل المحرك وتقل الماء المرفوع مضروباً في الارتفاع اللازم رفعه إليه هو الشغل المفيد أما ثقل الدلو والحبل والمقاومة الناشئة من الماء والهواء على حركة الدلو والماء المصبوب أثناء الصعود ويؤسب الحبل أي المقاومة اللازمة أو تغلب عليها لأجل ثنى الحبل المذكور على الملفاف واحتكاك الصباعين فإن جميع تلك المقاومات تحدث مثلاً يسمى بشغل المقاومات الثانوية

حركة أي آلة - كل آلة يمكن اعتبارها كجمله نقط مادية مرتبطة مع بعضها وبحركة بمحركات مخصوصة وعلى ذلك فيمكن تطبيق قاعدة القدر الحية عليها وحينئذ يكون شغل القوى الواقعة على أي آلة مقدراً بتغير القدر الحية

وحيث أن القوى المحركة تؤثر في الجهة المضادة لجهة القوى المقاومة فتكون إشارة شغل القوى المحركة معاكسة لإشارة شغل القوى المقاومة وحينئذ إذا رمز للشغل المحرك بالرمز  $\Sigma$  وللشغل المقاوم بالرمز  $\Theta$  فيكون

$$\Sigma - \Theta = \frac{1}{2} \Sigma - \frac{1}{2} \Theta$$

وهذه المعادلة المهمة تسمى بمعادلة الشغل

مناقشته - يلزم اعتبار ثلاث حالات

الاولى أن تكون  $\Sigma < \Theta$  وحينئذ يحدث  $\Sigma < \Theta$

وهذا يحصل في المدة التي فيها تأخذ الآلة في السد وفي تلك المدة تزايد السرعة حتى تصل سرعة حالة الانظام

الثانية - أن تكون  $\Sigma = \Theta$  وحينئذ يحدث

$$\Sigma = \Theta$$

وفي هذه

وفي هذه الحالة تكون الحركة مستقيمة وهذا ما يعبر عنه بالسير العمومي الذي يكون فيه سرعة الآلة هي سرعة حالة النظام

ونفهم من ذلك أنه لا جمل أن يكون سير الآلة مستقيماً يلزم أن تحدث القوى المؤثرة على تلك الآلة شغلاً محركاً مساوياً للشغل المقاوم

الثالثة - أن تكون  $E = D$  وحينئذ يحدث

$\frac{D}{E} = 1$

وفي هذه الحالة سرعة الآلة تتناقص وهي المدة التي فيها تأخذ الآلة في الوقوف والشغل المحرك يكون أصغر من الشغل المقاوم ويتناقص إلى أن تقف الآلة

التساوي بين الشغل المحرك والشغل المقاوم - فإثناء مدة السير أعني أثناء المدة التي تمضي بين مبدأ سير الآلة وبين وقوفها يكون الشغل المحرك مساوياً طبيعياً للشغل المقاوم

لأنه في معادلة  $\frac{D}{E} = 1$  -  $\frac{D}{E} = 1$  -  $\frac{D}{E} = 1$  يكون

$E = D$  حيث أن الآلة تسير من السكون

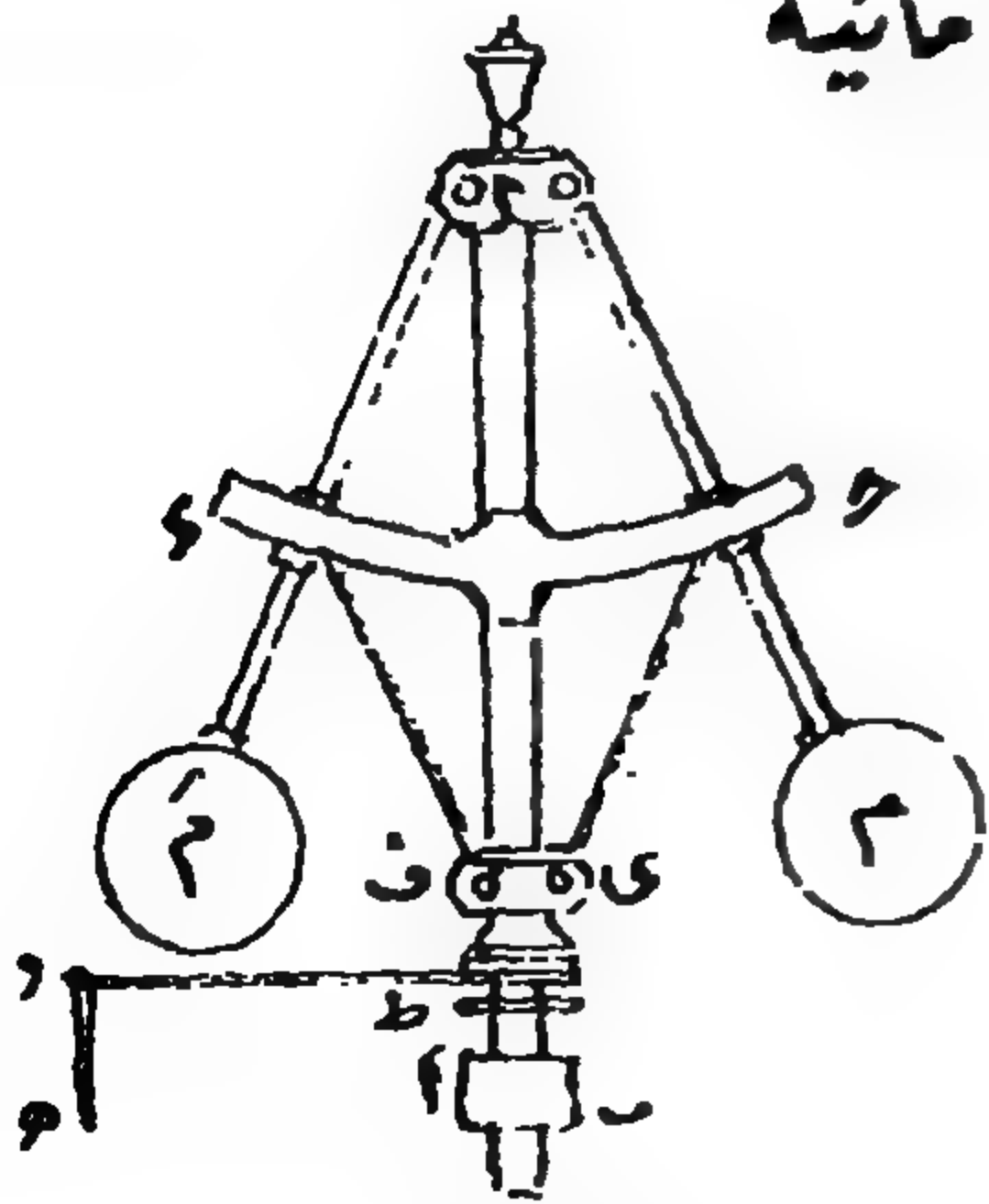
$E = D$  حيث أن الآلة ترجع إلى السكون

حينئذ يكون  $\frac{D}{E} = 1$  ومنها يحدث

$\frac{D}{E} = 1$

سرعة حالة الانتظام - قد ذكرنا فيما تقدم أن الآلة يكون لها سرعة حالة الانتظام متى كانت حركتها مستقيمة وحيث أن الحصول على هذه الحالة بالضبط غير ممكن غالباً بسبب أن المقاومات اللازمة أن يتغلب عليها متغيرة جداً فيجئ عن الوصول للقرب من تلك الحالة بقدر الامكان وحيث أن كل تغير دافئ للسرعة ينشأ عنه انقضاء وعليه يحصل فقد من الشغل فلا جمل منع تغيرات السرعة فتشتمل المنظمت والطيارات التي تسلكها فنقول -

المنظم ذو القوة الطاردة المركزية - المنظمت هي أجهزة تعدل شدة القوة المحركة عادة بتنظيم دخول البخار في اسطوانة البخار مثلاً أو بتنظيم دخول كمية الماء التي تدور طارة مائية



شكل ٤٩

والمنظم الكثير الاستعمال هو المنظم ذو القوة الطاردة المركزية أو المنظم ذو الكرتين الذي عدله المعلم وات لاستعماله في الآلات

البخارية وهو يتكون كما في شكل ٤٩ من ساق رأسي ١ الذي يتحرك حركة دورانية بانصاله بمحور حركة الآلة ومن ساقين مائلين ٢

١ مرتبطين ارتباطاً مفصلياً في ١ ومتجهين يجسدين ثقيلين ٣ ٤ مشتركين مع الساق الرأسية السابق ذكره في الحركة الدورانية المذكورة

ثم أنه مرتبط في ٥ ساقان آخران ٦ ٧ في ارتباطاً مفصلياً



وهذان الساقان مرتبطان بجلبة ي في التي تتحرك على طول الساق ١٢ وهذه الجلبة تحرك احد ذراعي رافعة ذات مرتفع طوه وذراعيها الآخر يفتح أو يغلق منفذ قبول الجمار أو يؤثر على اعضاء الانتشار فإذا ازدادت الحركة فإن الكرتين تتباعدان وعليه فلجلبة ترتفع والرافعة ذات المرفق تخلق منفذ القبول وإذا نقصت سرعة الآلة فالمنتظم يحدث تأثيرا مغايرا للأول

وعيب المظلمات هو تأخير تأثيرها وذلك لأنه يلزم أن تكون الحركة متزايدة قبل أن يؤثر المنتظم من أجل أبطائها وحينئذ فلا يكون للتظلمات فائدة الا اذا كان تأثير الاسباب الموجبة لزيادة الحركة اولاً ببطائها له مكث

ويمنع التغيرات الدفعية للسرعة بواسطة الطيارات  
الطيارات - الطارات هي طارات ذات قطر كبير ومجسم عظيم موزع بانتظام على الخصوص نحو المحيط  
ففي ابتداء الآلة في الحركة فإن الطائرة تطيح بزيادة السرعة بابتلاع كمية عظيمة من الشغل الى ان تصل سرعة الآلة الى سرعة حالة الانتظام وإذا ازدادت المقاومات بعد ذلك فإن الطائرة تترك جزءاً من القدرة لكية المشغلة هي عليها وبسبب عظم مجسمها فإن سرعة الآلة تنقص بكمية غير محسوسة ويمكن اعتبار الطائرة كستودع يتلعب الشغل الزائد ويمنع الآلة من الهيجان ثم يتركه عند ما يضعف المحرك أو تزايد المقاومات ويمنع حصول بطئ دفعي

ثم ان وجود الطائرة في الآلات التي لها ذراع وصوبله ضروري لأجل انطب على النقط الميثة وأما آلات اللوكوموتيف فلا تستعمل فيها الطيارات بسبب عظم حساساتها وزيادة على ذلك فإن تلك الآلات لها حاجة اذرعة لتنظيم تأثير القوة المحركة

ومنى علمت التغيرات التي يمكن ان تحدثها المقاومة فإنه يمكن تعيين مقادير ابعاد الطائرة بحيث ان تغيرات السرعة لا تتجاوز حدا معيناً كمقدار  $\frac{1}{10}$  مثلاً من سرعة حالة الانتظام  
وعيب الطائرة هو تكبير شغل المقاومات الثانوية بمقدار عظيم بسبب الاحتكاك الحاصل من اصبعها على مسنديتها

الشغل المفيد - جودة الآلة - قد علم ما تقدر ان الشغل المقاوم يتركب من الشغل المفيد ومن شغل المقاومات الثانوية وحينئذ يكون

$$\text{ش} = \text{ش} + \text{ش} \\ \text{وحيث ان } \text{ش} = \text{ش} \text{ بموجب ما تقدر فيكون}$$

$$\text{ش} = \text{ش} + \text{ش}$$

ويضم من ذلك ان الآلة تكون جيدة كلما كان شغل المقاومات الثانوية ضعيفاً حيث انه في هذه الحالة يكون الشغل المفيد جزءاً عظيماً من الشغل المحرك

فالنسبة بين الشغل المفيد والشغل المحرك هي ما تسمى بجودة الآلة أو بمعامل التأثير المفيد وعلى هذا فتكون الجودة

الجودة المذكورة مبينة بالمقدار <sup>ش</sup>

وحيث أنه من المستحيل تعديل شغل المقاومات الثأنوية فتكون الجودة دائما أصغر من الواحد ولا تتجاوز ٧٥  
في الآلات لجيدة الانادرا

وحيث أن يكون من المهم جدا تقليل المقاومات الثأنوية ما أمكن ولذلك يلزم تقليل القطع المتحركة وتلطيف  
الاحتكاكات بصقل القطع المناسبة وحفظ الدهانات على حالة جيدة وضبط القطع كي تصير الأخلية قليلة  
ويحصل تقليل الارتجاجات ما أمكن وهكذا ومع ذلك فجميع هذه الاحتراسات لا يمكنها سوى تقليل المقاومات  
الثأنوية وليس يحولها بالكلية وعليه فتقل الشغل المقاوم فقط ولا تقدمه  
ويعلم من ذلك أنه يستحيل حينئذ التوصل إلى شغل مساوٍ للشغل المحرك حيث أنه بأي آلة كانت لا يتحصل إلا  
على جزء من الشغل المحرك

من البحث البحث عن الحركة الدائمة - الحركة الدائمة موجودة من ابتداء خلق العالم فان حركات الكواكب  
والجوار والانهار وهكذا مستمرة الوجود إلى الآن ويمكن الانتفاع بأحدها بواسطة الآلات التي تحرك مادامت  
قابلة للاستعمال

وأما البحث عن الحركة الدائمة التي نحن بصدددها فهو أمر مخالف لذلك إذ الغرض منه إيجاد آلة تتحرك متحركة  
الانهاية له وتؤدي إلى عمل مفيد وذلك بواسطة تأثير محرك عليها مدة قليلة من الزمن فقط  
فهذا الأمر بحث محض لأنه ولو فرض عدم الحصول على أدنى عمل مفيد فإنه من المستحيل أن التأثير المحدود الناشئ  
عن محرك أن يؤدي للآلة حركة تستمر بلا نهاية  
وللبرهنة على ذلك يقال أنه بالنسبة لأي آلة بناء على ما تقدم يكون

$$\text{م} = \text{ن} \text{ أو } \text{ن} = \text{م}$$

$$\text{م} \times \text{ه} = \text{ن} \times \text{ك}$$

وحيث أن في هذه الحالة مقدار الطرف الأول من المادة المذكورة محدود بسبب أن مقدار كل من القوة المحركة  
والمسافة ه التي تقطعها محدود وصغير نوعا على العموم فلا يمكن أن يكون الطرف الثاني غير محدود  
وحيث أنه مهما كان صغر مقدار المقاومة ك لا يمكن أن تكون معدومة فالعامل الثاني ع يكون له طعما  
مقدار محدود وبالأولى يكون محدودا إذا كانت الآلة ملزومة لأن تؤدي عملا مفيدا وهو المطلوب

### تحقيق قاعدة انتقال الشغل

قد ذكرنا فيما تقدم أن الآلة تنقل الشغل المحرك وفي مدة من السير يكون الشغل المحرك مساويا للشغل المقاوم  
فهذا ما يعبر عنه بقاعدة انتقال الشغل

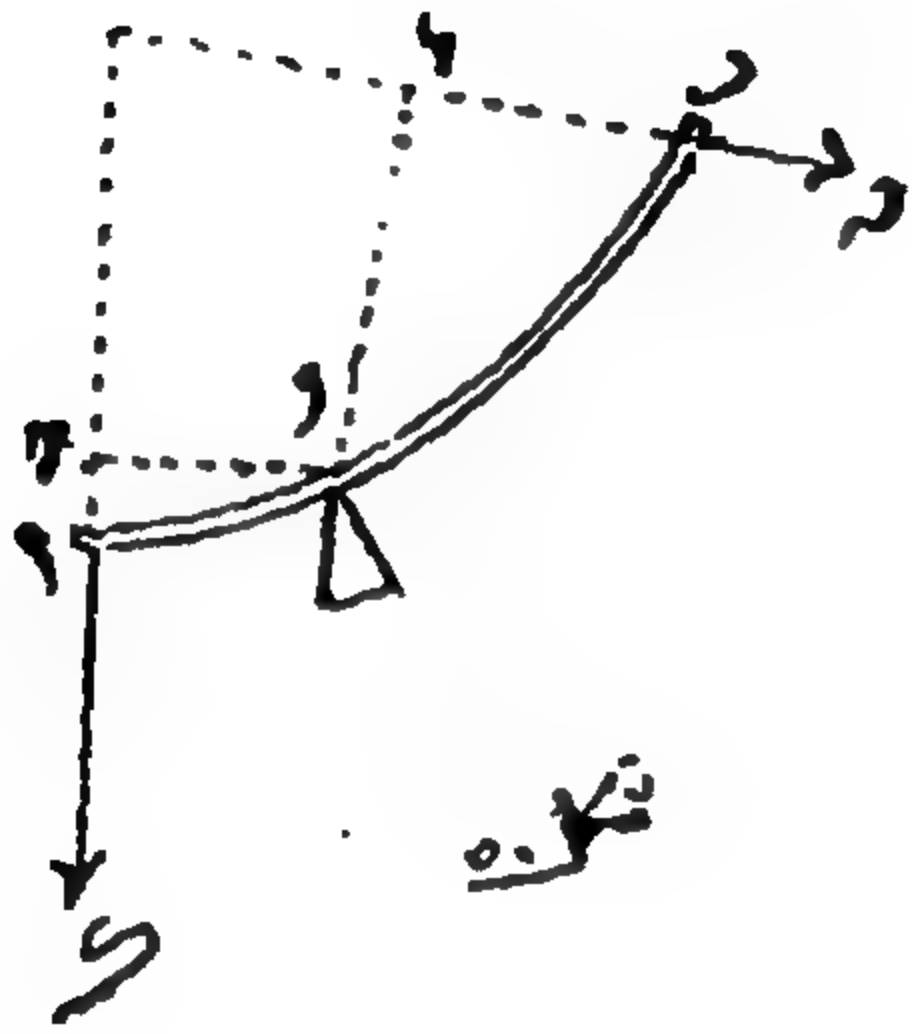
وقد تحقق بالسهولة هذه القاعدة في الآلات البسيطة المتحركة بانتظام بتأثير قوتين

وذلك لأنه حيث كانت الحركة منتظمة فالقوة ه والمقاومة ك تتزانان معا إذ يخالف ذلك يكون  
لهما محصلة مؤثرة على الآلة بالاستمرار وتحدث لها حركة متغيرة وهذا يخالف للغرض فينبذ تير الآلة



بناء على خاصية القصور الذاتي أعني يكون الشغل المحرك يساوي الشغل المقاوم  
وسنحقق التساوي بين الشغل المحرك والشغل المقاوم في الحالة الخصوصية التي نحن بصددتها باتخاذ الرافعة  
مثلاً وباتباع سير مشابه لذلك يجري التحقيق عينه بالنسبة للآلات البسيطة الأخر المتحركة بانتظام الذي  
سيطلب فيما بعد بصفة تمرين

تحقيق قاعدة الشغل في الرافعة - إذا كان  $ا$  أو شكله رافعة متأثرة بقوة  $ك$  فنقترض  
أن القوتين المذكورتين مؤثرتان في النقطتين  $ا$  و  $ب$  لذراعى رافعتها  
وحيث أن القوتين المذكورتين عموديتان دائماً على ذراعى رافعتها بسبب  
حصول التوازن في أثناء الحركة فإذا رمز بحرف  $م$   $ا$  للقوسين المرسومين  
بالنقطتين  $ا$  و  $ب$  يكون شغل القوة  $ك$  مساوياً إلى  $ك \times م$  بموجب  
ما تقدم وشغل القوة  $ك$  مساوياً إلى  $ك \times م$



وحيث أن القوتين  $ك$  و  $ك$  متزانان فبموجب ما تقدم يكون  $\frac{ك}{م} = \frac{ك}{م}$   
وكذا حيث أن القوسين  $م$  و  $م$  متشابهان فيكونان مناسبين لنقطة قطريهما  
ويحدث  $\frac{ك}{م} = \frac{ك}{م}$  وحيث يكون  $\frac{ك}{م} = \frac{ك}{م}$   
ومن هنا يحدث  $\frac{ك}{م} = \frac{ك}{م}$

$$ك \times م = ك \times م$$

أعني أن الشغل المحرك يساوي الشغل المقاوم وهو المطلوب  
ما يكتب من القوة يفقد من السرعة - هذه القاعدة التي يلزم مراعاتها ناتجة من قاعدة انتقال الشغل  
وذلك لأن كل شغل محرك يقابل لشغل مقاوم مساو له ولكن الشغل المقاوم المذكور هو حاصل ضرب  
عاملين حيث إذا كبر أحدهما صغرا الآخر فحينئذ إذا كبرت القوة التي يلزم أن يتغلب عليها صغرت  
المسافة التي تقطعها وبالعكس إذا أريد تكبير المسافة فالقوة التي يلزم أن يتغلب عليها تصير صغيرة  
وعلى هذا فيرى أن ما يكتب من القوة يفقد من المسافة المقطوعة  
ومع ذلك فينطق بالقاعدة المذكورة عادة هكذا  
ما يكتب من القوة يفقد من السرعة

شروط توازن الآلات البسيطة المحصلة تلك الشروط

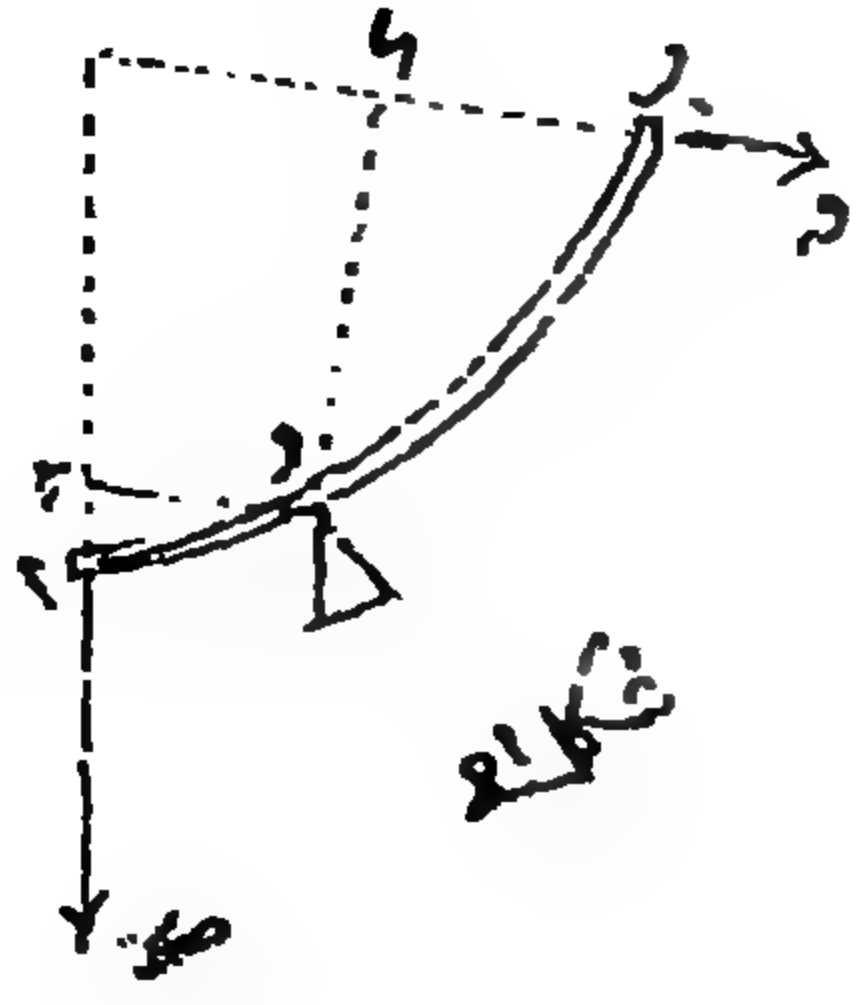
بواسطة معادلة الشغل

التساوي بين الشغل المحرك والشغل المقاوم في الآلات المتحركة بانتظام يوصل بطريقة بسيطة جداً الشروط  
لتوازن القوى الواقعة على تلك الآلات

توازن الرافعة - حيث أن الرافعة أو شكله متحركة بانتظام بتأثير القوتين  $ك$  و  $ك$  فتكون

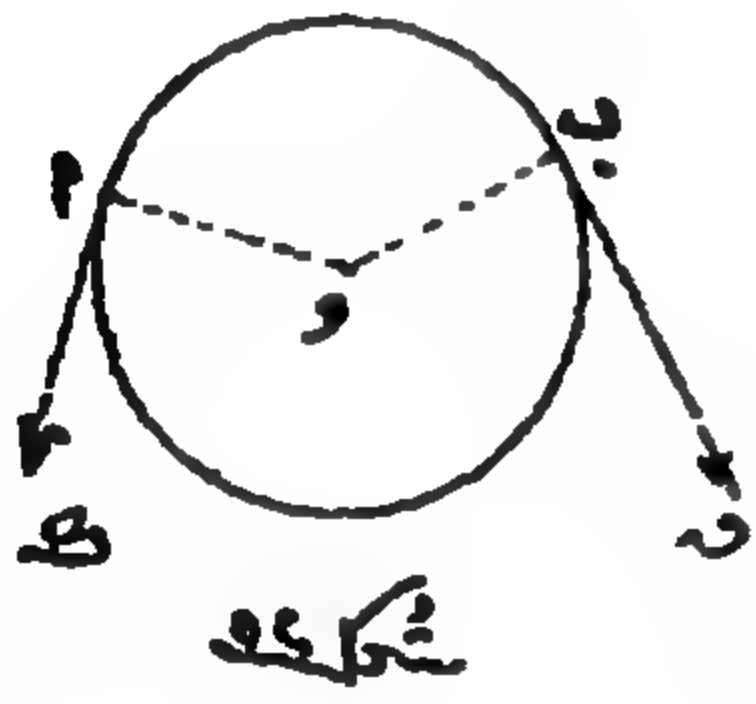
هاتان

هاتان القوتان متزنتين بموجب ما تقدر واذا فرض أنها واقعتان  
في نقطتي ١، ٢ اللتين هما نهايتا ذراعي رافعتهما فتكون هاتان  
القوتان عموديتين دائماً على و ١ و ٢ مادام التوازن حاصل  
وحيث أن اذامر بالمزين م ١، ٢ للمسافتين المقطوعتين بالنقطتين  
١، ٢ فإن معادلة الشغل تكون هي



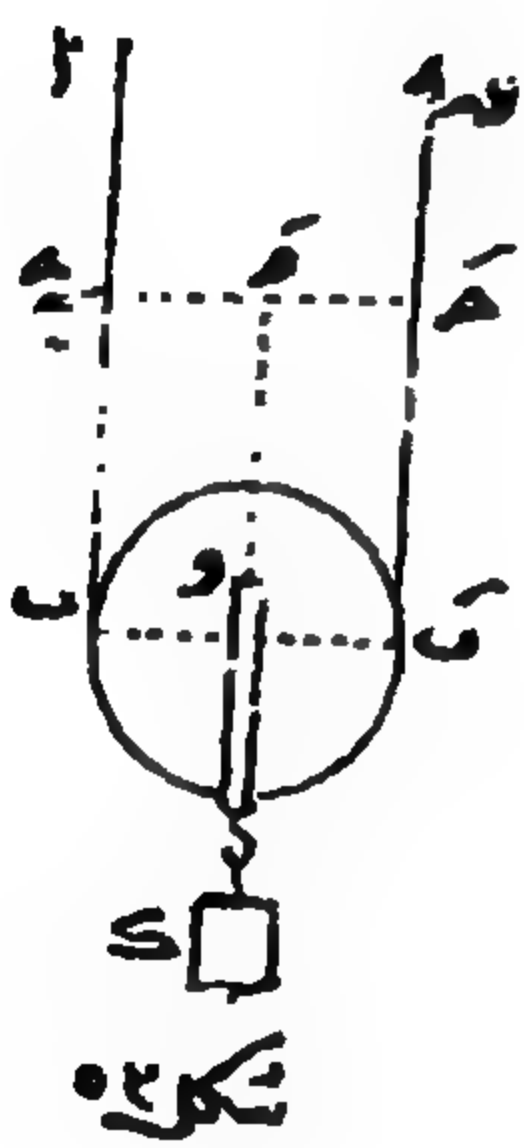
$$\begin{aligned} \text{و منها يحدث} \quad & \text{م} = \text{ك} \\ \text{ولكن بناء على ما تقدر يكون} \quad & \frac{\text{م}}{\text{ك}} = \frac{\text{و}}{\text{و}} \\ \text{وحيث أن يحدث} \quad & \frac{\text{م}}{\text{و}} = \frac{\text{ك}}{\text{و}} \\ & \frac{\text{م}}{\text{و}} = \frac{\text{ك}}{\text{و}} \end{aligned}$$

اعني ان القوة والمقاومة مناسبتان عكسا لذراعي رافعتهما وهذا هو الشرط الذي وجد سابقا  
في علم الاستاتيكا  
توازن البكرة الثابتة - حيث ان المسافتين المقطوعتين بالنقطتين ١، ٢ متساويتان  
بالبداهة فعادلة الشغل تكون



$$\begin{aligned} \text{وحيث أن يكون} \quad & \text{م} = \text{ك} \\ & \text{م} = \text{ك} \end{aligned}$$

وهذا هو شرط توازن البكرة الثابتة السابق لإيجاده  
توازن البكرة المتحركة - الحالة البسيطة المستعملة كثيراً في العمل هي  
التي فيها يكون الجبلان متوازيين وهي التي سنشتغل بها هنا فنقول  
اذا فرض ان و ١، ٢ هو الارتفاع الذي ارتفعت اليه البكرة أو لكل  
ك فإن كلا من الجبلين ينقص بمقدار و ١، ٢ وحيث أن القوة م يلزم أن  
تترك بمقدار  $\text{ك} \times \text{و}$  وعلى هذا ففي معادلة الشغل التي هي



$$\begin{aligned} \text{يكون} \quad & \text{م} = \text{ك} \\ \text{وحيث أن يحدث} \quad & \text{م} = \text{ك} \\ \text{و منها يحدث} \quad & \text{م} = \text{ك} \end{aligned}$$

$$\frac{\text{م}}{\text{ك}} = \frac{1}{2}$$

وهذا هو عين الشرط السابق لإيجاده في الاستاتيكا  
توازن الملفاف - حيث ان القوتين م ١، ٢ مؤثرتان بالتاس للهيطين و ١، ٢ و ١، ٢  
دار الملفاف دون كاملة يكون  
 $\text{ش} = \text{م} = \text{ك} \times \text{ط} = \text{م}$   
 $\text{ش} = \text{ك} = \text{ك} \times \text{ط} = \text{م}$



وحينئذ لمعادلة الشغل تكون

$$W = P \times h = W' \times x \quad \text{ومنها يحدث}$$

$$\frac{W}{W'} = \frac{x}{h}$$

وهي المعادلة المعروفة في الاستاتيكا

توازن البليكو - إذا كان البليكو كما في شكله فإنه إذا ارتفعت المقاومة  $W$  بمقدار  $h$  فإن كلا من السعة أحيال ينقص بقدر الارتفاع المذكور والقوة  $W'$  الواقعة على نهاية الكبل السابع تنتقل بمقدار مساو إلى  $h$  ومعادلة الشغل تقول إلى

$$W = W' \times x \quad \text{ومنها يحدث}$$

$$\frac{W}{W'} = \frac{x}{h}$$

توازن المستوى المائل - إذا فرض أن  $h$  هي المسافة المقطوعة بالجسم على طول المستوى المائل شكله فإن شغل القوة  $W$  بموجب ما تقدر يكون مساويا إلى

$$W \times h$$

وشغل المقاومة  $W'$  يكون مساويا إلى

$$W' \times x \quad \text{أو}$$

$$W \times h = W' \times x$$

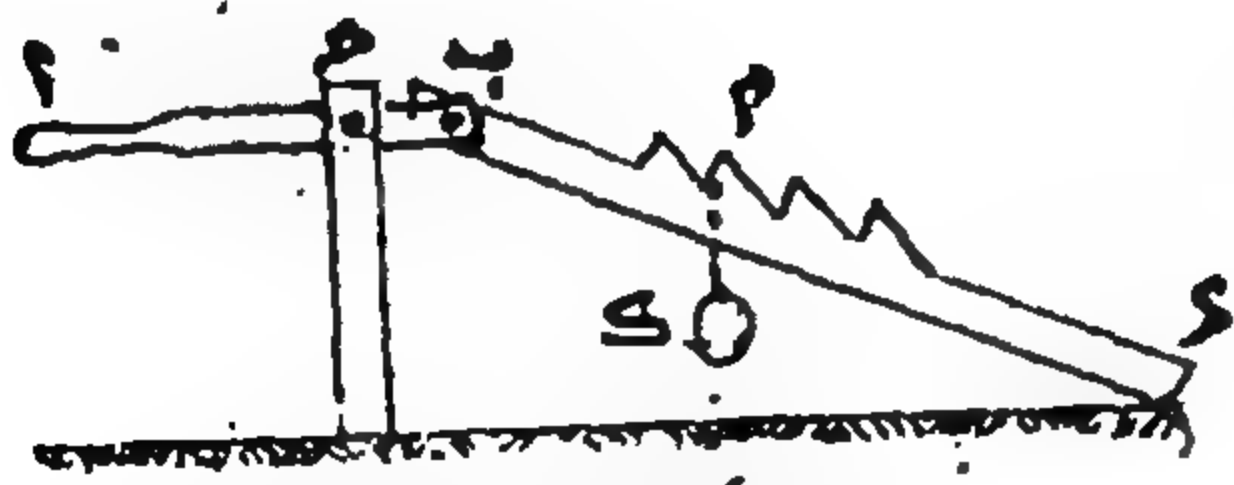
وحينئذ لمعادلة الشغل تكون

$$W \times h = W' \times x \quad \text{ومنها يحدث}$$

$$\frac{W}{W'} = \frac{x}{h}$$

وهذا هو الشرط الذي وجد في الاستاتيكا بالنسبة للمستوى المائل

توازن الرافعة المضاعفة المستعملة لرفع العربات - لأجل رفع عربة بواسطة هذه الآلة شكله



شكل ٥٦

يعشق أحد الاسنان  $M$  للرافعة  $B$  أسفل الدخيل ويضغط على المقبض  $A$  لنهاية الرافعة  $h$  وحساب مقدار الثقل  $W$  اللازم لإيقاعه على الرافعة  $AB$  المفروض أنها أفقية بحيث يوازن

مع الثقل  $W$  المؤثر في  $M$  بناء على معادلة الشغل

نفرس أن  $M, A, B$  هي الاستقالات الآتية الصغيرة جدا للنقط  $M, A, B$

وحينئذ من معادلة الشغل  $W \times h = W' \times x$  يكون

$$\frac{W}{W'} = \frac{x}{h}$$

وحيث

وحيث ان

$$\frac{م}{ب} = \frac{م}{ب} \quad \text{ف يكون}$$

$$\frac{م}{ب} \times \frac{ب}{ب} = \frac{م}{ب} \quad \text{وحيث يكون}$$

$$\frac{م}{ب} \times \frac{ب}{ب} = \frac{م}{ب}$$

وهذا المقدار هو عين المقدار الذي يستنتج بناء على شروط التوازن

لتوازن الملفاف الفرقى - لنفرض ملفافا اسطوانته مكونة من جزئين نصف قطرهما مختلفان كما

في شكل ٥٨ وان لكل من حلق في جبل بواسطة بكره

متحركة ٢ بحيث ان فرع الحبل المذكور المارين على

البكره المذكورة متوازيان وملتان على التناظر

على الاسطوانتين ٣ ٤ اللتين نصف قطريهما

نوع ١ ٢ ونفرض ان التوازن حاصل بواسطة

قوة ٥ الواقعة بالتاس على محيط دائرة نصف

قطر ٦ المرسوم بأحدى المنوبلتين ٧

نعم يحدث للملفاف المذكور انتقال رأوي حول محوره

قدح ٨ فينشد نقطة ٩ تنتقل بمقدار

١٠ والفرع ١١ يلتف بمقدار ١٢ والفرع ١٣ ينك بمقدار ١٤ والنقل ١٥

يرتفع بمقدار نصف الفرق (١٦ - ١٧) ١٨ ومعادلة الشغل تؤول الى

$$\frac{م}{ب} \times \frac{ب}{ب} = \frac{م}{ب} \quad \text{أو}$$

$$\frac{م}{ب} \times \frac{ب}{ب} = \frac{م}{ب}$$

وهو عين الشرط السابق ايجاده في الاستاتيكا

لتوازن البريمة - البريمة لا تستقل فقط بالآلات الدقيقة بل تستعمل ايضا بكثرة عندما يحتاج الأمر

الى قوة عظيمة

فينشد اذا قطعت القوة ١ شكل ٥٩ المسافة ٢ ط ل فان المقاومة

٣ تقطع الارتفاع ٤ ومعادلة الشغل تؤول الى

$$\frac{م}{ب} \times \frac{ب}{ب} = \frac{م}{ب} \quad \text{ومنها يحدث}$$

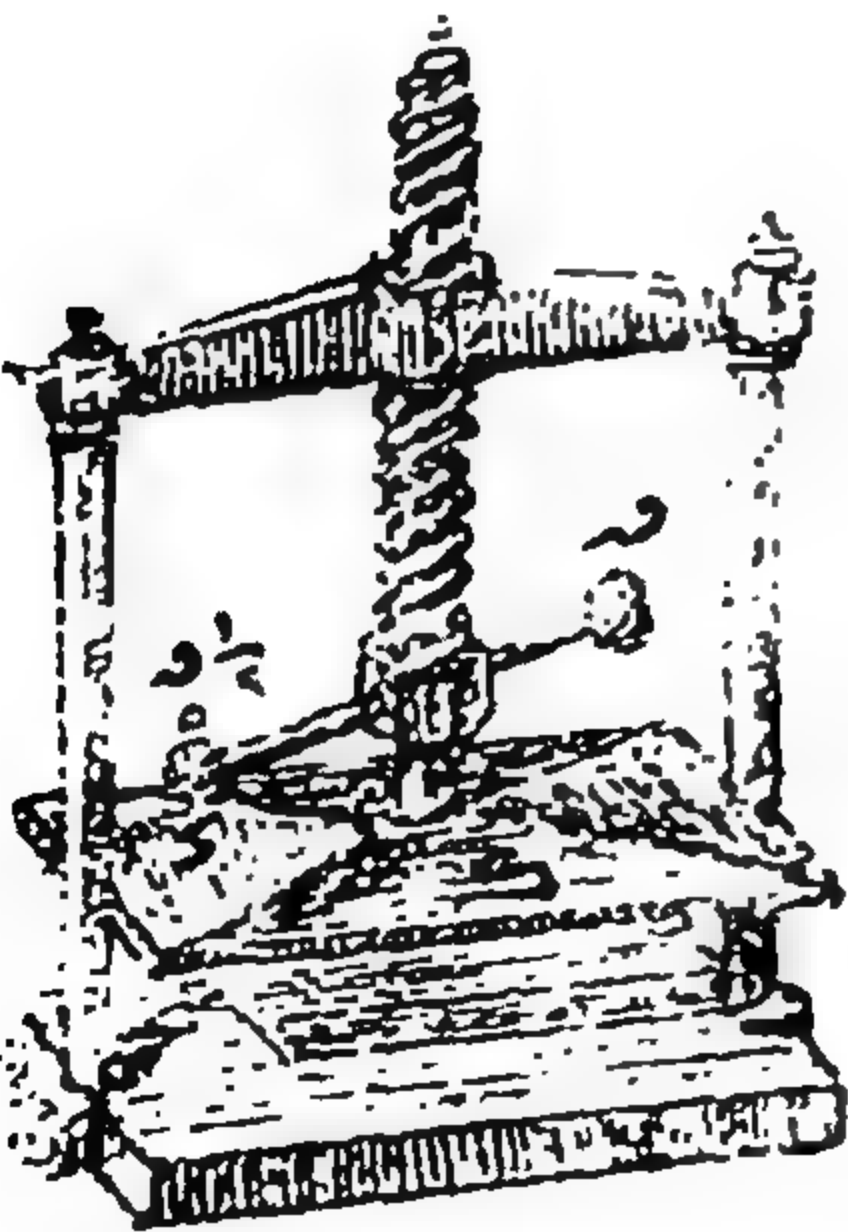
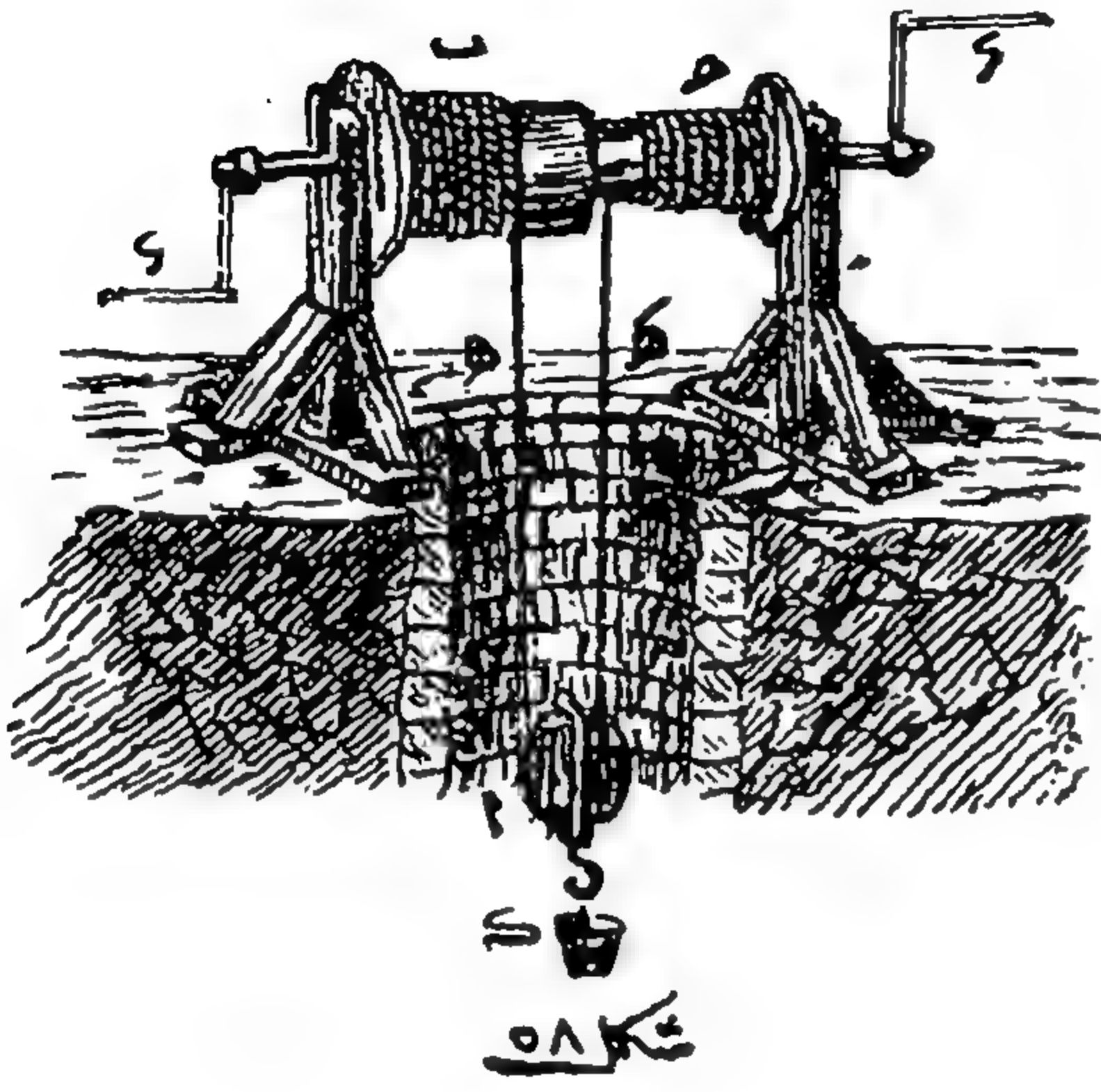
$$\frac{م}{ب} = \frac{م}{ب}$$

ويفهم من ذلك انه متى كانت البريمة متزنة يكون نسبة القوة الى

المقاومة كنسبة خطوة البريمة الى طول المحيط المرسوم بنصف

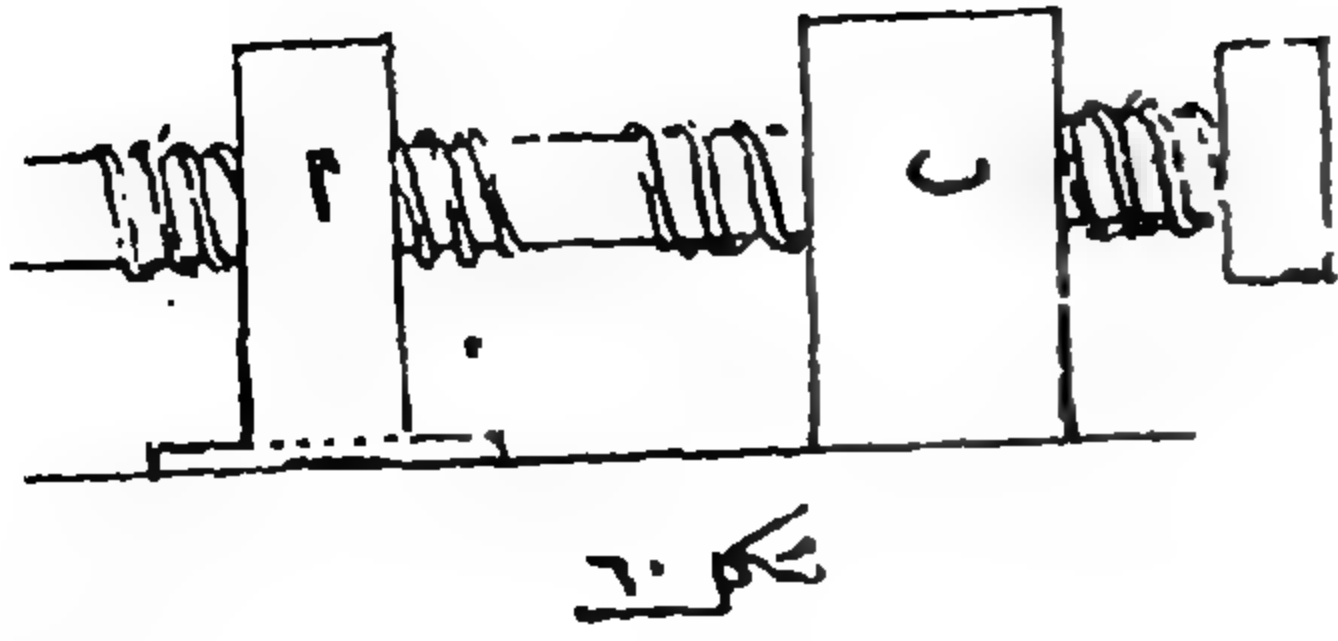
قطر مساو للمزاح او لللوييه

لتوازن البريمة الفرقية - حيث انه في هذه البريمة شكل ٥٩ تكون المسافة المقطوعة بالقوة مساوية





الى  $\epsilon$  طول والمسافة المقطوعة بالمقاومة مساوية الى  
هـ - هـ فمعادلة الشغل تؤول الى



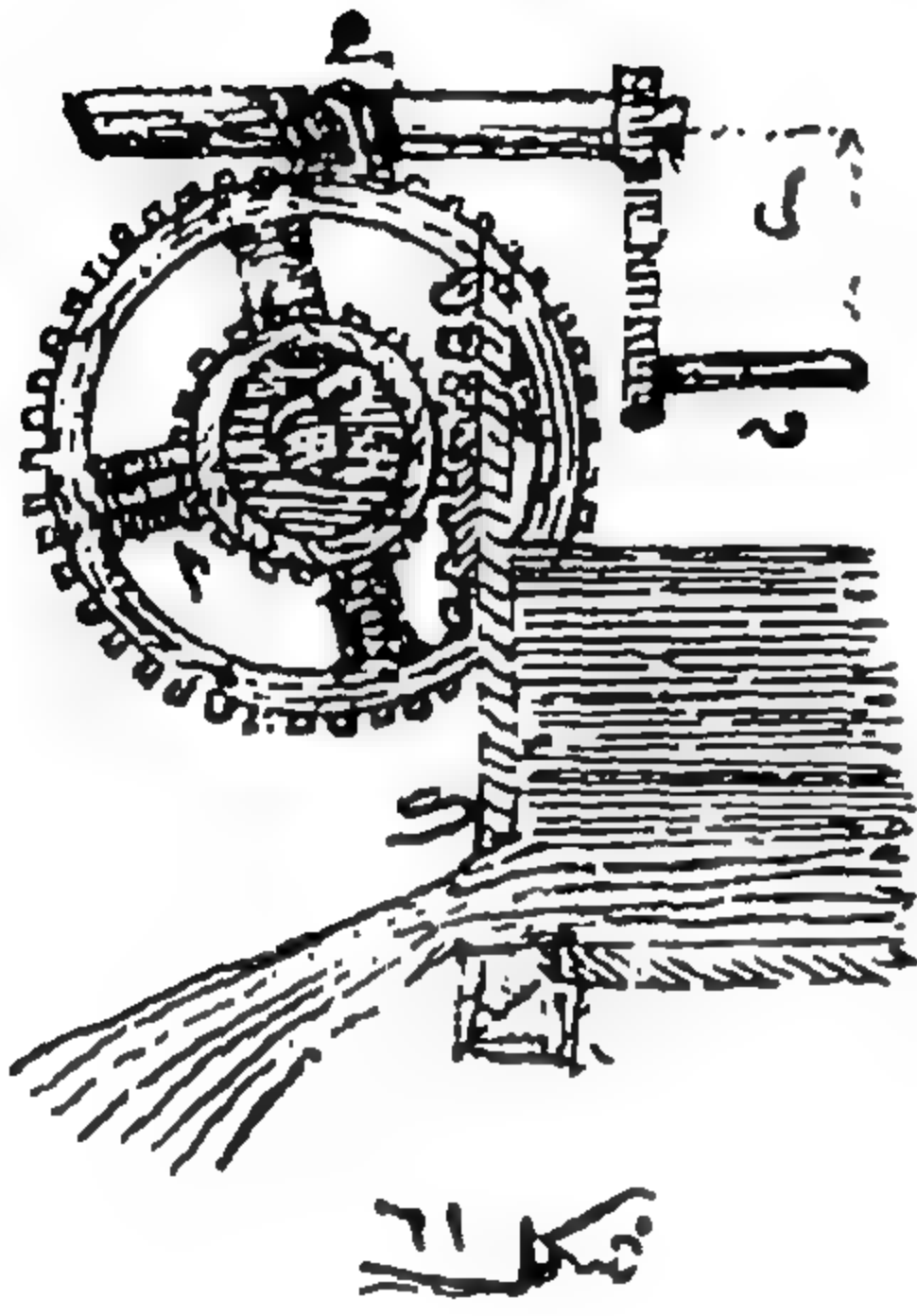
هـ  $\times \epsilon$  طول  $= \epsilon (هـ - هـ)$  ومنها يحدث

$$\frac{\epsilon}{\epsilon} = \frac{هـ - هـ}{\epsilon}$$

توازن البريمة غير المنتهية - حيث انه في هذه الآلة شكلت تكون المسافة المقطوعة بالقوة هي  
 $\epsilon$  طول والمسافة المقطوعة بالمقاومة هي  $\frac{هـ \times هـ}{هـ}$  فمعادلة الشغل تؤول الى

هـ  $\times \epsilon$  طول  $= \epsilon \times \frac{هـ \times هـ}{هـ}$  ومنها يحدث

$$\frac{\epsilon}{\epsilon} = \frac{هـ}{هـ}$$



وحيث ان البسط أصغر بكثير من المقام فيجئد هذه الآلة يحدث  
تأثيرات عظيمة بقوة ضعيفة

## تمريبات

(١) - المطلوب تحقيق قاعدة الشغل في الآلات الآتية

الاولى البكرة الثابتة

الثانية البكرة المتحركة في حالة ما يكون الحبلين متوازيين

الثالثة العيار

الرابعة الملفاف

الخامسة المستوى المائل

(٢) المطلوب إيجاد شرط التوازن بناء على معادلة الشغل في الآلات الآتية

الاولى البلىكو المعتاد

الثانية الملفاف ذو الطارة المسنة

الثالثة المعزة

الرابعة العيار الجسيم

الخامسة العفريته

السادسة البلىكو الفرقى

(٣) المطلوب إيجاد شروط توازن البكرة المتحركة في حالة ما يكون الحبلان غير متوازيين

وذلك بناء على معادلة الشغل

فالمقاومة

## في المقاومة الشأنوية

المقاومات الشأنوية هي التي تتبلغ جزءاً من الشغل بدون ان تحدث أدنى تأثير مفيد والمقاومات الشأنوية الرئيسية هي

أولاً الاحتكاك

ثانياً مقاومة الأواسط

ثالثاً التصادمات

رابعاً يبوسة الأحيال

ولنتكلم على تلك المقاومات بالترتيب فنقول

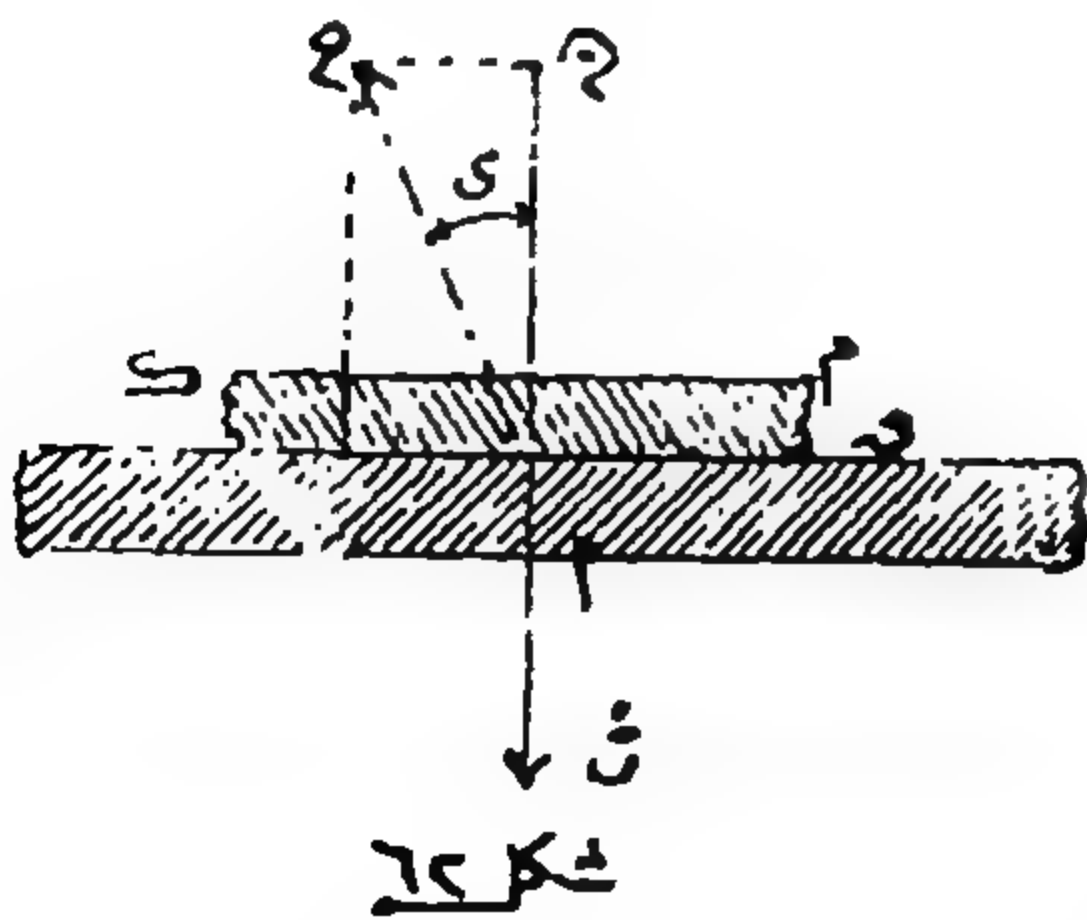
### في الاحتكاك

قد ظهر من التجربة أنه لأجل زلق جسم ما على مستو افقى يلزم وجود قوة ذات شدة معينة بحيث اذا أثر عليه بتأثير أقل من تلك القوة يبقى الجسم المذكور ساكناً وحينئذ فذلك الجسم يكون متأثراً بثقله وبالقوة التي تميل لتحريكه ولكن حيث أن هاتين القوتين لصاحبة محصلة مائلة على المستوى ولا تغدرا الا برد فعل ذلك المستوى فحينئذ يكون رد الفعل المذكور مائلاً على سطح المستوى المذكور ويمكن تحليله الى قوتين احدهما عمودية على المستوى وتوازن مع ثقل الجسم المذكور ولا تحدث أدنى مقاومة للحركة - والأخرى مماسة للسطح المسابق ذكره وهي التي يلزم ان يتغلب عليها لأجل تحريك ذلك الجسم

وحينئذ متى ابتداء الجسم المذكور في الحركة - فإن رد الفعل المماس يكون هو الاحتكاك في مبدأ الحركة وقد ظهر من التجربة أيضاً أنه متى كان الجسم متحركاً على سطح افقى بناء على سرعته المكتسبة فان حركة تأخذ في النقص بالاستمرار الى ان يكن المتحرك المذكور ويفهم من ذلك حينئذ انه لا بد من وجود قوة يعجزه في الجهة المضادة للحركة كانت سبباً في اعدام القدرة لكية التي كانت لذلك الجسم فهذه القوة المماسية للسطح المذكور هي الاحتكاك في اثناء الحركة

وعلى هذا فلا يكون لقوة الاحتكاك وجود متى كان الجسم غير متأثر بالحركة وانها تأخذ في الظهور متى مالت قوة لتحريكه وتزايد بازدياد القوة المحركة الى ان يتحرك الجسم المذكور وحينئذ فتكون مساوية للقوة المحركة المذكورة ثم ان قوة الاحتكاك تنقص عادة قليلاً بمجرد تحرك الجسم وبعد ذلك تبقى ثابتة في مدة الحركة

وقوة الاحتكاك هي دائماً مجهة في الجهة المضادة للحركة



زاوية الاحتكاك - اذا فرض جسم م شكلاً موضوع على مستو افقى وكان

متأثراً بثقله ث فقط فإن رد الفعل  $R$  للمستوى يكون مساوياً ومضاداً

مباشرة للثقل ث لكن اذا أوقع على الجسم المذكور قوة مثل  $P$  بحيث

يصير ازديادها شيئاً فشيئاً الى ان يتحرك الجسم فإن تلك القوة تكون مساوية لقوة



## الاحتكاك ك

وحينئذ فالجسم يكون متأثرا بالقوتين ث، د، وبرد الفعل ع للمستوى ورد الفعل هذا يمكن اعتباره مؤثرا في النقطة ا التي هي نقطة تلاقي الرأسى المار بمركز ثقل الجسم بالمستوى الأسفل له وحيث أن الجسم متزن فيلزم ان يكون رد الفعل ع مساويا ومضادا مباشرة لمحصلة القوتين د، ث اذا تقرر هذا فالزاوية ي التي يصنعها رد الفعل المذكور مع الخط العمودي للسطح المضغوط هي مالتى بزاوية الاحتكاك

معامل الاحتكاك - معامل الاحتكاك هو النسبة بين قوة الاحتكاك والضغط العمودي للجسم على السطح المضغوط وحينئذ اذا رمز لمعامل الاحتكاك المذكور بالرمز د يكون

$$د = \frac{ك}{ج} = \frac{د}{ج}$$

ولكن من مثك ع ٢ القائم الزاوية يحدث

$$\frac{د}{ج} = \frac{ك}{ج} = طاي \text{ وعليه يكون}$$

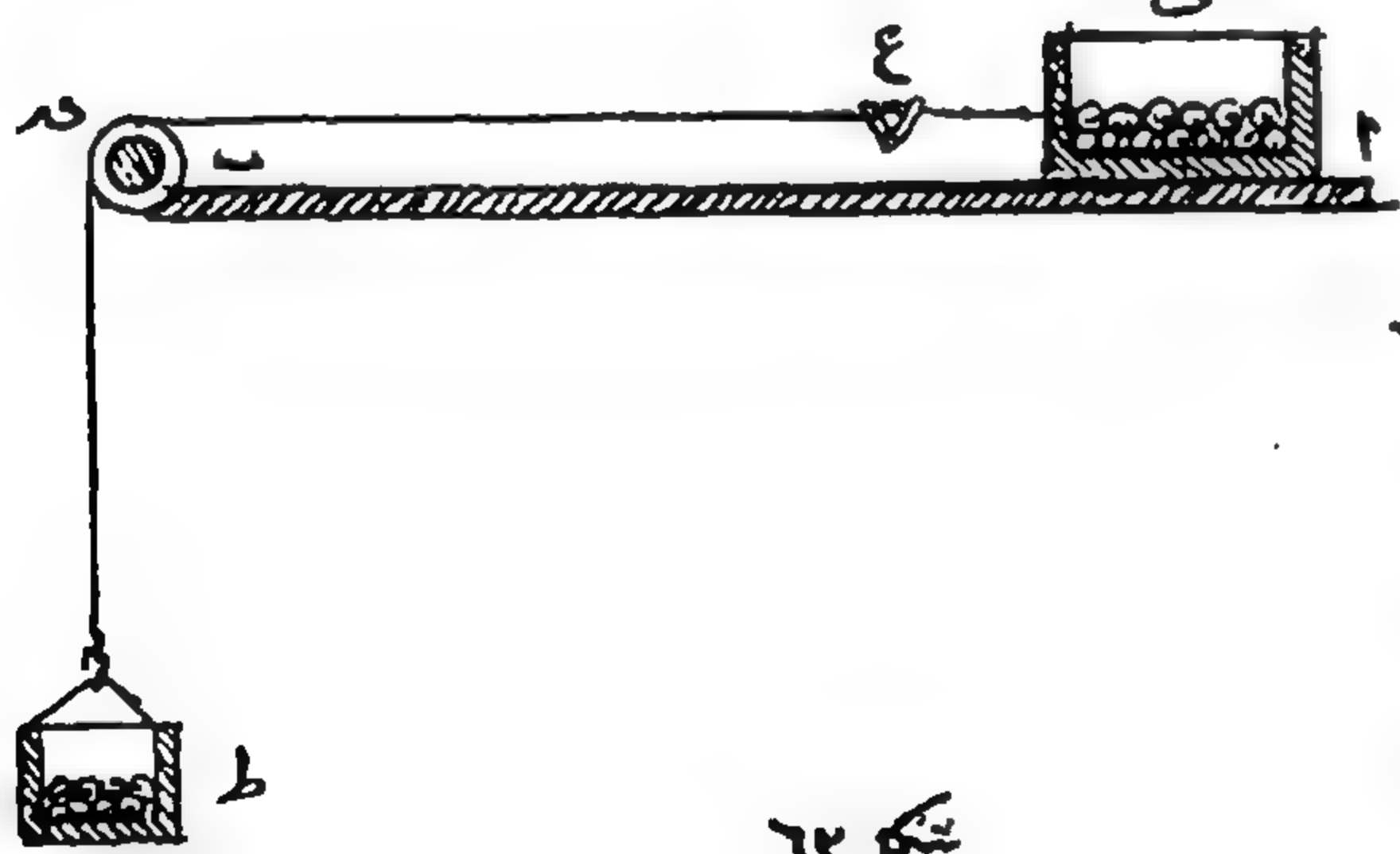
$$د = طاي$$

اعنى ان معامل الاحتكاك يساوى ظل زاوية الاحتكاك

مارسة الاحتكاك بالتجربة

الاحتكاك في مبدأ الحركة - قوانين الاحتكاك وضعها المعلم كلوب بناء على التجارب التي اجراها ثم حققها بعد المعلم موران بطرق دقيقة جدا كما ياتي

وهي انه جعل مادة عريضة من البلوط اب شكل ٢٤ افقية بالضبط ووضع عليها صندوقا ف مشاه على ثقل معلوم وربط ذلك الصندوق بجبل مرتبط بدناموت ع ومار على مقربة د ثم علق في نهاية الجبل المذكور



كفة مثل ط ووضع فيها انقالا تدريجيا الى ان ابتداء

الصندوق ف في التحرك ورصد شدة الجبل من الدناموت

ع فهذه الشدة تكون مساوية لقوة الاحتكاك ك

وبقسمة تلك القوة على ث الذي هو عبارة عن الضغط

الرأسى للصندوق على المادة ينتج مقدار معامل الاحتكاك

د في مبدأ الحركة

ويمكن تغيير مقدار الجبل الذي يوضع داخل الصندوق وكذلك السطوح المحتكة بتكسية المادة وقاع الصندوق من الخارج بالسطوح المختلفة التي يراد اجراء التجربة عليها

الاحتكاك في مدة الحركة - قد وصل المعلم موران حركة البكرة د بجهاز مبين للحركة فأى ان حركة الصندوق منتظمة الجلة وعلم حينئذ انها ناشئة من قوة ثابتة (بموجب ما تقدم) وتلك القوة المحركة

تساوى

تساوي بدهية الفرق بين شد الجبل للصندوق الذي يرمز له بالرمز ش وبين قوة الاحتكاك مدة الحركة التي يرمز لها بالرمز ك ولكن قد ظهر من رصد الدينامومتر أن ش ثابت مدة تحرك الصندوق وحيث أن الفرق ش - ك ثابت أيضا كما تقدم فيعلم من ذلك أن ك تكون ثابتة وعليه فتكون قوة الاحتكاك غير متعلقة بالسرعة

ولأجل تعيين مقدار ك تقدر بالضبط المسافة ه التي يقطعها الصندوق في الزمن ث ثم نرسل ثقل الكفة ط مع الحمل الذي فيها بالرمز و ولنقل الصندوق مع حمله بالرمز ث ثم يقال حيث أن القوة و - ك تحدث للجسم  $\frac{و + ث}{ح}$  حركة منتظمة البجالة التي نرسل لبجالتها بالرمز و فيكون

$$و - ك = \frac{و + ث}{ح} \times و$$

ولكن بموجب ما تقدم ه =  $\frac{و + ث}{ح}$  ومنها يحدث

$$و = \frac{و + ث}{ح} \text{ وعليه يكون}$$

$$و - ك = \frac{و + ث}{ح} \times \frac{و + ث}{ح} \text{ أو}$$

$$ك = و - \frac{و + ث}{ح} \times \frac{و + ث}{ح}$$

ومن هذه المعادلة يتعين مقدار ك وبقسمة ك على ث يحصل على مقدار معامل الاحتكاك في مدة الحركة الذي يرمز اليه بالرمز و

قوانين الاحتكاك - قد ظهر من تجارب المعلم كلومب والمعلم موران القوانين الآتية

- |        |  |
|--------|--|
| الأول  | قوة الاحتكاك تناسب الضغط العمودي   |
| الثاني | إنها تتعلق بجنس سطوح التماس  |
| الثالث | إنها غير متعلقة بانساع سطوح التماس   |
| الرابع | إنها غير متعلقة بسرعة الحركة   |
| الخامس | بالنسبة للأجسام العالقة للانضغاط فإنه بعد حصول التماس بمدة قليلة يكون الاحتكاك كبيرا في مبدأ الحركة عن مدة الحركة وأما بالنسبة للأجسام الصلبة فيقطع النظر عن هذا الفرق بسبب أنه يكون صغيرا جدا |

#### تنبيهات

الأول - ولأن قوة الاحتكاك غير متعلقة بالسرعة لكن الشغل المبذول بالأحكاك ليس كذلك لأنه إذا رمز للضغط العمودي بالرمز و ولسرعة الجسم بالرمز ح ولمعامل الاحتكاك بالرمز و فإن مقدار شغل الاحتكاك في مدة ثانية يكون

$$\text{شغل الاحتكاك} = و \times ح \times ث$$

وبينهم من ذلك أن شغل الاحتكاك متناسب بالسرعة

الثاني - القانون الرابع للاحتكاك لم يحققه المعلم موران إلا بالنسبة للسرع المحصورة بين صفر



احتكاك الأصابع - اعلم ان احتكاك الأصابع على مساند لها هو عين احتكاك السطوح المستوية على بعضها ومن المهم اعطاء الأصابع قطراً أصغر مما يمكن بحيث يكون مناسباً لصلابة الآلة لأنه اذا فرض ان  $\omega$  هو نصف قطر الأصبع وان  $r$  هو الضغط العمودي الذي يحدته الأصبع على المسند وأن  $\mu$  هو معامل الاحتكاك وان  $n$  هو عدد الدورات في الدقيقة فتكون قوة الاحتكاك هي  $\omega \mu r n$  والمسافة المقطوعة في الثانية هي  $\omega r$  ط  $\omega$  ج

والشغل المتبع بالاحتكاك الذي يرهز اليه بالرنش شو  
ويرى من ذلك ان الشغل العادم بالاحتكاك يزداد تبعا لنصف قطر الأصبع ويكون من المفيد حينئذ  
تقليل نصف القطر المذكور وانما يمكن تطويل الأصبع بدون حصول اذى ضرر حيث ان الاحتكاك  
غير متعلق بانساع سطوح التماس

الدهانات - قد ظهر من التجربة ان الاحتكاك ينقص نقصا عظيمًا باستعمال الدهانات الموافقة بين السطوح الممتكة فأن معامل احتكاك الحديد على الظهر الذي هو ٥,٥ ر. ينخفض الى ٣,٣ ر. باستعمال دهان الزيت المتجدد بالاستمرار

ويفهم من ذلك حينئذ انه من الضروري دهان السطوح الخشبية وأن آلات التزييت أو التشحيم هي من الأمور المهمة جداً

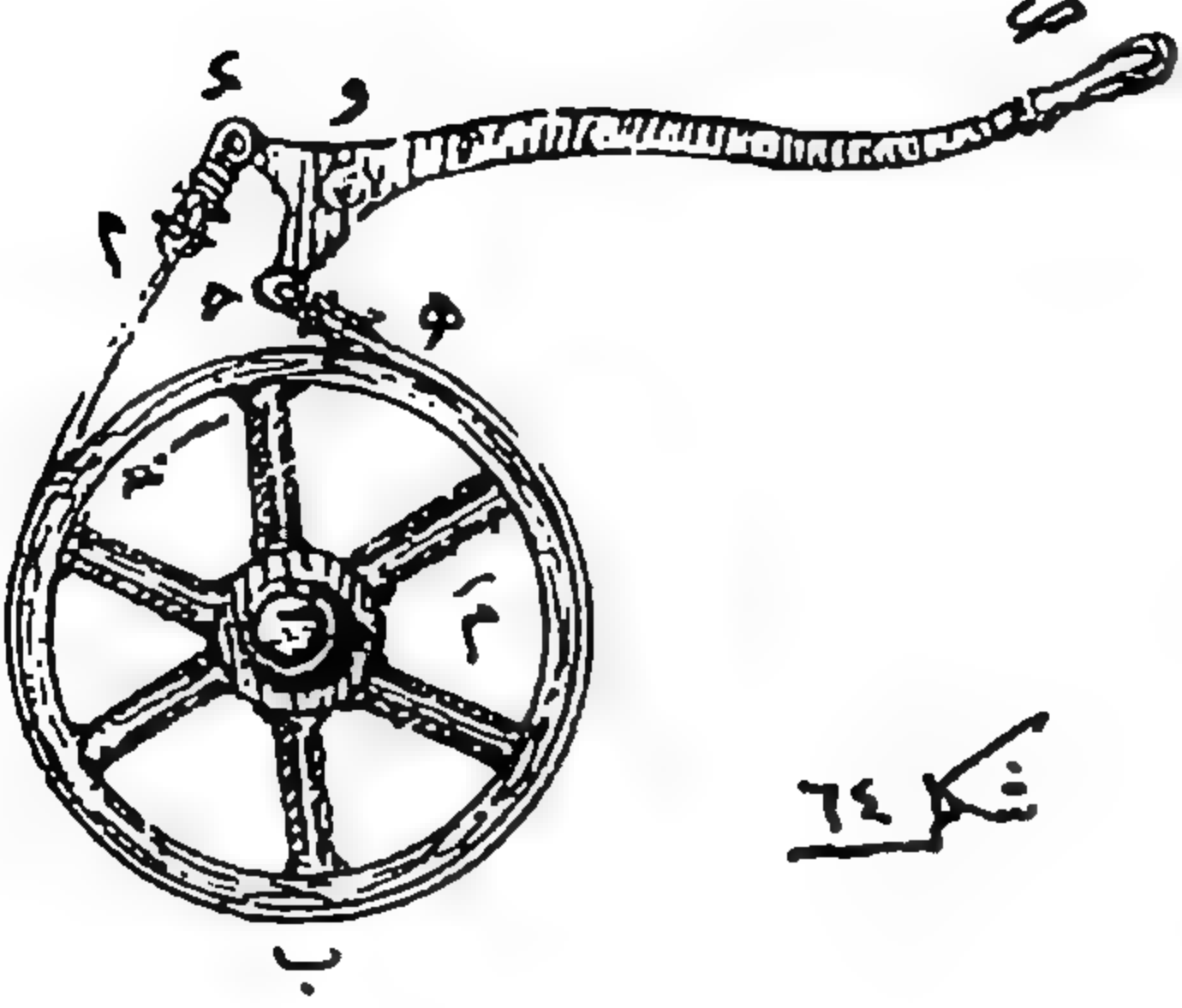
وأحسن الدهانات في جميع الأحوال هو الدهان المسائل الذي لا يندفع الى الخارج في الأحوال  
المستعمل فيها

فالهواء يكون دهانا جيدا اذا امكن حفظه بين السطوح المتحركة والماء يكون افضل من الزيت ان لم يكن سريع  
الانقذا فبالسهولة وقد يستعمل الماء بكثرة لمنع تسخين القطع بالاحتكاك وفي هذه الحالة يفضل استعمال  
ماء الصابون

ولأن الاحتكاك مقاومة ثأنوية يتقلع عادة بلا فائدة جزاً من الشغل المحرك إلا أنه مفيد في كثير من الأحوال  
فأنه لولا الاحتكاك لما أمكن سير الآلى والحيوانات ووابورات السكك الحديدية على الأرض وعلى  
القضبان وما أمكن تثبيت المسامير المعتادة والمسامير البرمة في الاحكام الناعمة وما أمكن ثبات  
سيور الحركة على طابرها وما أمكن ثبات المستويات المائلة بميل قليل وهكذا  
فالاحتكاك هو السبب في إبطاء سير العربات بواسطة الفواصل التي هي عبارة عن قطع من الخشب  
يمكن زلقها على العجل بواسطة رافعة ذات برمة ففي بعض الآلات وعلى الخصوص في العيارات  
الجسيمة ( أي الرنشات ) تستعمل فرملة ذات شريط شكل ٤ لمنع الأحمال من التزول بسرعة عظيمة

وہی

وهي عبارة عن شريط معدني  $اب$  مرتبط برافعة على شكل مخصوص  $ك$  و  $و$  تسمح بزئق الشريط المذكور لبسدة على محيط طارة  $م$



شكل ٦٤

الفرملة الدينامومترية للعلم بروفي - قد استعمل المعلم بروفي الاحتكاك بفائدة عظيمة لتقدير شغل محور الحركة في الآلات المستعملة لإدارة ورشة بواسطة آلة مخصوصة منسوبة له عبارة عن فرملة وهي تتركب كما في شكل ٦٥ من قضيب  $ك$  معلق في نهايته كفة  $هـ$  وهذا القضيب مثبت على محور الحركة  $ا$  بواسطة طوق من الخشب  $و$   $ي$  الذي يمكن زنته على المحور المذكور بالاختيار بواسطة الصامولتين  $ف$   $ا$   $ق$  وبواسطة المائتين  $هـ$   $ا$  يمكن منع الرافعة  $ب$  من الدوران مع محور الحركة. فلتقدير الشغل بواسطة الآلة المذكورة يمنع انصاف الآلة المحركة بجميع آلات الورشة (أي المككات) وزئق الطوق  $و$   $ي$  في تدريجها إلى أن تكون سرعة محور الحركة مساوية لسرعة حالة الانتظام ثم يوضع بعد ذلك في الكفة  $هـ$  اثنان إلى أن تصير الرافعة أفقية وحينئذ فيكون الاحتكاك متساويا للشغل الذي كان يلزم أن يؤديه محور الحركة لمككات الورشة وعلى هذا إذا مضى لقوة الاحتكاك بالرمز  $هـ$  ولضرب قطر محور الحركة بالرمز  $و$  ولعدد الدورات في الثانية بالرمز  $د$  فيكون شغل الاحتكاك مبينا بالمعادلة الآتية

$$ش = هـ = د \times ط \times و$$

وحيث أن الرافعة أفقية فيكون الثقل  $ث$  الموضوع في الكفة متزاع قوة الاحتكاك وحينئذ إذا مضى لطول ذراع الرافعة بالرمز  $ل$  يكون

$$هـ \times و = ث \times ل \quad \text{وعليه يكون}$$

$$ش = هـ = ث \times ل \times د \times ط$$

وحيث أن جميع المككات الداخلة في الطرف الثاني يمكن تقديرها بالضبط فيتعين مقدار شغل الاحتكاك أي شغل محور الحركة بالضبط كذلك

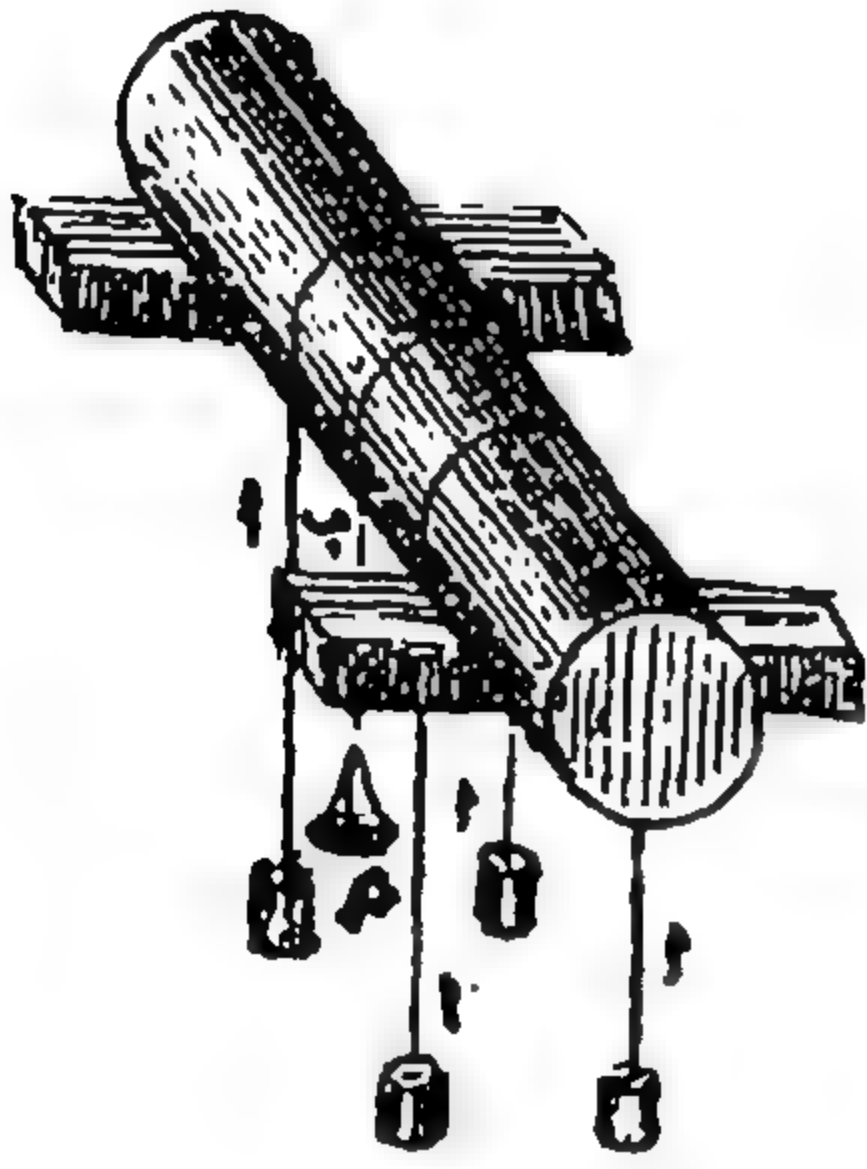
ولأجل قطع النظر عن ثقل الفرملة في أثناء العمل بها يوضع في طرفها  $ب$  ثقل اتزان بحيث أن الرافعة تكون أفقية متى كانت متأثرة بالتساقل فقط والآن يلزم أن يعلق القضيب من نقطة  $د$  في دينامومتر قبل زئق الفرملة على المحور ويقدر الشغل الذي إذا وضع في الكفة  $هـ$  يحدث تأثيرا مساويا للتأثير



الناجم من ثقل الزمالة - ثم يضاف الثقل المقدّر المذكور الى الحمل الذي يوضع في الكفة هـ  
مقاومة الاحتكاك في التدرج

قد ظهر من التجربة أنه لاجل تدرج اسطوانة على سطح مستو افقي يلزم وجود قوة معينة ويلزم أيضا  
قوة لحفظ انتظام الحركة - وحينئذ فالسطح المذكور يحدث مقاومة للتدرج تسمى بالاحتكاك التدرج  
أو بالاحتكاك من النوع الثاني

الممارسة التجريبية لاحتكاك التدرج - قد عملت هذه التجربة بوضع اسطوانة أودريل على دأرتين  
موضوعتين في استواء واحد افقي بالضبط شكل ٦٦ وهذا الدرفيل  
يمكن تحمله بانثقال متساوية معلقة في نهايات أحيال موضوعة عليه  
حتى يصير ثقله كبيرا ثم يحصل تحريك الدرفيل المذكور بوضع انثقال في  
الكفة هـ المعلقة في الجبل ب الملتف على الاسطوانة جملة لفات  
وقد ظهر من تلك التجربة ما يأتي



شكل ٦٦

قوانين احتكاك التدرج - أولا ان المقاومة للتدرج مناسبة  
للحمل وثانيا مناسبة عكسا لقطر الاسطوانة أي الدرفيل  
وحيث ان اذار من الرمز ك للمقاومة للتدرج وبالرمز د لمعامل  
احتكاك التدرج وبالرمز ع للحمل وبالرمز ب لقطر الدرفيل يكون  
$$K = \frac{C}{D}$$

وقد ظهر ان معاملات الاحتكاك في التدرج اصغر بكثير من معاملات الاحتكاك في الانزلاق وحينئذ  
عند ما يراد تحويض الانزلاق بالتدرج تستعمل الدرافيل لتحريك الانثقال عوضا عن زلقها على الأرض  
وبتحويض الصناديق المجرورة على قاعها بعربات ليستأمن الاحتكاك الانزلاقي للصندوق بالاحتكاك  
تدرج على العجل على الأرض واحتكاك انزلاقي للمحاور في عجلها وهكذا

(تنبيه) - في حالة التدرج كما في حالة الانزلاق يكون الاحتكاك في مدة الحركة أقل من الاحتكاك  
في مبدأ الحركة - ويجدد حصول الحركة - فان معامل الاحتكاك في مبدأ الحركة ينقص  
دفعه واحدة لاجل ان يكون مقداره مساويا لمقدار الاحتكاك في مدة الحركة - وهالك  
جدولين مشتملين على معاملات الاحتكاك

## معاملات الاحتكاك

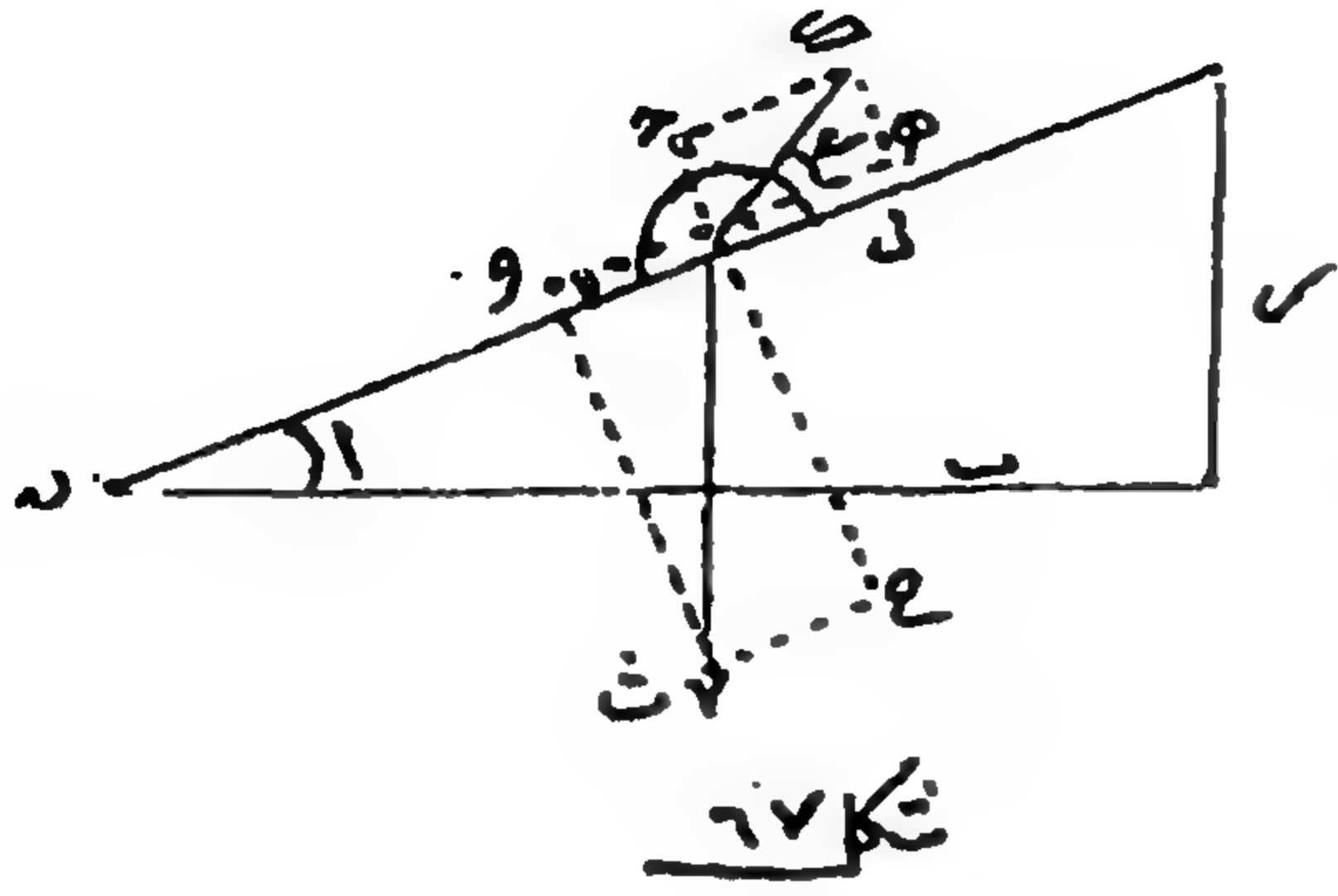
الاحتكاك في الانزلاق					حالة السطوح المتحركة	جنس السطوح المتحركة
في مدة الحركة	في بداية الحركة	في بداية الحركة	في بداية الحركة	في بداية الحركة		
زوايا الاحتكاك	زوايا الاحتكاك	زوايا الاحتكاك	زوايا الاحتكاك	زوايا الاحتكاك		
٤٩ ٥٠	٤٨ ٥٠	٤٨ ٥٠	٤٨ ٥٠	٤٨ ٥٠	بدون دهان	بلوط على بلوط
١٤ ٥٤	١٤ ٥٤	١٤ ٥٤	١٤ ٥٤	١٤ ٥٤	منديان بالماء	شرح
٩ ٥٦	٩ ٥٦	٩ ٥٦	٩ ٥٦	٩ ٥٦	الدهان بالصابون الجاف	شرح
٤ ٥٥	٤ ٥٥	٤ ٥٥	٤ ٥٥	٤ ٥٥	الدهان بالشحم	شرح
٤١ ٤٨	٤١ ٤٨	٤١ ٤٨	٤١ ٤٨	٤١ ٤٨	بدون دهان	حديد على بلوط
١٤ ٥٥	١٤ ٥٥	١٤ ٥٥	١٤ ٥٥	١٤ ٥٥	منديان بالماء	شرح
٤ ٤٠	٤ ٤٠	٤ ٤٠	٤ ٤٠	٤ ٤٠	الدهان بالشحم	شرح
٤٩ ١٥	٤٩ ١٥	٤٩ ١٥	٤٩ ١٥	٤٩ ١٥	بدون دهان	سيدر من الجبل على بكرة من الزهر
١٩ ٤٨	١٩ ٤٨	١٩ ٤٨	١٩ ٤٨	١٩ ٤٨	منديان بالماء	شرح
١١ ١٩	١١ ١٩	١١ ١٩	١١ ١٩	١١ ١٩	بدون دهان	معدن على معدن
٤ ٥٠	٤ ٥٠	٤ ٥٠	٤ ٥٠	٤ ٥٠	الدهان بشحم الخنزير	شرح
٤ ٤٥	٤ ٤٥	٤ ٤٥	٤ ٤٥	٤ ٤٥	الدهان بزيت الزيتون	شرح

الاحتكاك في التدحرج		احتكاك الاصابع على ساندوها		
زوايا الاحتكاك	تدحرج العجلات التي تدور على سطحها من حديد على جسر أفقية	زوايا الاحتكاك	حالة السطوح المتحركة	السطوح المتحركة
٥٠ ٦٤	الحجر من لاط حديد	٥٠ ٦٤	دهان دسم	زهر على زهر
٥٠ ٦٤	حالة صيانة الحجر اعتيادية	٥٠ ٦٤	الدهان بالزيت أو بشحم الخنزير	شرح
٥٠ ٦٤	الحجر مبلط وحالة الصيانة اعتيادية	٥٠ ٦٤	بدون دهان	زهر على طوج
٥٠ ٦٤	الحجر مجروح وحالة الصيانة جيدة جدا	٥٠ ٦٤	الدهان بالزيت أو بشحم الخنزير	شرح
٥٠ ٦٤	سطح الحجر مكون من مدادات من البلوط الخام	٥٠ ٦٤	دهان دسم قليلا	حديد على طوج
٥٠ ٦٤	التدحرج على اشرطة مبطنة من الحديد	٥٠ ٦٤	دهان دسم ومنديان بالماء	شرح
٥٠ ٦٤	التدحرج على قضبان من الحديد	٥٠ ٦٤	الدهان بشحم الخنزير العتيق	شرح
		٥٠ ٦٤	الدهان بالزيت أو بشحم الخنزير	شرح
		٥٠ ٦٤	الدهان بالزيت المتجدد باستمرار	شرح



توازن جسم على مستو مائل باعتبار الاحتكاك

إذا فرض أولاً أن الجسم الموضوع على مستو مائل شكل ٧٧ غير متأثر إلا بالتأثير من البدية أن الحركة تحصل في هذه الحالة على اتجاه المستقيم الأعظم ميله للمستوى وفي هذه الحالة يكون الجسم المفروض متعادلاً في اتجاه



المستقيم المذكور لتأثير قوتين أحدهما ث حاء ١ وهي القوة المحركة - والأخرى الاحتكاك وهو القوة للقاومة وحيث أن هذا الاحتكاك يناسب بناء على ما تقدم للضغط العمودي ث حاء ١ الواقع على المستوى المائل من الجسم المسالف ذكره فإذا رمز بحرف  $\mu$  لمعامل الاحتكاك الموافق للسطحين المتكئين يكون مقدار الاحتكاك المذكور هو

$$\mu \text{ ث حاء ١}$$

وحيث أن الاحتكاك يقاوم الحركة - دائماً فيرى أنه إذا تحرك الجسم يكون تحركه ناشئاً عن المحصلة

$$\text{ث حاء ١} - \mu \text{ ث حاء ١}$$

فإذا كان  $\mu = ١$  . يكون حاء ١ =  $\mu$  حاء ١ . ولكن حيث أنه بازدياد  $\mu$  يزداد حاء ١ وينقص حاء ١ وكان ث حاء ١ ثابتين فلا بد أن يوجد للزاوية  $\mu$  مقدار به يكون

$$\text{ث حاء ١} = \mu \text{ ث حاء ١} \text{ ومنه يحدث}$$

$$\mu = \frac{\text{ث حاء ١}}{\text{ث حاء ١}} = \text{طا ١} \dots \dots \dots (١)$$

وهذه المعادلة تحقق ما تقدم والزاوية التي تحقق هذا الشرط تسمى بزاوية الانزلاق أو بزاوية الاحتكاك كما تقدم

ومن الارتباط (١) تنبع طريقة لتعيين مقادير معاملات احتكاك الأجسام وكيفي لذلك تميل المستوى إلى أن تبدأ الحركة وتعين زاوية  $\mu$  وبناء عليه يتعين طا ١ الذي هو مقدار  $\mu$  ويشاهد من الارتباط السابق أيضاً أنه بالنسبة لزاوية الانزلاق يحصل التساوي بين المركبة المحركة ث حاء ١ وبين الاحتكاك  $\mu \text{ ث حاء ١}$  ويكون الجسم حينئذ متزاناً توازنه غير شاذي أعني أنه يتحرك بأدنى قوة وعند ما تزيد زاوية  $\mu$  عن زاوية الانزلاق فالقوة المحركة ث حاء ١ تصير أعظم من قوة الاحتكاك وتحصل الحركة حينئذ

ومنى كانت الزاوية  $\mu$  أقل من مقدار زاوية الانزلاق أي زاوية الاحتكاك فالمركبة ث حاء ١ تكون أقل من الاحتكاك  $\mu \text{ ث حاء ١}$  وحيث أن الاحتكاك ليس قوة محركة قط فينبغي من ذلك أن الجسم يكون متزاناً توازنه ثابتاً

وحيث أنه من معادلة (١) يرى أن معامل الاحتكاك يساوى ظل زاوية الانزلاق فإذا كان  $\mu = ١$  .

يكون

يكون  $\epsilon = \text{طا} \text{ أ} = ١٩٤$ .

وإذا قطع النظر عن الاحتكاك يحصل على الارتباطات السابقة في الاستاتيكا  
وثانيا إذا كان الجسم متأثرا بقوى مختلفة خلاف الثقائل فلاجل أن الجسم المذكور يتبع اتجاه المستقيم  
الأعظم ميلا في هذه الحالة يلزم أن محصلة القوى الأخرى توجد في مستو رأسى مار بالمستقيم المذكور  
وحيث أن إذا فرض كما في شكل ٦٢ أن  $\epsilon$  هي محصلة القوى المؤثرة على الجسم خلاف ثقله وأن  $\theta$  هو  
ثقل الجسم المذكور وأن  $\phi$  هي الزاوية التي تصنعها القوة  $\epsilon$  مع المستقيم الأعظم ميلا للمستوى  
وأن  $\alpha$  هي زاوية ميل المستوى على الأفق يحلل كل من القوتين  $\theta$  و  $\alpha$  إلى قوتين أخرتين أحدهما موازية  
للمستوى المائل والأخرى عمودية عليه وحيث أن محصلة القوتين الموازيين للمستوى المائل تكون هي القوة  
الحركة وهذه المحصلة من بعد ملاحظة أن المركبتين يؤثران في جهتين متضادتين بناء على شكل ٦٢ السابق  
يكون مقدارهما مساويا إلى

ث ١٢ -  $\epsilon \text{ حاء} \dots \dots (٢)$

ومحصلة المركبتين العموديتين على المستوى المذكور تكون هي الضغط الواقع بين السطحين المتحركين ويتولد  
عنها الاحتكاك وهذه المحصلة من بعد ملاحظة أن المركبتين المذكورتين يؤثران في جهتين متضادتين  
تكون مساوية إلى

ث ١٢ -  $\epsilon \text{ حاء} \dots \dots (٣)$

وهو مقدار يجب أن يكون دائما موجبا كي يتحرك الجسم المفروض على المستوى المذكور باحتكاك  
وإذا كان المقدار المذكور معدوما يتحرك الجسم المذكور بالتوازي للمستوى المائل بدون احتكاك  
وإذا كان ذلك المقدار سالبا فإن الجسم يتباعد عن المستوى السالف ذكره  
وحيث أن المقدار السابق هو مقدار الضغط العمودي الواقع بين السطحين المتحركين فيكون مقدار  
الاحتكاك هو

٤ (ث ١٢ -  $\epsilon \text{ حاء}$ )

وحيث أن الاحتكاك يؤثر دائما في الجهة المضادة للحركة فيخرج من ذلك أنه متى كان  $\theta < \epsilon \text{ حاء}$   
أعني متى كان المقدار (٢) موجبا فإنه إذا تحرك الجسم يظل على المستوى المائل ويتحرك عليه كما إذا  
كان مطلقا بالكلية وغير متأثر إلا بالمحصلة الوحيدة

ث ١٢ -  $\epsilon \text{ حاء} - \epsilon$  (ث ١٢ -  $\epsilon \text{ حاء}$ )

وكذا يقال كما في الحالة الأولى أن الجسم يتحرك أو يصير في توازن غير ثباتي أو في توازن ثباتي  
على حسب ما تكون تلك المحصلة موجبة أو معدومة أو سالبة على التناظر  
وإذا كان  $\theta > \epsilon \text{ حاء}$  أعني متى كان مقدار (٢) سالبا فإنه إذا تحرك الجسم يصعد  
على المستوى المائل المذكور ويتحرك عليه كما إذا كان متأثرا بالقوة الوحيدة

م ١٠ . ديناميك



فإذا أثرت القوة ك على علي بين ح ع فإن ارتباط (ب) يبقى بعينه وأما إذا أثرت على يار ح ع  
المذكور فركبتها ح ع ح ع تنضم على المركبة ث ح ا ويؤول الارتباط المذكور إلى  
ث ح ا + ح ع ح ع

حركة جسم متحرك على مستوى مائل - حيث انه بناء على ما ذكر يمكن ان تؤول جميع القوى الثابتة المؤثرة على المتحرك الى قوة واحدة ثابتة موجهة في اتجاه المستقيم الاعظم ميلا للمستوى فالمتحرك يتحرك في اتجاه ذلك المستقيم بحركة منتظمة البجالة وحينئذ اذا قسمت القوة الوحيدة في المؤثرة على المتحرك على الجسم  $m = \frac{W}{g}$  للتحرك المذكور فانه يحصل على البجالة و بناء على ما تقدم ومن علمت تلك البجالة فانه يمكن معرفة مقدار السرعة المكتسبة في نهاية الزمن  $t$  وهو  $v = at$  ثم المسافة  $s$  المقطوعة في نهاية الزمن المذكور وهي  $s = \frac{1}{2}at^2$  واذا فرض ان  $c = 1$  كيلوجراما ،  $t = 100$  كيلوجراما ،  $a = 10$  فانه يكون

$$\begin{aligned} 1.74 &= 1.74 \times 100 = \frac{174}{1} = \frac{87}{50} = 1.74 \\ 1.96 &= \frac{98}{50} = \frac{49}{25} = 1.96 \\ 1.96 &= 100 \times 1.96 = 196 = 196 \\ 1.96 &= \frac{100 \times 1.96}{100} = \frac{196}{100} = 1.96 \end{aligned}$$

أنه في هذه الحالة حيث ان القوة الوحيدة التي تحدث الحركة هي عبارة عن المركبة  $\frac{W}{\sin \theta}$  الثقلي  
ت بالتوازي للمستوى فمجملة المتحرك تكون بناء على ما تقدر هي  
$$W = \frac{W \sin \theta}{\sin \theta} = \frac{W}{\sin \theta}$$

وحيث أن السرعة المكتسبة في نهاية الزمن  $t$  تكون هي

(1) ..... ع = ح ح ا ١ × ن

ثم ان المسافة المقطوعة في نهاية الزمن  $t$  المذكور تكون هي

هـ =  $\frac{1}{c}$  حطام  $\times$  نر ..... (ج)

فإذا كان ه عباوة عن الطول الكلى ل المستوى وكان ن هو الزمن الذى فيه يتقل المتحرك من رأس المستوى المذكور لغاية نهايته السفلى ه فإنه يكون

د =  $\frac{1}{2}$  ح ۱۱ لا من؟ ومنہا یحدث

(v) .....  $\frac{d\psi}{dt} = \dot{\psi}$

وإذا وضع مقدار من هذا عوضاً عنه في معادلة السرعة فإنه يحدث

$$\sqrt{16} \times \sqrt{9} = \sqrt{\frac{16}{9}} \times 16 \times 9 = 36$$

وبما حفظه أن له كما عبارة عن الارتفاع من المستوى المماثل يكون

$$\sqrt{v \Delta c v} = \varepsilon$$

وحينئذ فالسرعة التي يكتبها المتحرك عند مجيئه في نهاية المستوى من أسفل تكون مساوية للسرعة التي يكتبها عند سقوطه رأسيا من الارتفاع  $h$  بتأثير الثقالة فقط

وما قيل على الطول الكلي للمستوى المائل يمكن ان يقال على جزء حيثما اتفق في من طوله وعليه فاذا قطع المتحرك الطول لا يكون

$$\sqrt{u \cdot v} = \bar{e}$$

اعني أنه متى قطع المتحرك مسافة حيثما اتفق على طول المستوى المائل فإنه يكتب سرعة قدرها ع  
مساوية للسرعة التي يكتبها لوسط بالحرية من الارتفاع الرأسى  $r$  الذى تزل منه على المستوى  
المائل المذكور

وحيث ان مقدار السرعة ع غير متعلق بمقدار طول المستوى ل فيعلم من ذلك حينئذ ان الحركات  
التي تخرج جميعا بدون سرعة ابتدائية من نقطة واحدة يكون لها سرعة واحدة عند مجيئها في مستوى  
واحد افقي مهما كانت ميول المستويات التي تتحرك عليها تلك الحركات

وان كانت السرعة الكنتية غير متعلقة بميل المستوى ولا بطوله لكن الزمن الذي تستغرقه

تلك المحركات لوصولها الى المستوى الافق السالف ذكره ليس كذلك كما يتضح ذلك من قانون (ب)

وإذا كان للحرك سرعة ابتدائية ومنها ع فتلك السرعة تدخل في قانوني (١) (٢) مثل القوانين

العمومية السابقة ويحصل حينئذ بناء على القانونين الجديدين (١، ١) (٣) على مقدار السرعة

الملازمة بعد مسافة حيثما اتفق لي كما تقدر

تنبیه - حیث ان مدع الزول علی مستوی ماثل 



✓✓

۴ =  $r \times c$  و منها  $\frac{r}{c} = \frac{4}{r}$

لأنه إذا مد  $e$  و موازيا للمستقيم  $a$  أعني عمودا على  $d$  ثم جعلت نقطة  $o$  مركزا ونصف قطر  
 $oe$  ورسم نصف محيط دائرة فأنة يمر بنقطة  $a$  حيث ان كلا من الزاويتين  $e$  و  $e$  و  $e$  و تساوى  
 لزاوية  $e$  و وبناء عليه فيكون المثلث  $oea$  و متساوى الساقين أعني يكون  $oe = oa$   
 اذا تقدر هذا الجميع الاوتار الممتدة من نقطة  $a$  في نصف المحيط المذكور يقطعها المتحرك في زمن مساو  
 للزمن المستعمل لقطع الوتر  $ea$  بناء على التنبية السابق ولكن حيث ان المستوى  $d$  مماثل لنصف المحيط  
 السالف ذكره في نقطة  $e$  فكل نقطة أخرى خلافاً لنقطة  $e$  تكون خارجة عنه وبناء عليه  
 فالمتحرك لا يمكنه ان يصل الى النقطة الخارجة عن نصف المحيط المذكور الا في ازمة اكبر من الزمن  
 الذي يستعمله لقطع الوتر  $ea$  وهو المطلوب

اعلم ان الجسم الذي يتحرك في الماء مثلاً يكابد مقاومة من قبل الوسط المتقل فيه وحينئذ فيصرف من السفل المحرك ما يلزم لتحريك عناصر الوسط المذكور

ومقاومة الأواسط تختلف عن الاحتكاك حيث انها تزداد تبعاً للسرعة والانتساع لجسم المتحرك وهي مناسبة الى ما يأتي

أولا الى كثافة المائع  
وثانيا الى القطاع الأكبر للجسم المأخوذ عموديا على اتجاه الحركة  
وثالثا الى مربع السرعة

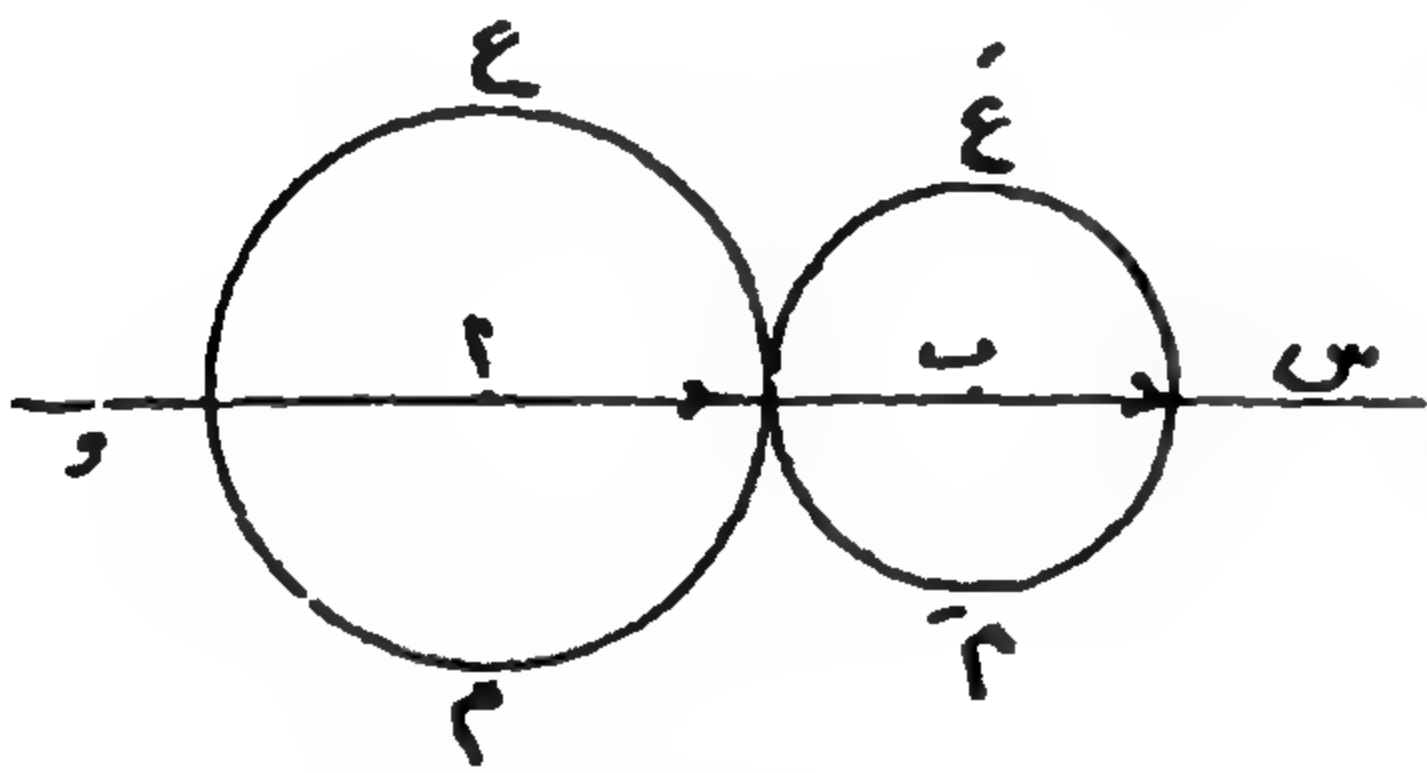
وقد ينتفع بمقاومة الاواسط في الطبيعة فانه لولا مقاومة الهواء لما طارت الطيور في الجو ولما  
انتظمت اصوات دقات الساعات الدقاقة وسرعة اسطوانة جهاز موران السابق الكلام عليه  
فيما تقدر ولولا مقاومة الماء لما امكن عوم السك والمراكب في البحار وهكذا

### في التصادم

عند البحث في تأثيرات التصادم نفرض أن الأجسام المتصادمة كروية الشكل وتامة الملامسة  
ومتجانسة بحيث تكون مراكز ثقلها منطبقا على مراكزها الهندسية

معامل المرونة - اعلم ان جميع الأجسام المعلومة لنا قابلة للانضغاط كثيرا أو قليلا وتميل بدرجات  
مختلفة للرجوع الى شكلها الأصلي متى زالت القوى الضاغطة عليها وهذه الخاصية هي المسماة بالمرونة  
والقوة الداخلية التي يبذلها أي جسم ليعود الى شكله الأصلي تسمى قوة الرد أي رد الفعل  
وقد علم من التجربة ان نسبة قوة رد الفعل الى قوة الضغط نفسها تكون ثابتة بالنسبة للمادة الواحدة  
مهما كانت مقادير قوى الضغط الا انها تختلف باختلاف المواد وهذه النسبة يمكن اعتبارها مقياسا  
لمرونة المادة ولذا تسمى غالبا بمعامل المرونة

وهذا المعامل لا يمكن في حال من الأحوال ان يكون أكبر من الواحد والمواد التي فيها المعامل المذكور  
سواء للواحد تسمى اجساما تامة المرونة والاجسام الاخرى تسمى غير تامة المرونة وكلما كانت  
معامل المرونة أكبر كان الجسم المطابق له أكثر مرونة ويمكن ان يقال انه لا يوجد جسم تام المرونة  
مطلقا ففي الكرات الصلب يكون معامل المرونة  $\frac{1}{5}$  وفي الكرة الزجاج يكون المعامل المذكور  $\frac{1}{17}$



شكل ٧

تعريف - الخط الواصل بين مراكز الكرات المتصادمة في  
محطة التصادم يسمى خط التصادم ويسمى التصادم مستقيما عندما تكون  
المراكز متحركة في اتجاه خط التصادم وفي الأحوال الأخرى يسمى التصادم مائلا  
فإذا صدمت كرة مثل 'أ' كرة أخرى مثل 'ب' شكل ٧  
تصادما مستقيما فإن تأثير الضغط المشترك بينهما ينشأ عنه

زيادة سرعة كرة 'ب' ونقص سرعة كرة 'أ' الى ان تتساوى السرعتان وحينئذ ينعدم الضغط المشترك بينهما  
فإذا كانت الكرتان غير مرنتين فإنها تتحركان بانتظام بالسرعة التي وصلتا اليها بعد التصادم  
وشدة هذا الضغط المشترك تتغير في أثناء الزمن الصغير الذي تضغط فيه الكرتان بعضها بعضا  
الا انه بالنسبة لتأثيره الذي ينشأ عنه كمية التحرك يعتبر له مقدار متوسط ثابت  
ويمكن تقدير مقدار التصادم بكمية التحرك 'س' التي يكتسبها أحد الجسمين 'ب' ويفقدها الآخر 'أ'



مع ملاحظة ان هذين التأثيرين على الكرتين المذكورتين يكونان متساويين في المقدار ومختلفين في الجهة

فاذا كانت الكرتان مرتين فان الضغط المشترك بينهما يستمر زمنا بعد تساوى سرعتها بسبب ميلها للرجوع الى شكلها الأصليين وكمية التحرك التي تكتسبها احد الكرتين وتفقدتها الاخرى بعد ذلك التي ترمز اليها بالرمز  $s$  تكون نسبتها الى كمية التحرك  $s$  لحادثة في المنة الاولى من التصادم كنسبة (١ : ١) وهذه النسبة تتعلق بمرونة مادتي الكرتين اعني ان  $s$  رمزها عامل المرونة وعليه يكون

$$s = s$$

وعند جميع حالات التحرك التي تكتسبها الكرة  $b$  وتفقدتها الكرة  $a$  تكون مساوية الى

$$s + s = s(1 + 1)$$

ولا يخفى ان الزمن الحاصلة فيه حادثة التصادم صغير جدا لا يمكن تقديره الا ان الايضاح الذي ذكرناه كاف لتصوره وارتقاء الفكر الى فهم معنى ان التصادم يحصل في زمن صغير جدا

التصادم المستقيم - اذا كانت كرتان غير مرتين متحركتين بسرعتين معينتين وتصادمتا تصادما مستقيما واريد إيجاد سرعة كل منهما بعد التصادم يقال

نفرض ان  $a$  و  $b$  هما سرعتا الكرتين  $a$  و  $b$  (شكل ٧) على التناظر قبل التصادم وان حركتهما حاصلتان في الاتجاهين المبينين بالسهمين

وحيث كانت الكرتان غير مرتين فانها يتحركان في جهة واحدة بعد التصادم بسرعة مشتركة رمزها  $c$  فاذا رمز بالرمز  $s$  كمية التحرك التي تفقدتها الكرة  $a$  وتكتسبها الكرة  $b$  في مدة التصادم ورمزنا ايضا للجسمي الكرتين  $a$  و  $b$  بالرمزين  $m$  و  $m'$  على التناظر يكون تحرك الكرة  $a$  بعد التصادم = كمية تحركها قبل التصادم ناقصا  $s$  اعني يكون

$$m'c = mc - s \quad (١) \quad \text{وبالمثل يكون}$$

$$m'c = m'c + s \quad (٢) \quad \text{وبالجمع يحدث}$$

$$m'c = mc + m'c + s \quad (٣) \quad \text{ومنها يحدث}$$

$$c = \frac{mc + m'c + s}{m + m'} \quad (٤)$$

واذا وضع عوضا عن  $c$  مقدارها في معادلة (١) وهي

$$s = m(c - c) \quad \text{بحدث}$$

$$s = m \left( \frac{mc + m'c + s}{m + m'} - c \right) = \frac{m(m'c - mc)}{m + m'} \quad (٥)$$

فن معادلة (٤) تتعين السرعة المشتركة  $c$  لكل من الكرتين بعد التصادم ومن معادلة (٥) تتعين كمية التحرك  $s$  التي تكتسبها الكرة  $b$  وتفقدتها الكرة  $a$

وينتج من ذلك اولا انه من معادلة (٢) يرى ان مجموع كميتي تحرك الكرتين بعد التصادم مساوي لمجموع كميتي

## كمية التحرك قبل التصادم

وثانيا بناء على معادلات (١)، (٢)، (٣) يمكن ان يوضع

$$\frac{m_1(u_1 - v_1)}{m_1 + m_2} = \frac{m_2(u_2 - v_2)}{m_1 + m_2} = u_1 - u_2 = v_1 - v_2$$

والسرعة التي تكتسبها

$$v_1 = \frac{m_1 u_1 + m_2 u_2}{m_1 + m_2} = \frac{m_1 u_1 + m_2 u_2}{m_1 + m_2}$$

وهذا الوضع مفيد احيانا

تنبيه - اذا كانت كرة ب متحركة في جهة مضادة لجهة حركة ١ قبل التصادم فإنه يلزم تغيير اشارة ع في المعادلات السابقة وبعبارة اخرى يمكن اعتبار ع ١ ع ٢ سرعة ١، ٢ بجريا على التناظر وتعتبر اشارتها في كل حالة من الأحوال حسب اتجاه التحرك الحقيقي ويجب ملاحظة ذلك فيما سياتي

وثالثا اذا تصادمت الكرة ١ مع الكرة ب وهي ساكنة فيمكن ان يوضع في المعادلات السابقة ع = ٠ فاذا كانت الكرتان ١، ٢ المذكورتان (شكل ٧) غير تامتى المرونة واريدها سرعة كل منهما بعد التصادم يقال

نفرض ان ع ١ ع ٢ سرعتا ١ قبل التصادم وبعد وان ع ١ ع ٢ سرعتا ٢ قبل التصادم وبعد أيضا ونفرض ان الكرة ١ هي التي تصدم كرة ب ونرمز بالرمز س ل كمية التحرك التي تفقدها الأولى وتكتسبها الثانية في المدة الأولى من التصادم أي قبل تساوي سرعتي الكرتين بسبب الانضغاط ثم نرمز بالرمز س ل كمية التحرك الناتجة من رد الفعل بعد تساوي سرعتي الكرتين الذي يحدث انفصال الكرتين المذكورتين عن بعضهما

وحيث ان بعد ملاحظة ان معامل المرونة هو ١ فهو موجب ما تقدم يكون

$$S = S_1 + S_2 \text{ ويكون}$$

$$S = S_1 + S_2 = S_1 + S_2 \text{ هو كمية التحرك الكلية التي تفقدها ١ وتكتسبها ٢ وحيث يكون}$$

$$\begin{cases} m_1(u_1 - v_1) - m_2(u_2 - v_2) = 0 \\ m_1(u_1 - v_1) + m_2(u_2 - v_2) = 0 \end{cases} \dots (١)$$

وحيث ان س هي كمية التحرك الناتجة من تضاعف الكرتين قبل ابتداء قوة مرونتهما في التأثير فيكون مقدارها كالوكانت الكرتان غير مرنتين وحيث موجب ما تقدم يكون

$$S = \frac{m_1(u_1 - v_1) + m_2(u_2 - v_2)}{m_1 + m_2}$$

واذا وضع عوضا عن س مقدارها في معادلتى (١) يحدث

$$\begin{cases} \frac{m_1(u_1 - v_1) + m_2(u_2 - v_2)}{m_1 + m_2} - u_1 = \frac{m_2}{m_1 + m_2} (u_2 - v_2) \\ \frac{m_1(u_1 - v_1) + m_2(u_2 - v_2)}{m_1 + m_2} + u_2 = \frac{m_1}{m_1 + m_2} (u_1 - v_1) \end{cases} \dots (٢)$$



ومن هاتين المعادلتين يمكن تعيين سرعتي  $u$  و  $v$  بعد التصادم  
وينتج من ذلك أولاً أنه يجمع معادلتى (١) الى بعضهما طرفاً يحدث

$$m_1 u_1 + m_2 u_2 = m_1 v_1 + m_2 v_2$$

أعني ان مجموع كمية التردد بعد التصادم لا يتغير بتأثير التصادم  
وثانياً يمكن وضع معادلتى (٢) بالصورة الآتية

$$(3) \dots \dots \dots \begin{cases} \text{السرعة التي تفقدها } 1 = u_1 - u_2 = \frac{m_2}{m_1 + m_2} (u_1 + u_2) \\ \text{والسرعة التي تكتسبها } 2 = v_2 - v_1 = \frac{m_1}{m_1 + m_2} (u_1 + u_2) \end{cases}$$

وكذا بطرح معادلتى (٢) من بعضهما يحدث

$$u_1 - v_1 = u_2 - v_2 \quad (4) \dots \dots \dots$$

ومن هذه المعادلة يكون

$$\frac{u_1 - v_1}{u_2 - v_2} = \frac{m_2}{m_1}$$

أعني ان النسبة بين سرعتين النسبتين للكتلتين بعد التصادم وقبله كالنسبة بين معامل المرونة والوحدة  
وثالثاً اذا صدمت الكرة  $1$  وهى ساكنة فيكون ان يوضع في المعادلات السابقة  $u_2 = 0$ .

وقد حل مسألة التصادم المستقيم المذكور لكترتين غير تامتى المرونة على اعتبار اولاً أن مجموع كمية التردد  
بعد التصادم وقبل التصادم واحد وذلك بناء على ان الفعل ورد الفعل متساويان في المقدار ومختلفان  
في الجهة

وثانياً ان النسبة بين سرعتين النسبتين للكتلتين بعد التصادم وقبله ثابتة وهى كسبة  $e$  :

$e$  هو معامل المرونة وذلك بناء على ما حققته التجربة

فعلى هذين الاعتبارين واتباع الرموز السابقة يكون

$$\begin{cases} m_1 u_1 + m_2 u_2 = m_1 v_1 + m_2 v_2 \\ u_1 - v_1 = e(u_2 - v_2) \end{cases}$$

ومن هاتين المعادلتين نحصل معادلتا (٤) السابقة أو نحصل على مقدارى  $e$  و  $v_2$  كما هو آت

$$\begin{cases} \frac{m_1 u_1 + m_2 u_2}{m_1 + m_2} - \frac{m_2}{m_1 + m_2} (u_1 - v_1) = v_2 \\ \frac{m_1 u_1 + m_2 u_2}{m_1 + m_2} + \frac{m_2}{m_1 + m_2} (u_1 - v_1) = v_2 \end{cases}$$

تنبيه - الأصوب اتباع حل المسألة المذكورة بالطريقة السابقة التى وجدت بحسب المعادلات

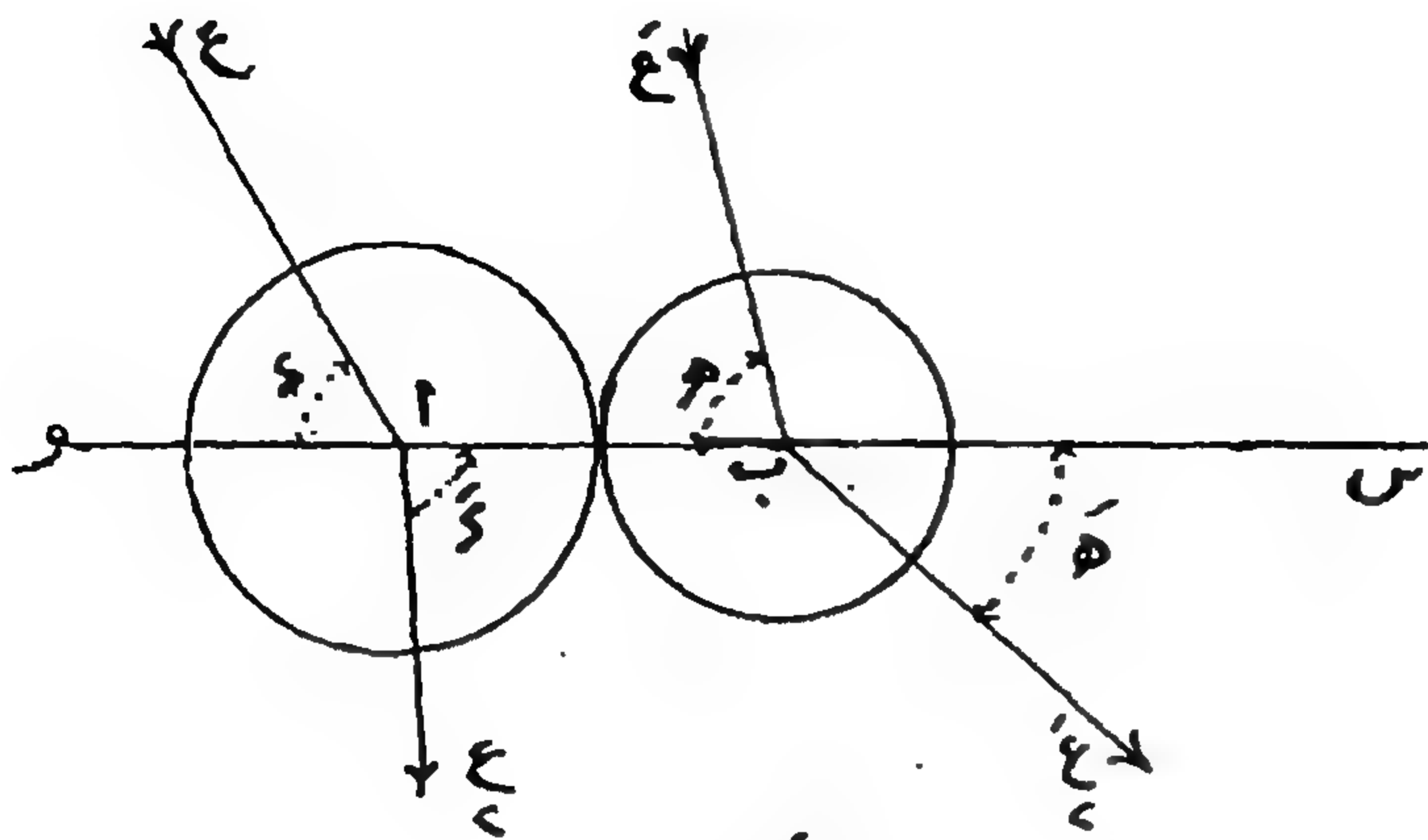
(١)، (٢)، (٣)، (٤) حيث انها مؤسسة على قواعد سهلة الفهم وبسيطة

التصادم المائل - اذا كانت كرتان ناغمتان غير تامتى المرونة متحركتين فى مستوي واحد بسرعتين

معيتين وفي اتجاهين معينين وتصادمتا تصارما مائلا وارىد إيجاد حركة كل منهما بعد التصادم يقال

نفرض

نفرض ان وس شكل ٧١ هو المستقيم المار بمركزى الكرتين وقت التصادم وان الأسهم الموضحة في الشكل دالة على الاتجاهات التي تتحرك عليها الكرتان قبل التصادم وبعد



شكل ٧١

ثم نفرض أن ع ١ ع ٢ هما سرعتا الكرة ٢ قبل التصادم وبعد في اتجاهين صانعين زاويتي ١ هـ ٢ مع الخط وس وأن ع ١ ع ٢ هـ ١ هـ ٢ هي الكميات المماثلة للكميات السابقة بالنسبة للكرة ١

ومن حيث ان الكرتين ناعمتان فالضغط المشترك

لهما يحصل في اتجاه وس وصينئذ فتقدر سرعتا الكرتين المذكورتين في اتجاه وس وفي الاتجاه العمودي عليه ثم يبحث عن تحرك الكرتين كل على حدة

وصينئذ يقال حيث انه لا توجد قوى مؤثرة على الكرتين في اتجاه عمودي على وس فان سرعتا الكرتين في الاتجاه المذكور لا تتغير بتأثير التصادم ويكون

$$ع حاء = ع حاء \dots \dots \dots (١)$$

$$ع حاه = ع حاه \dots \dots \dots (٢)$$

وكذا حيث ان تأثير التصادم على محلات السرعة في اتجاه وس يكون حاصله كما لو كانت هذه المحلات موجودة بنفسها فتكون

$$\left. \begin{array}{l} ع حاء \\ ع حاه \end{array} \right\} \begin{array}{l} \text{هي محلات السرعة الما قبل} \\ \text{على اتجاه وس وبعد} \end{array} \left\{ \begin{array}{l} ع حاه \\ ع حاه \end{array} \right.$$

فاذا كان هـ رمز الكمية المتحرك الكلية التي تكتسبها الكرة ب وتفقدتها الكرة ٢ وقت التصادم فيوجب ما تقدر يكون

$$هـ = \frac{م(١+٢)(ع حاه - ع حاه)}{م+٢}$$

ويكون أيضا

$$ع حاء = ع حاه - \frac{م}{م+٢}(١+٢)(ع حاه - ع حاه) \dots \dots \dots (٣)$$

$$ع حاه = ع حاه + \frac{م}{م+٢}(١+٢)(ع حاه - ع حاه) \dots \dots \dots (٤)$$

فالمعادلتان (٣) (٤) تكفيان لتحديد ع ١ ع ٢ والمعادلتان (١) (٢) تكفيان لتحديد ع ١ ع ٢

وهذه الاربعة مقادير تكفي لتحديد سرعتي الكرتين بعد التصادم مقدارا واتجاها

تليها - ما ذكر بخصوص التصادم المائل يدل بوجه العموم على حل مسألة تصادم كرتين متحركتين في مستوي واحد ويمكن استخراج كل حالة خصوصية منها باعطاء الرموز مقاديرها الخاصة بها وانما



نلاحظ هنا الحالة المهمة الآتية وهي  
انه اذا صدمت كرة ١ بالميل كرة ٢ الساكنة والكبيرة جدا يكون

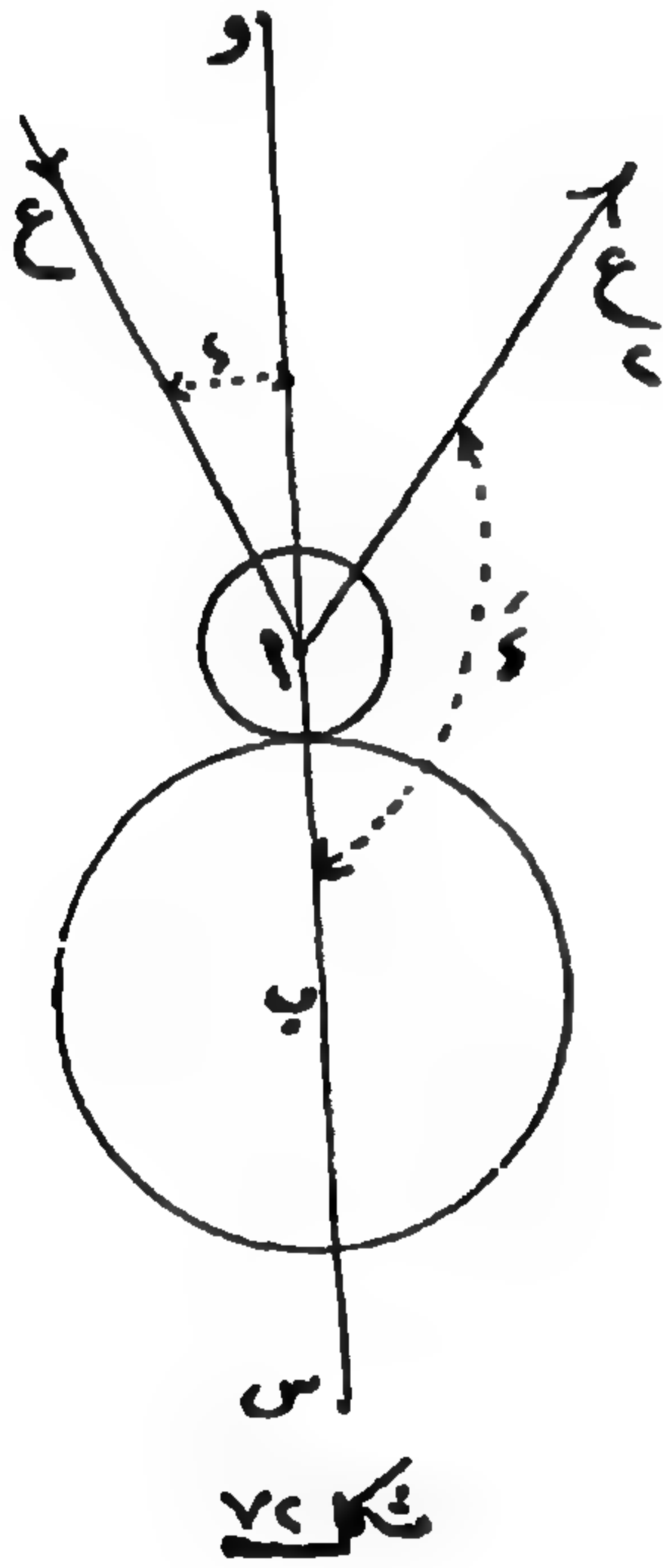
$$ع = ع_0 = \frac{م}{م+م} = 0 \quad \text{تقريبا ويكون}$$

$$\left\{ \begin{array}{l} ع_1 حاء = ع_2 حاء \\ ع_1 حاء = ع_2 حاء \\ ع_1 حاء = ع_2 حاء \end{array} \right. \text{ومن هاتين المعادلتين نستخرج } ع_2 حاء$$

ويرى من ذلك ان كمية التحرك التي نقلت الى ب غير محسوسة وحيث ان طاء = - ي طاء  
فيلزم ان يكون  $ق < 0$ .

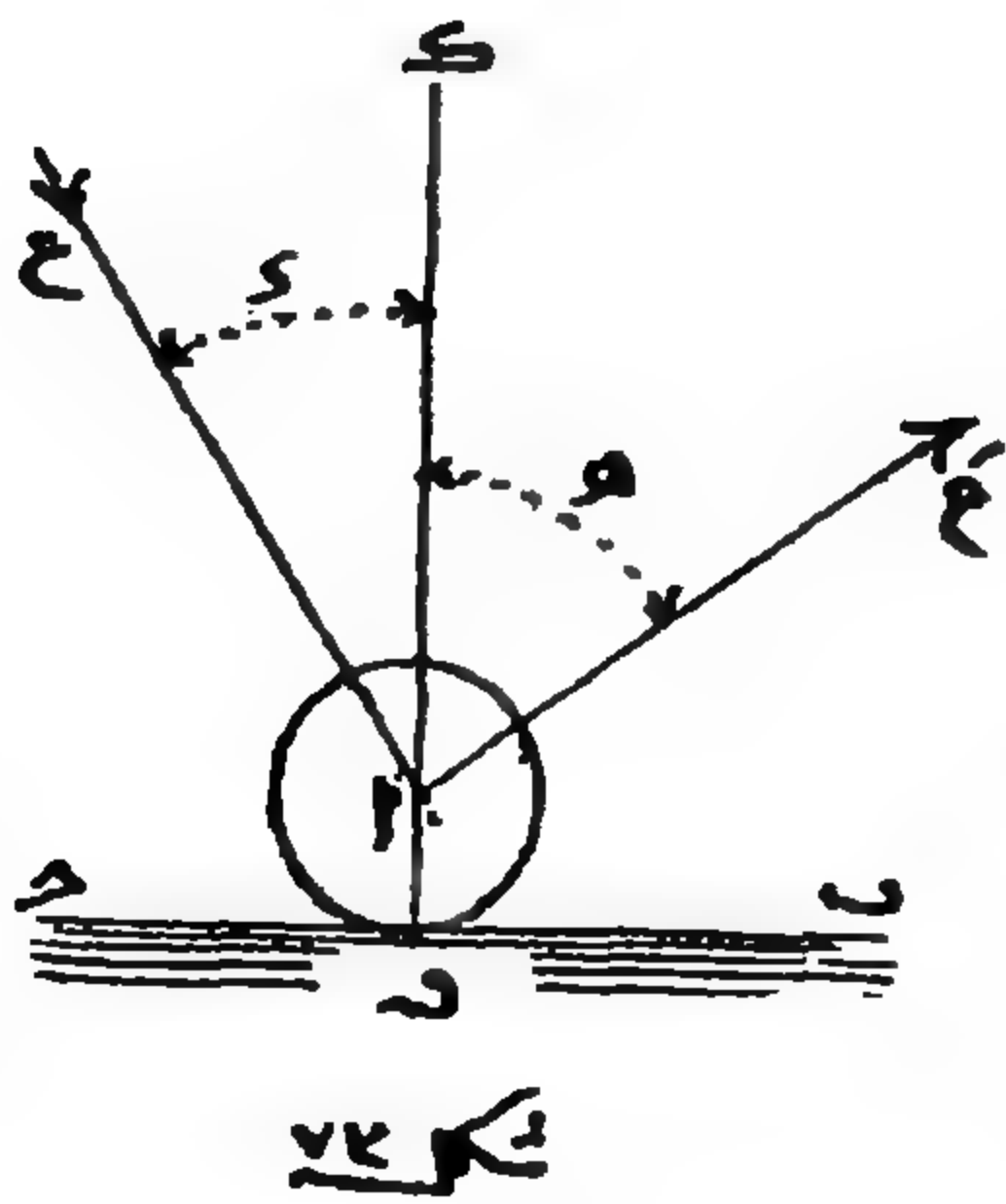
وحينئذ فكرة ٢ تنعكس بعد التصادم كما في شكل ٧٤

وحالة تصادم كرة بمستويات ثابتة هي حالة من هذا القبيل وكذلك اذا صدمت الأرض كرة فتر حيث  
ان جسم الأرض كبير جدا بالنسبة لجسم الكرة فان كمية التحرك التي اكتسبها الأرض من الكرة المذكورة  
تكون غير محسوسة



شكل ٧٤

ملحوظة - اذا تصادمت كرتان ولم تتحركا في مستو واحد فلا جيل  
ايحاد حركة كل من الكرتين بعد التصادم يلزم استعمال الطرق التي  
استعملناها في حالة التصادم المائل السابق ذكره اي اننا نحلل  
سرعتي كل من الكرتين على اتجاهي خط التصادم والخط العمودي عليه  
وحينئذ فالمحللات العمودية للسرعة لا تتأثر بالتصادم واما المحللات  
السرعة في اتجاه خط التصادم فتتغير كما لو كانت موجودة بنفسها  
اما معادلات الحل العمودي لهذه المسألة فتتوقف على اصول الهندسة  
التقليدية ذات الثلاثة ابعاد ولا لزوم لذكرها هنا  
التصادم على مستوي - اذا صدمت كرة مثل ٢ شكل ٧٤ مستويا  
فاعلم مثل ب ه بالميل ولتزيد ايحاد حركة الكرة المذكورة بعد  
التصادم يقال



شكل ٧٥

ليكن ه ه رأس المستوى المذكور في نقطة تماسه بالكرة ٢  
وقت الانصدام ولنفرض ان ذلك الرأس موجود في مستوى  
الشكل وان المستقيم المتحرك عليه الكرة ٢ قبل التصادم في  
مستوى الشكل ايضا وان هذا المستوى يقطع المستوى المفروض  
في المستقيم ه ه ب وحينئذ فخط حركة الكرة ٢ بعد التصادم  
يكون في نفس مستوى الشكل حيث انه لا تؤثر قوة ما على الكرة  
اشاء التصادم في اتجاه عمودي على هذا المستوى

وليكن

ولكن ع، ع سرعة الكرة ١ قبل التصادم وبعد ع، ع زاويتي ميلها على الخط الرأسى و ك  
م جسم الكرة المذكورة ، ع معامل المرونة ، س كمية التحرك المفقودة بسبب الانضغاط في  
المدّة الأولى من التصادم

فمن حيث ان السرعة الموازية الى ح ح غير متأثرة بالتصادم يكون

$$ع ح هـ = ع ح و ..... (١)$$

وحيث ان كمية تحرك الكرة ١ على الخط الرأسى و ك معدومة تماما بمقاومة المستوى فيكون

$$س = م ع ح و$$

، ع س الذى هو مقدار كمية التحرك المكتسبة من الاتجاه المضاد بسبب المرونة أوقوة رد الفعل  
يكون مقداره هو

$$س = م ع ح و واذن يكون$$

$$ع ح هـ = ع ح و ..... (٢)$$

ومن معادلتى (١) ، (٢) يحدث

$$(٣) \dots \dots \dots \left\{ \begin{array}{l} ط ح هـ = ط ح و \\ ع = ع ح و + ع ح و \end{array} \right.$$

ومن معادلتى (٣) يتعين مقدار السرعة واتجاهها بعد الانضغاط

وننتج من ذلك أولا انه اذا كانت الكرة غير مرنة يكون ع، ع = ع، ع ح و  
اعنى انه اذا صدمت كرة غير مرنة مستويا ثابتا بالميل فإنها تسير بعد الانضغاط متدحرجة عليه  
بسرعة مساوية الى ع ح و

وثانيا يكون مقدار قوة الدفع التى تحملها المستوى مساويا الى

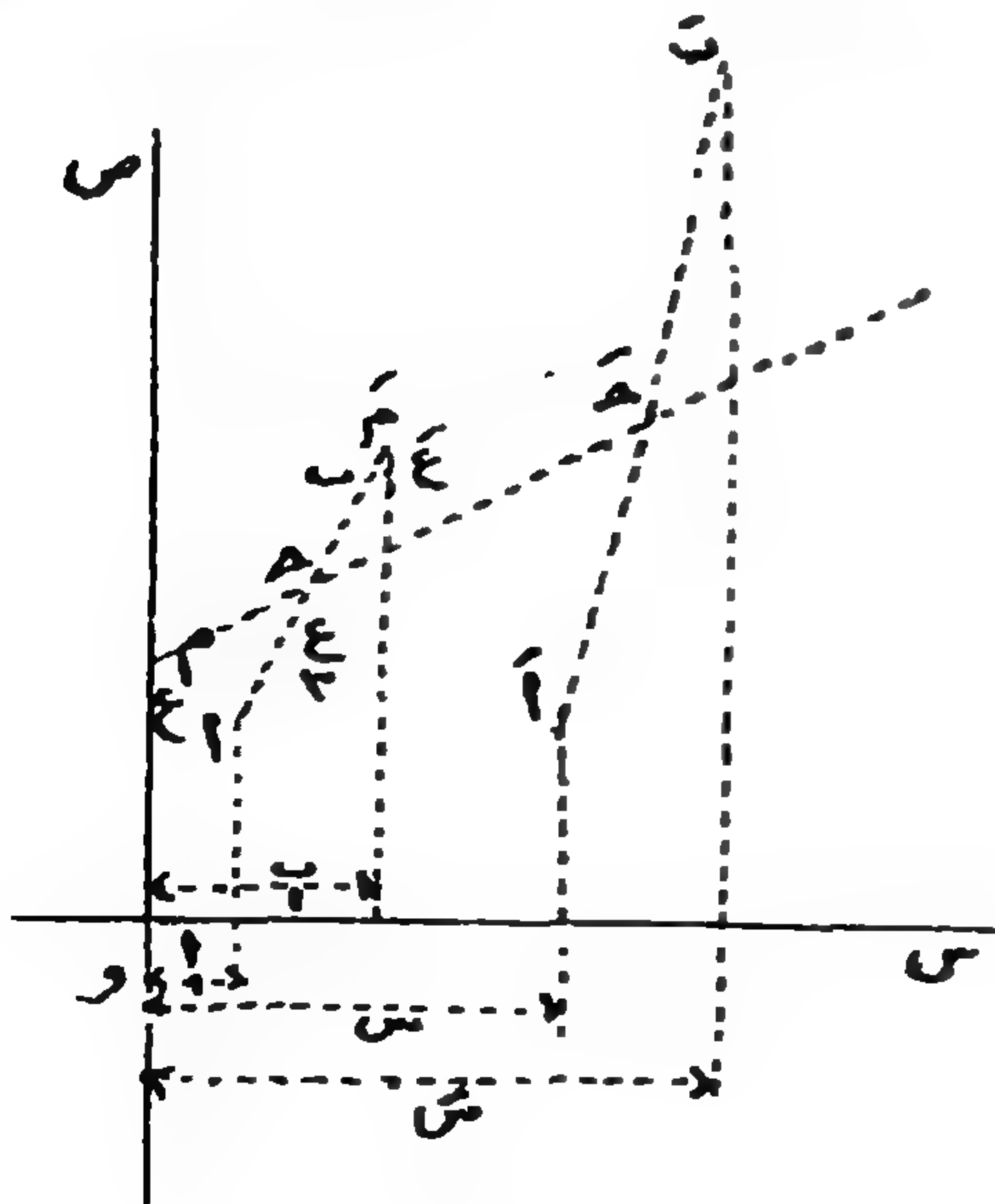
$$م (ع ح و + ع ح هـ) = (١ + ع) م ع ح و$$

حركة مركز الثقل بعد التصادم - اذا كان المطلوب معرفة سرعة مركز ثقل كرتين متحركتين بانتظام

بعد التصادم يقال

نسب وضعى الكرتين وحركتهما الى محورين متعامدين  
وس، و س شكل ٧ موجودين فى مستوى الحركة ولكن  
هو مستوى الشكل

ونفرض ان ١، ٢ هما وضعاً مركزى الكرتين فى مبدأ  
الامر وأن ١، ٢ هما وضعاً مركزياً بعد الزمن نر وأن  
١، ٢ هما احداثيا ١، ٢ بالنسبة لل محور وس فى مبدأ  
الزمن نر وان س، س هما احداثيا ١، ٢ بعد الزمن نر



شكل ٧



(۱) ..... {  
 س = ۱ + ع  
 ج = ۲ + ع

واذا فرض ان س، هـ هما احد اثنا مركز الثقل هـ للكرتين في الوضع الابتدائي وبعد الزمن  $t$  بالنسبة لل محور وس. ورمزنا للجسمي الكرتين  $m_1$  و  $m_2$  المذكورتين بالرمزين  $m_1$  و  $m_2$  على التناظر يكون

(۴)..... { (م + م) = م  
(م + م) = م

وبالطرح یحدث

$$(م + م) (پ - پ) = م (س - ؟) + م (پ - ی) = (م + ع) (م + ع) \text{ نہ واژن یکن } (م + م)$$

(۳) ...  $\frac{m(m+1)}{m+1} = m$  - ہاں

وحيث أن  $\theta$  - س عبارة عن المسافة التي يقطعها مركز الثقل  $H$  بالتوازي لمحور السينات  $Ox$  وأن هذه المسافة تتغير بالنسبة للزمن  $t$  فتكون سرعة مركز الثقل  $H$  بالتوازي للمحور  $Ox$  ثابتة -  
وعندها إذا فرض لها بالزمن  $t$  يكون  $\frac{e_1 + e_2}{2} = \frac{e_1}{2} + \frac{e_2}{2}$

وحيث ان اذا ارضها بالارض  $\frac{4}{4}$  يكون  $\frac{4}{4} = \frac{4}{4}$

و بمثل ذلك اذا كان  $\vec{v}_1, \vec{v}_2, \vec{v}_3$  هي سرعة  $A, B, C$  بالتوازي للحدود  $BC, CA, AB$  ويكون

$$\frac{\xi_1^2 + \xi_2^2}{\xi_1 + \xi_2} = \xi_1 + \xi_2$$

وحيث علمت سرعات  $\vec{v}$  فتعلم حركة مركز الثقل  $\vec{r}_{cm}$

وينتج من ذلك أولا أنه إذا كان هناك ثلاث كرات أو أكثر فبناء على الطريقة السابقة يكون

$$c \frac{E_{PZ}}{P_Z} = \frac{\dots + \bar{E}_P + \bar{E}_P + E_P}{\dots + \bar{P} + \bar{P} + P} = \frac{E_P}{P}$$

$$\frac{\xi_{rs}}{r_s} = \frac{\dots + \xi_{\bar{r}} + \xi_{\bar{r}} + \xi_{\bar{r}}}{\dots + \bar{r} + \bar{r} + \bar{r}} = \xi_{\bar{r}}$$

وإذا لم تكن الحركة في مستو واحد واعتبرنا محوراً ثالثاً عمودياً على المحورين وس، و ص ولكن وع  
ورمنا السرعة مركز الثقل بالتوازي للمحور المذكور بالرمز  $\vec{e}_3$  ولسرع الكرات بالتوازي له أيضاً  
بالرموز  $\vec{e}_1, \vec{e}_2, \vec{e}_3$  ..... يكون

$$\frac{\sum p_x}{p_x} = \frac{\dots + \sum \bar{p} + \sum \bar{p} + \sum \bar{p}}{\dots + \bar{p} + \bar{p} + \bar{p}} = \sum \bar{p}$$

ونفهم من ذلك ان سرعة مركز ثقل جبهة اجسام بالتوازي لاتجاه معلوم تساوي مجموع كميات تحرك كل منها بالنسبة للاتجاه المذكور مقسوما على حجم الجبهة بتمامها  
وبعبارة اخرى انه اذا كانت حركة الاجسام بالتوازي لاتجاه معين مستقيم فان سرعة مركز ثقل الجبهة المادية

في الاتجاه المذكور تكون حاصلة كما اذا كانت جميع كمية تحرك الجلة المنسوبة للاتجاه المعلوم مساوية لقيمة تحرك جسم واحد بجسم مساو لجسم الجلة ويتحد مع الجلة المذكورة في مركز الثقل ويمتلك بسرعة مركز الثقل المذكور

تنبيه - يمكن تعيين جلة مركز الثقل من معادلات عين المعادلات السابقة وانما معوض فيها سرع الأجسام المختلفة بالجملات

وثانياً حيث انه اذا أضفنا سرعاً متساوية الى سرعة كل من الأجسام المذكورة فإن الحركة النسبية للجلة لا تتغير فحينئذ اذا أريد ان يكون مركز ثقل الجلة المادية ساكناً باضافة سرعتين مساويتين الى  $u$  و  $v$  لسرعة كل كرة من الجلة المادية فكمية التركز اللازم ادخالها لكل من الكرتين  $u$  و  $v$  بناء على هذا الفرض تكون هي  $u - m$  و  $v - m$  أو  $m \times \frac{u + m}{m + m}$  و  $m \times \frac{v + m}{m + m}$  بالتوازي للمحور و  $u - m$  و  $v - m$  بالتوازي للمحور و

نظريه - اذا تصادمت كرتان ناعمتان فإن حركة مركز الثقل لا تتغير بتأثير التصادم لأنه اذا فرض أولاً ان الكرتين متحركتان في اتجاه خط التصادم و  $u$  و  $v$  أعرض ان التصادم مستقيم وفرض ان

$$\left\{ \begin{array}{l} u, v \\ u', v' \end{array} \right\} \text{ سرعتان } \left\{ \begin{array}{l} u, v \\ u', v' \end{array} \right\} \text{ قبل التصادم وبعده فيكون}$$

$$u = \frac{u + m}{m + m}, v = \frac{v + m}{m + m}$$

وحيث ان كمية التركز بعد التصادم تساوي كمية التركز قبله بموجب ما تقدم فيكون

$$u = v$$

ثانياً اذا كان التصادم مائلاً

فمثل سرعتي الكرتين في اتجاهين احدهما خط التصادم والاخر عمودي عليه وبناء على النتيجة الاولى لا تتغير محلة سرعة حركة مركز الثقل في اتجاه خط التصادم بتأثير التصادم وحيث ان محلة سرعة كل من الكرتين في اتجاه عمودي على اتجاه خط التصادم لا يتغير بتأثير التصادم فلا تتغير محلة سرعة مركز الثقل في هذا الاتجاه أيضاً وعليه فيثبت ان سرعة مركز ثقل الكرتين لا تتغير مقداراً ولا اتجاهها بتأثير التصادم

تنبيه - يمكن بدون صعوبة تعميم النظرية المذكورة على الحالة التي فيها توجد جلة كرات وبيان أن حركة مركز ثقل عدد ما من الكرات الملسا لا تتغير بتصادم كرتين أو أكثر من الجلة المذكورة

(مسائل)

المسألة الاولى - كرة ثقلها ٤ ارطال متحركة من اليمين الى اليسار بسرعة قدرها ٨ يارداً في الثانية صدمت تصادماً مستقيماً كرة اخرى ثقلها ١٠ ارطال متحركة في نفس الجهة بسرعة قدرها ٤ يارده في الثانية



والمطلوب تعيين الحركة بعد التصادم

لذلك يقال أولا اذا لم تكن الكرتان مرنتين فمن حيث ان انتقال الكرات مناسبة لجسماتها فيمكن اعتبار العددين ٤ و ١ مبدئين لجسمي الكرتين ويحدث

$$\text{السرعة المشتركة بعد التصادم} = \frac{4\bar{m} + 1\bar{m}}{\bar{m} + \bar{m}} = \frac{4 + 1}{2} = \frac{5}{2} = \frac{5}{2} \times \frac{10}{10} = \frac{50}{20} = \frac{5}{2} \text{ يارده في الثانية}$$

$$\bar{m} = \frac{(4-1) \times 10}{10+4} = \frac{30}{14} = \frac{15}{7} = \frac{1}{14} \times 17$$

معنى ان الضغط المشترك بين الكرتين يحدث سرعة قدرها  $\frac{1}{14}$  يارده في الثانية لجسم ثقله رطل واحد وثانيا اذا كانت الكرتان مرنتين فيجب ما تقدر يكون

$$\text{سرعة ١ بعد التصادم} = \frac{(4-1) \times 10 \times (1+1)}{10+4} - 8 = \frac{30}{14} - 8 = \frac{15}{7} - 8 = \frac{15-56}{7} = -\frac{41}{7}$$

$$\text{وسرعة ٢ بعد التصادم} = \frac{(1-4) \times 10 \times (1+1)}{10+4} + 8 = \frac{-30}{14} + 8 = -\frac{15}{7} + 8 = \frac{-15+56}{7} = \frac{41}{7}$$

$$\bar{m} = \frac{1}{14} \times 17 (1+1)$$

فاذا كان  $\bar{m} = \frac{1}{14}$  فالكرة ١ تكون ساكنة بعد التصادم وعلى حسب كون  $\bar{m} < \frac{13}{10}$  فان ٢

يتبع ب سرعة اقل من سرعتها قبل التصادم او تنعكس ثانيا وتترك في جهة مضادة للأولى  
المسألة الثانية - كرة ١ متحركة بسرعة معلومة صدمت تصادما مستقيما كرة ب الساكنة ثم ان  
كرة ب صدمت تصادما مستقيما كرة ه الساكنة والمطلوب ايجاد سرعة الكرة ه  
لذلك يقال انه بناء على ما تقدر تكون سرعة ب بعد التصادم الاول هي

$$\bar{e} = \frac{(1+1) \times 4}{10+4} \times \bar{c} \text{ وسرعة ه بعد التصادم الثاني هي}$$

$$\bar{e} = \frac{(1+1) \times \bar{m}}{\bar{m} + \bar{m}} \times \bar{c} = \frac{(1+1) \times \bar{m}}{2\bar{m}} \times \bar{c} = \bar{c}$$

وينتج من ذلك ان السرعة التي تأخذها ه بتوسط ب تتغير على حسب حجم ب وتكون نهاية عظمى حينما يكون

$$\frac{\bar{m}}{(\bar{m} + \bar{m})(\bar{m} + \bar{m})} \text{ اكبر ما يمكن اعني حينما يكون } \frac{(\bar{m} + \bar{m})(\bar{m} + \bar{m})}{\bar{m}} \text{ اصغر ما يمكن وحيث انه يمكن كتابة المقدار المذكور}$$

$$\text{بالصورة } (\sqrt{\bar{m}} + \sqrt{\bar{m}})^2 + (\sqrt{\bar{m}} - \sqrt{\bar{m}})^2$$

وان هذا المقدار يكون اصغرا ما يمكن حينما يكون  $\sqrt{\bar{m}} = \sqrt{\bar{m}}$  أي حينما يكون  $\bar{m}$  وسطا متناسبا بين

$\bar{m}$  و  $\bar{m}$  فينتد يكون مقدار  $\bar{e}$  نهاية عظمى حينما يكون  $\bar{m}$  وسطا متناسبا بين  $\bar{m}$  و  $\bar{m}$

المسألة الثالثة - نقطة مادية قذفت من نقطة معينة ه شكل ه بحيث تمر من نقطة أخرى معلومة ك بعد انعكاسها على مستو ثابت معلوم والمطلوب ايجاد اتجاه خط التصادم

لذلك نفرض ان ه هي نقطة انصدام النقطة المادية بالمستوى المفروض فينتد يكون المستوى

ه ه عموديا على المستوى الثابت المذكور ويقطعه في مستقيم اب

وحيث ان النقطة المادية قذفت في اتجاه ه ه وانعكست على اتجاه ه ه بناء على ما تقدر في التصادم

على

فاذا انزل کے ہر عمود یا علی اب ومد وہ حتی یقطع  
امتداد کے ہر فی نقطۃ و یکون .

$$K = Y \times H$$

ان رسم کے ہر عمود یا علی اب وندہ علی استقامت۔

فيقطع اب في نقطة د فيكون دء هو الاتجاه المطلوب

شكل ٤٠ فصل المسألة بالطريقة الآتية وهي

$$9 \leq x \cdot \frac{1}{6} = 94$$
$$3 \times \frac{1}{6} = \frac{1}{2}$$

فيقطع المستوى الثاني في نقطة  $c$ ، وعندما إذا قذف النقطة

تفكس ثانياً على الحاء هـ وتمر بالمقطعة كـ

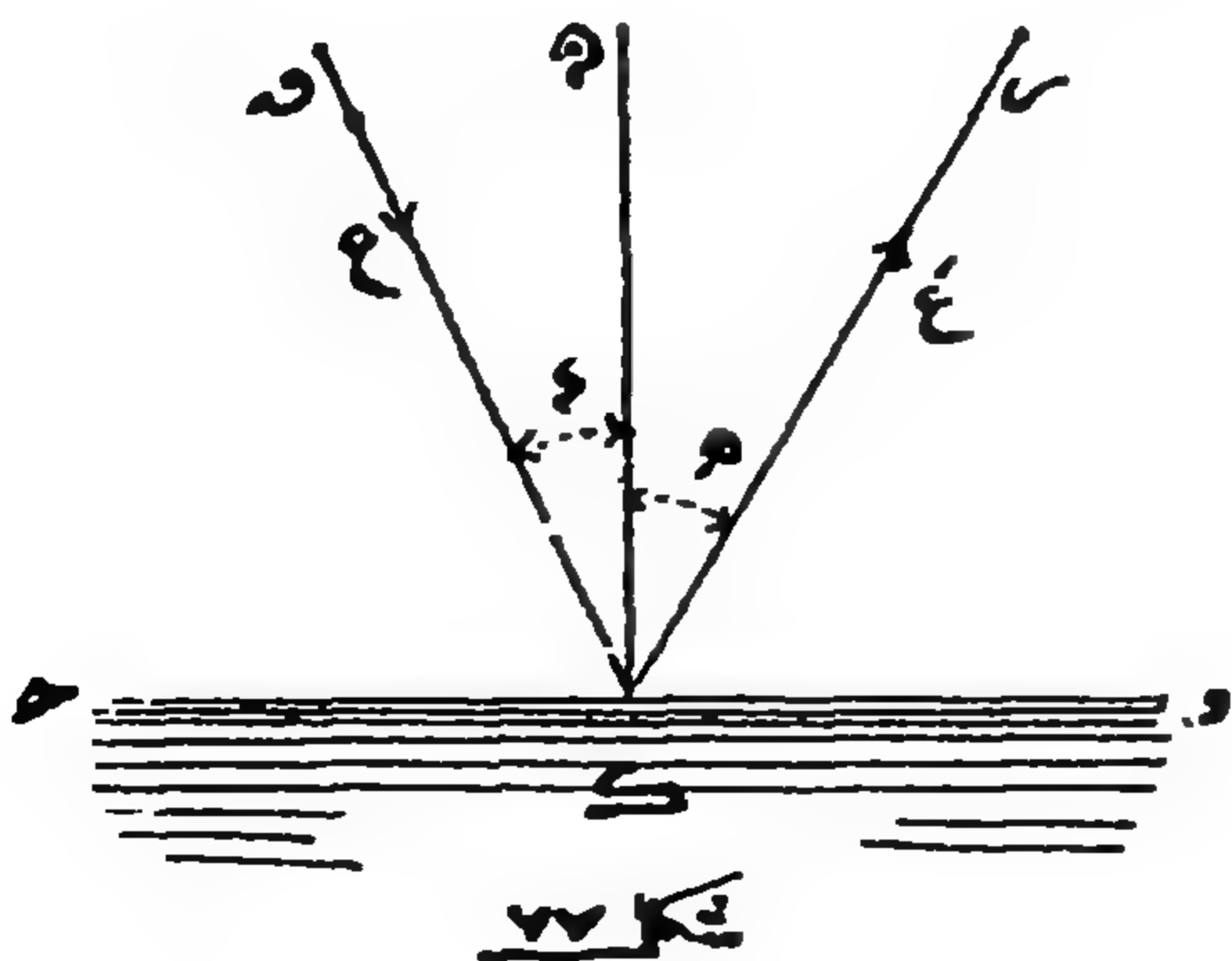
ثابتاً والمطلوب إيجاد حركتها بعد التصادم

المستقيم العمودي على المستوى الثابت في نقطة التصادم

مَجْزِيهَا م قَبْلَ التَّضَامِ وَبَعْدَ وَازِءِهَا مَا زَاوِيَةً مِلْهَا

وان ساف ما كيتا العرك الكلتان الناشستان عن

المستوى الثابت للسقطة المادية في الامتحان ك ١ ك ٢





مع ملاحظة ان كمية التمرّك الثانية ناشئة عن خشونة المستوى  
وحيث ان اذا حلتنا الحركة على اتجاهى  $ك$  و  $ل$  و  $ح$  فانه بناء على ما تقدّر في التصادم على مستوي يكون

$$ع\ حاء = ي\ ع حاء \dots\dots\dots (١)$$

ويكون مقدار كمية التمرّك الكلية  $س$  هو

$$س = (١ + ي) م\ ع حاء \dots\dots\dots (٢) \text{ ويكون أيضا}$$

$$م\ ع\ حاء = م\ ع حاء - ف \dots\dots\dots (٣)$$

فاذا جعلنا  $ف = س$  التي فيها  $ي$  معامل يتعلق بخشونة المستوى ومقداره الرقى يتعين بالتجسّده  
ويسمى أحيانا معامل الاحتكاك الديناميكي فتكون اربع معادلات ينتج منها المعادلتان الآتيتان  
 $ع\ حاء = ي\ ع حاء$

$$ع\ حاء = ع\ حاء - ي\ (١ + ي) ع حاء$$

ومن هاتين المعادلتين يتعين مقدار  $ع$  هو أعنى سرعة التمرّك واتجاهه بعد التصادم

### الشغل المفقود بتأثير تصادم الأجسام

أولا حالة الأجسام الرخوة - اعلم ان التغير الحاصل في شكل الاشكال من تأثير الانصدام يحدث فقدا  
من القوى الحية مبتلعا بالقوى العنصرية وسنعين الفقد المذكور الذي نصفه المساوى للقدرة الحية  
يدل على الشغل المفقود من بعد ملاحظة ان القوى الحية عبارة عن نصف القدرة الحية فنقول  
نظريّة كارنو - مجموع مفايد القوى الحية يساوى حاصل جمع القوى الحية المطابقة لسرع المكتسبة  
أو المفقودة للأجسام المتصادمة

فأولا اذا كان الجسمان سائرين في جهة واحدة فإن القوى الحية المتحصلة قبل الانصدام تكون  
 $م\ ع + م\ ع$  وأن القوى الحية المتحصلة بعد الانصدام تكون  $(م + م) ع$  وعليه فتكون مفايد  
القوى الحية مساوية الى  $م\ ع + م\ ع - (م + م) ع$  وبناء على منطق النظرية تكون المفايد المذكورة  
مساوية الى  $م\ (ع - ع) + م\ (ع - ع)$  أعنى يكون

$$م\ ع + م\ ع - (م + م) ع = م\ (ع - ع) + م\ (ع - ع)$$

وللبرهان على ذلك نفوض  $ع$  بمقدارها وهو  $\frac{م\ ع + م\ ع}{م + م}$  في كل من طرفي المعادلة المذكورة وحيث  
يحدث

$$م\ ع + م\ ع - (م + م) \left( \frac{م\ ع + م\ ع}{م + م} \right) = م\ (ع - \frac{م\ ع + م\ ع}{م + م}) + م\ (ع - \frac{م\ ع + م\ ع}{م + م})$$

ولاجل تحليل هذه المعادلة ومعرفة تساوى طرفيها نأخذ كل طرف على حدة ونخلله فالطرف الأول يؤول  
من بعد تحويله الى مقام مشترك وأخذ  $م$  مضروبا مشتركا الى

$$\frac{م\ (ع + ع - ع - ع) - (م\ ع + م\ ع - م\ ع - م\ ع)}{م + م} = \frac{م\ (ع - ع) - (م\ ع - م\ ع)}{م + م}$$

ولما الطرف

وأما الطرف الثاني فإنه يؤول على التوالي الى

$$m \left[ \frac{(E-E')}{m+m'} \right] + m' \left[ \frac{(E-E')}{m+m'} \right] = \frac{m(E-E')}{m+m'} + \frac{m'(E-E')}{m+m'} = \frac{(m+m')(E-E')}{m+m'} = (E-E')$$

وحيث يكون

$$\frac{(E-E')}{m+m'} = m' = m(E-E')$$

وهو المطلوب

وثانيا إذا كان الجسمان سائرين في جهتين متضادتين فإن فقد القوة الحية يصير مبينا من بعد اجراء العمل كما تقدر بالمقدار الآتي

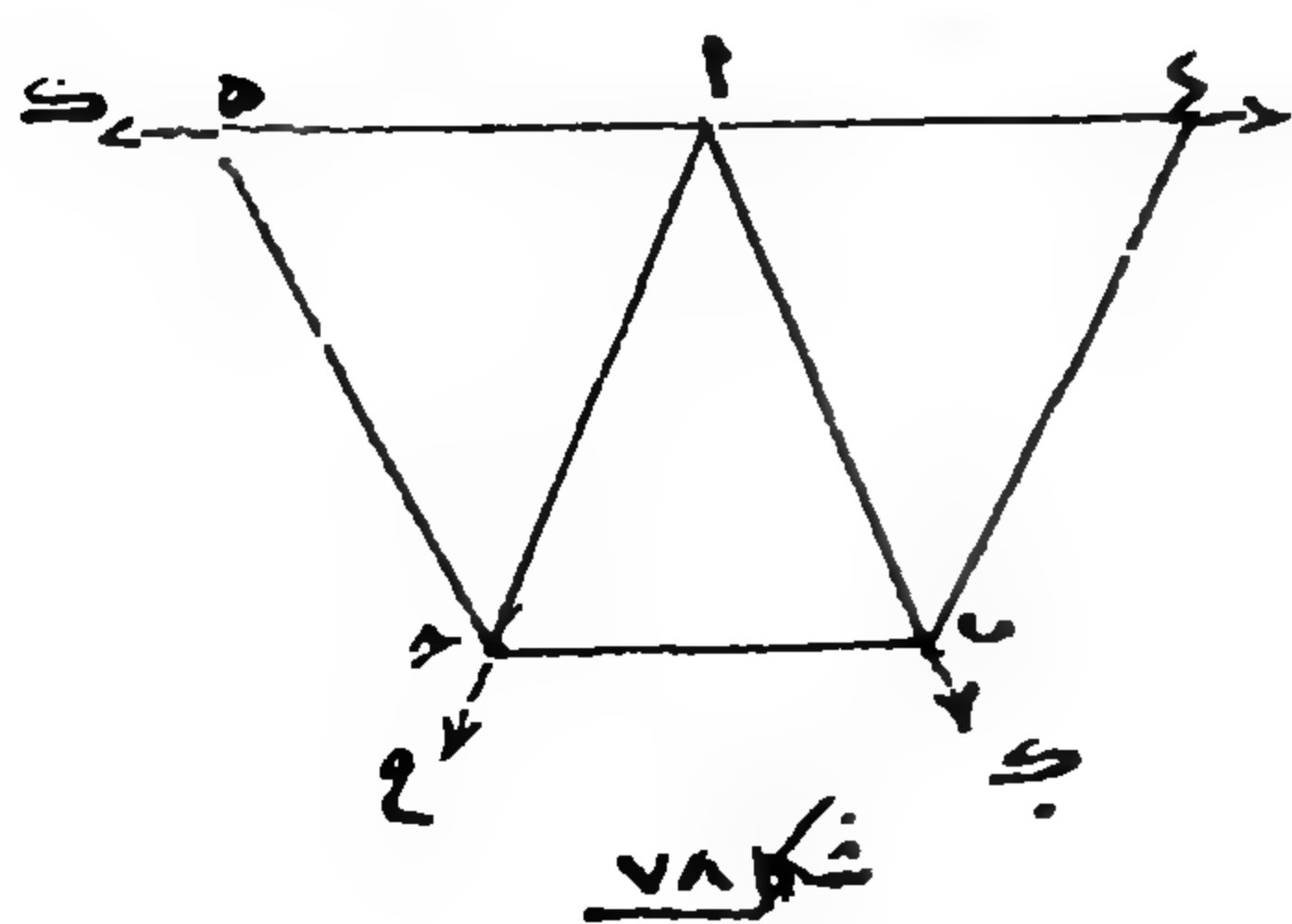
$$\frac{m(E+E')}{m+m'}$$

ثالثا إذا كان احد الجسمين ساكنا فإن فقد القوة الحية يكون مبينا بالمقدار الآتي

تبين - مهما كانت الحالة المعبرة فإنه يوجد دائما شغل مفقود بانضدام الأجسام الرخوة والشغل المفقود الأعظم يقابل الحالة التي يكون فيها سائر الجسمين في جهتين متضادتين ثانيا حالة الأجسام المرنة - اعلم أنه في المدة الأولى من تصادم الأجسام المرنة يحصل فقد قوة حية كما في حالة الأجسام الرخوة وهذا الفقد منسوب لتغير اشكال الأجسام المتصادمة في المدة المذكورة ولكن في المدة الثانية من الانضدام بسبب رجوع اشكال الأجسام الى أصلها بتأثير المرونة ترد كل القوة الحية التي صار فقدها في المدة الأولى بالتام والكمال وعليه فالقوة الحية المفقودة بالانضدام تكون معدومة في حالة الأجسام المرنة

لحالة التي يكون فيها الجسمان المتصادمان متحركين في اتجاهين حيثما اتفق

إذا تصادم جسمان متحركان في اتجاهين حيثما اتفق فإن سرعة كل منهما تتغير وتنقص نظرا للانضدام ويتغير اتجاهها بعد الانضدام بخلاف ما إذا كان الجسمان المذكوران سائرين في اتجاه واحد وفي جهة واحدة فإن سرعة الجسم الصادم تنقص وسرعة الجسم المصدور تزداد بحيث أن السرعة المفقودة بالانضدام بالنسبة لكل من الجسمين المتصادمين عند تحركهما في اتجاهين حيثما اتفق عبارة عن المركبة الثانية للسرعة قبل الانضدام فلتعيينها يقال أنه إذا فرض كما في شكل ٧٨ أن  $u$  مقدار واتجاه سرعة أحد الجسمين



قبل لحظة الانضدام ولزمنها بالرمز  $k$  وأن  $u$  مقدار واتجاه سرعة بعد لحظة الانضدام ولزمنها بالرمز  $k'$  فيستد إذا وصل  $u$  وكل متوازي الأضلاع  $u$  يكون  $u'$  عبارة عن مقدار واتجاه السرعة المفقودة بالانضدام ولزمنها بالرمز  $k$  وحيث إذا علم مقدار  $u$   $k$  والزاوية الواقعة بينهما يمكن



وحيث أنه بالنسبة لكل عنصر من عناصر الجبرين المتصادمين تحدث معادلة مشابهة للمعادلة المذكورة  
فحينئذ إذا جمعت المعادلات المشابهة للمعادلة المذكورة المنسوبة للعناصر المختلفة السابق ذكرها طرعا  
بطرف على بعضها فإنه يحدث

واذا وضع عوضا عن م مقدارہ فی المعادلة السابقة يحدث  
مجموع م (ج - د) = مجموع م ع + مجموع و د مسا (د ع)  
وحيث ان اتجاه وجهة القوة و هما طبعا في اتجاه وجهة السرعة ع فيكون  
مجموع م (ج - د) = مجموع م ع + مجموع و د مسا (د ع)

ولكن حيث ان الحاصل  $\omega = \frac{1}{2} \dot{\phi}$  عبارة عن شغل القوة  $\omega$  في مدة الزمن  $\frac{1}{2}$  الصغير جدا بقدر ما يراد فيمكن اعتبار الشغل المذكور معدوما وعليه يكون

مجموع  $\omega = \frac{1}{2} \dot{\phi}$  = - وجبت إذ يحدث

مجموع  $M = (\frac{1}{2} - \frac{1}{2}) = 0$  مجموع  $M = 0$

اعني ان مجموع مفايد القوى الحية يساوي مجموع القوى الحية المنسوبة لسرع المفقودة لاعتنا صر الحيين

المتصادمين وهو المطلوب

واذا رمز للشغل الناتج من تأثير الانضدام بالرمز  $ش$  يكون

$$ش = \frac{1}{2} \text{ مجموع } م (ك - ك') \text{ أو يكون}$$

$$- ش = \frac{1}{2} \text{ مجموع } م (ك' - ك) \text{ وبناء على نظرية كارنو يكون}$$

$$- ش = \frac{1}{2} \text{ مجموع } م ع$$

وبضم هذه المعادلة الى المعادلة العمومية للقدرة الحية التي هي مجموع  $ش = \frac{1}{2} \text{ مجموع } م (ع - ع')$  طرفاً بطرف يحدث

$$\text{مجموع } ش = - ش = \frac{1}{2} \text{ مجموع } م (ع - ع') + \frac{1}{2} \text{ مجموع } م ع$$

وحيث انه في الآلات المتحركة اى في الجملة المادية المتحركة مجموع  $ش$  عبارة عن ثلاثة اشغال وهي الشغل الحركى اى شغل القوى المتحركة الذى يرمز له بالرمز  $ش$  ويعتبر دائماً موجياً والشغل المفيد اى شغل المقاومات المفيدة اى الأصلية الذى يرمز له بالرمز  $ش$  ويعتبر سالباً ثم شغل المقاومات الثانوية الذى يرمز له بالرمز  $ش$  وتلك المقاومات عبارة عن الاحتكاكات وبيوسات الأجيال والسيور وان الشغل المذكور يكون سالباً أيضاً فينبغي قول المعادلة السابقة الى

$$ش - ش - ش = ش = \frac{1}{2} \text{ مجموع } م (ع - ع') + \frac{1}{2} \text{ مجموع } م ع$$

واذا رمز لمجموع الثلاثة اشغال السالبة بالرمز  $ش$  الذى يكون عبارة عن الشغل المقاوم الخام فانه يحدث

$$ش - ش = ش = \frac{1}{2} \text{ مجموع } م (ع - ع') + \frac{1}{2} \text{ مجموع } م ع$$

وهذه معادلة القدرة الحية مطبقة على حركة الآلات أو أجيال المادية باعتبار الانضدام

## في بيوسات الأجيال

بيوسات الأجيال هي المقاومة التى يحدثها عند لفه على بكره أو طنبور

وبيوسات الأجيال تحدث فقد ا مضاعفاً من الشغل حيث انه يقتضى قوة لثنيها واللفها وقد ظهر من التجربة ان الفرع  $ك$  للقوة المقاومة  $ك$  لا يلىق بالضبط على الطنبور كما في شكل ٧٩ بخلاف الفرع

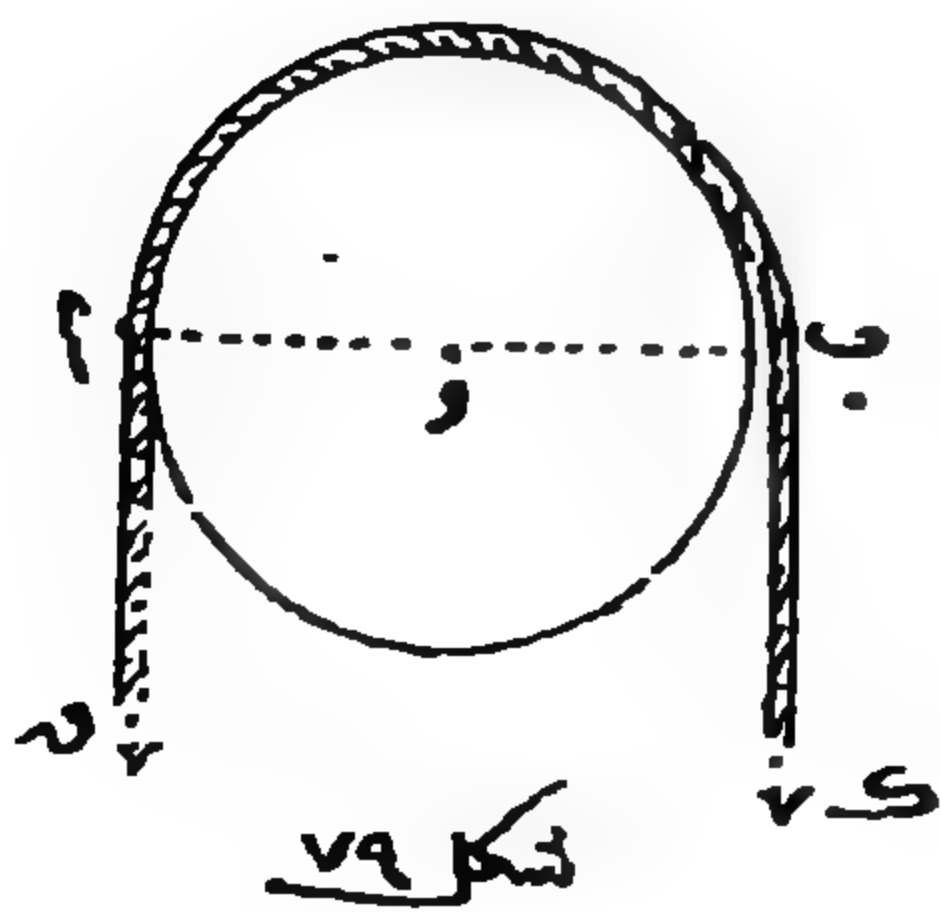
١٠ للقوة المتحركة فانه يبقى ملتصقا على الطنبور المذكور بحيث ان وب

ذراع رافعة المقاومة يزداد ويحتاج لقوة كبيرة لأجل حصول التوازن

وبيوسات الأجيال تناسب عكسياً لقطر الطنبور وعبر متعلقة بالسرعة وتتغير

بتجانس الأجيال ولدرجته التواء وعلى حسب كونه جديداً أو مستعملاً أبين

أو مقترناً جافاً أو مبتلاً



وبناء على مناقشة نتائج التجارب التى تحصل عليها المعلم كولى بخصوص

تعيين مقدار البيوسات قد استنتج نافية القانون الآتى الذى يجب به مقدار



اليبوسة المذكورة التي يرمز لها بحرف س وهو

$$s = \frac{1}{3} (a^2 + b^2 + c^2) \dots \dots \dots (2)$$

الذي فيه س رمز لقطر البكرة أو الطنور ، و رمز لقطر الحبل ، و  $a^2$  كمية ثابتة بالنسبة للحبل الواحد ، و  $b^2$  كمية مناسبة للثقل المرفوع ، و عدد يتغير على حسب استعمال الحبل واستهلاكه وقد اعتبر ناقية و = ، بالنسبة للأحبال الحديدية ذات القطر الكبير ، و = هـ بالنسبة للأحبال الأكثر من نصف استعمال ، و = ا بالنسبة للأحبال الرفيعة اللينة جدا واعتبر أيضا أنه بالنسبة لمقاومة معلومة ك تكون المقاومة النسبية لیبوسة حبل أبيض صغيرة بالنسبة العكسية لقطر البكرة أو الطنور ومناسبة للأس (و) لقطر الحبل المذكور وينتج من الاعتبار المذكور أنه بالنسبة لحبلين مختلفي القطر ملتقيين على كرتين غير متساويتي القطر ورافعتين تقيان متساويين يكون

$$s = \frac{r}{\frac{1}{2} \left( \frac{r}{d} \right)^2} \dots \dots \dots (3)$$

وفي هذا القانون س المقاومة النسبية لیبوسة الحبل الذي قطره د الملتف على البكرة التي قطرها

ا س المقاومة النسبية لیبوسة الحبل الذي قطره د الملتف على البكرة التي قطرها د أما بالنسبة للأحبال المقطنة فإن الیبوسة لا تتغير تغيرا محسوسا بالنسبة لدرجة الاستهلاك ومن الأضبط في هذه الحالة ان نعوض في القانون السابق النسبة  $\left( \frac{r}{d} \right)^2$  بالكمية  $\frac{r}{d}$  ، و (5) (5) رميزان لعدد خيوط البديلة المشتل عليها كل من الحبلين المذكورين وحينئذ يكون

$$s = \frac{r}{\frac{1}{2} \times \frac{r}{d}}$$

وقد اعتبر المعلم ناقية أن في الأحبال البيضاء المبتلة تكون الیبوسة الثابتة  $a^2$  ضعف يبوسة الأحبال بعينها في الحالة الجافة وأما الیبوسة ب و فتكون تعيينها كافي الحالة الأخيرة وهناك جدولا يشتمل على يبوسة أحبال مختلفة ملتقة على بكر قطرها مـ واحد محسوبا بمعرفة المعلم ناقية بناء على تجارب المعلم كطلب

اجناس الأحيال	عدد ذوات الأجناس	اقطار الأقطار	تعيين النسبة المئوية	اليبوسة الثابتة ر	اليبوسة المتغيرة ر <sup>١</sup> بالنسبة للكيلوجرام الواحد في الجبل ك
جبل ابيض جديد	٣٠	متر	كيلوجرام	كيلوجرام	كيلوجرام
» » »	١٥	٠.١٤٩	٠.٢٨٤٩	٠.٢٤٤٤٦	٠.٠٩٧٤٨٤
» » »	٦	٠.٠٨٨	٠.٠٥٢٢	٠.٠٦٤٥١٦	٠.٠٠٥٥١٨٤
جبل مقطري	٥٠	٠.٠٤٢٦	٠.٢٤٢٦	٠.٢٤٩٩٦	٠.١٢٥٥١٦
» » »	١٥	٠.١٦٨	٠.١٦٢٢	٠.١٠٥٩٢٨	٠.٠٠٦٠٥٩٢
» » »	٦	٠.٠٩٦	٠.٠٦٩٤	٠.٠٤١٢٠٨	٠.٠٠٢٥٩٦٢

وبواسطة الجدول السابق وتسلم صحة القانونين يمكن حل جميع المسائل المشابهة للمسألة الآتية - مسألة - اذا كان المطلوب تعيين مقدار المقاومة المنسوبة لليبوسة جبل ابيض جديد قطر ٠.٢٥٤ متر ملتف على كرة قطرها ٤٠.٠ متر رافع ثقلا قدره ٥٠٠ كيلوجرام يقال بحسب المقاومة المنسوبة لليبوسة بناء على الجبل الأبيض الجديد الذي قطر ٠.٢٥٤ متر القريب جدا من ٠.٢٥٤ متر وحيث من بعد تعويض الرموز بمقاديرها في معادلة (١) يحدث

$$r = \frac{1}{2.5} (0.00097484 + 0.24446) = 0.00097484 \text{ كيلوجرام}$$

ثم بحسب المقاومة المنسوبة لليبوسة الجبل الذي قطر ٠.٢٥٤ متر الموضوع في الأحوال السابقة عينا لقانون ر وحيث يكون

$$r = 0.00097484 \left( \frac{0.254}{0.254} \right) = 0.00097484 \text{ كيلوجرام}$$

وأخيرا لما ناقش المعلم موران النتائج التي تحصل عليها كلوب استنتج مع الرمز جرفي ١٢ هـ للكتيتين اللتين بينهما تافيه بالمقدارين ١ و ٢ ما هو آت  
أولا بالنسبة للأحيال الجديدة التي من لكان غير المقطرن المسماة بالأحيال البيضاء ناشفة كانت أو منداة بالماء فان الكتيتين ١٢ هـ يتغيران تقريبا بالنسبة لمربع قطر الجبل  
وثانيا بالنسبة للأحيال السابقة عينا المستهلكة نصف استهلاك فان ١٢ هـ يتغيران بالنسبة للأس ١/٥  
أعني بالنسبة للجذر التربيعي لمكعب اقطار الأحيال

وثالثا بالنسبة للأحيال المقطرة فان هـ تكون مناسبة لعدد خطوط جديدة الجبل  
وعلى هذا قد وضع المعلم موران القوانين الآتية التي فيها ٢ رمز لعدد خطوط جديدة ١ و رمز لقطر البكرة وهي



خم  $\frac{1}{3} = ٧ + ٩٧ + \dots + ٩٧٠ + ٩٧٠ (٩ + ٩٧٠ + \dots + ٩٧٠٠ + ٩٧٠٠٠)$  كيلوجرام  
وثانياً بالنسبة للأجبال المقطوعة

ثم  $\frac{1}{3} = \frac{1}{3} (15070 + \dots + 266 + \dots + 18 + \dots + 9) \leq$  كيلوجرام  
وهناك جدولا يشتمل على أقطار الأبحال على حسب عدد خطوط الجديله

تطبيق على ما تقدم - اذا كان المطلوب حل المسألة السابقة التي صار حلها يوضع مقدارا  $h$  في المعادلة الآتية وهي

مع ملاحظة انه في هذه الحالة  $\eta = 48$  بناء على الجدول السابق حيث ان قطر الجبل يساوي  $0.054 \text{ م}$ .  
وعليه يكون

وهذا المقدار الأخير مغاير للمقدار ٠.١٥٤ كيلو جرام الذي وجد باستعمال جدول نافيه  
الشغل المفقود بيبوسة الأحبال - إذا لاحظنا شكل ٧٩ وقطعنا النظر عن نصف قطر الجبل وعن  
تباعده عن البركة بسبب اليبوسة فإن الشغل المفقود بيبوسة لجبل المذكور الملتف على البركة المذكورة  
باعتبار قطرها يساوى ٤٠٪ بالنسبة للدورة الكاملة يكون

وحيث أنه بقطع النظر عن الاحتكاك يكون مقدار شغل القوة المحركة بالنسبة للدورة الكاملة هو

$$2 \times 2 = 4$$

$$s \text{ ط } x \cup (\bar{s} + s) \text{ ط } x \subseteq (\bar{s} + s) \text{ ط } x = \text{مَشْ$$

$$\frac{s}{c+s} \times v + \underline{u} = v$$

ہیکون

ومن هذه المعادلة يستخرج مقدار القوة المحركة

الحرک علی مخن

اذا تحرك جسم على مفرق أملس فإن الممخني يحدث ضغطا أو رد فعل على الجسم المذكور في كل نقطة ولكن حيث ان رد الفعل يكون على الدوام عموديا على الممخني فإنه لا ينشأ عنه اسراع أو ابطاء الحركة الجسم المذكور

ولا بد لتعيين سرعة الجسم في أي نقطة يجب تحليل القوى المؤثرة على الجسم في اتجاه الحركة. في اللحظات المتتالية واختار تأثير

## هذه القوى المحركة

فاذا انزل متحرك غير مرئ على صحن املس في مستور اسي بتاثير

التفاضل وكان المطلوب إيجاد سرعة المتحرك المذكور في أى

## وضع کان بقال

انه يمكن اعتبار النخعي نهائية مصلح اضلاع متساوية الميل على

بعضها وعددها آخذ في الازدياد بقدر ما يزداد وان الزوايا

الواقعة بين الاضلاع المتتالية نصير عند النهاية معدومة

وحينئذ إذا فرض أن المضلع المذكور هو ١١١... شكله ورسم ١١١... عمودية على

لنقط الرأس المار بنقطة ٢ وأن ه هي الزاوية الواقعة بين ضلعين متتابعين من المضلع اللذين لا يلزم أن

يكون طولهما واحدا

وان ٤ : هي سرعة المتحرك حين يكون في نقطة ١ في الاتجاه ٢١

وان ع هي سرعة المتحرك حينئذ يكون  $\frac{1}{2}$  ونقطة ١ في الاتجاه ١؟

وان ع هي سرعة المتحرك حينما يكون في نقطة ؛ في الانجاء ؛

.....

وان ع هي سرعة المتحرك حينما يكون في نقطة ب في الاتجاه د، ا، ب

فإنه بتطبيق نظرية القدرة الحية على كل مسافة جزئية مثل ١١، ١٢، ١٣، ..... يكون

$$\frac{1}{2}m\dot{x} - \frac{1}{2}m\dot{y} = \frac{1}{2}m\dot{z} = \frac{1}{2}m\dot{t} = \frac{1}{2}m\dot{u} = \frac{1}{2}m\dot{v} = \frac{1}{2}m\dot{w} = \frac{1}{2}m\dot{t}$$

$$\frac{d}{dx} \left( \frac{1}{x} \right) = -\frac{1}{x^2}$$

$E = E_1 + E_2 + \dots + E_n$  وبمثل ذلك يكون

ع<sub>١</sub> = ع<sub>٢</sub> ح<sub>٢</sub> + ع<sub>٣</sub> ح<sub>٣</sub> + ع<sub>٤</sub> ح<sub>٤</sub> + ع<sub>٥</sub> ح<sub>٥</sub> + ع<sub>٦</sub> ح<sub>٦</sub> + ع<sub>٧</sub> ح<sub>٧</sub> + ع<sub>٨</sub> ح<sub>٨</sub> + ع<sub>٩</sub> ح<sub>٩</sub> + ع<sub>١٠</sub> ح<sub>١٠</sub> + ع<sub>١١</sub> ح<sub>١١</sub> + ع<sub>١٢</sub> ح<sub>١٢</sub> + ع<sub>١٣</sub> ح<sub>١٣</sub> + ع<sub>١٤</sub> ح<sub>١٤</sub> + ع<sub>١٥</sub> ح<sub>١٥</sub> + ع<sub>١٦</sub> ح<sub>١٦</sub> + ع<sub>١٧</sub> ح<sub>١٧</sub> + ع<sub>١٨</sub> ح<sub>١٨</sub> + ع<sub>١٩</sub> ح<sub>١٩</sub> + ع<sub>٢٠</sub> ح<sub>٢٠</sub> + ع<sub>٢١</sub> ح<sub>٢١</sub> + ع<sub>٢٢</sub> ح<sub>٢٢</sub> + ع<sub>٢٣</sub> ح<sub>٢٣</sub> + ع<sub>٢٤</sub> ح<sub>٢٤</sub> + ع<sub>٢٥</sub> ح<sub>٢٥</sub> + ع<sub>٢٦</sub> ح<sub>٢٦</sub> + ع<sub>٢٧</sub> ح<sub>٢٧</sub> + ع<sub>٢٨</sub> ح<sub>٢٨</sub> + ع<sub>٢٩</sub> ح<sub>٢٩</sub> + ع<sub>٣٠</sub> ح<sub>٣٠</sub> + ع<sub>٣١</sub> ح<sub>٣١</sub> + ع<sub>٣٢</sub> ح<sub>٣٢</sub> + ع<sub>٣٣</sub> ح<sub>٣٣</sub> + ع<sub>٣٤</sub> ح<sub>٣٤</sub> + ع<sub>٣٥</sub> ح<sub>٣٥</sub> + ع<sub>٣٦</sub> ح<sub>٣٦</sub> + ع<sub>٣٧</sub> ح<sub>٣٧</sub> + ع<sub>٣٨</sub> ح<sub>٣٨</sub> + ع<sub>٣٩</sub> ح<sub>٣٩</sub> + ع<sub>٤٠</sub> ح<sub>٤٠</sub> + ع<sub>٤١</sub> ح<sub>٤١</sub> + ع<sub>٤٢</sub> ح<sub>٤٢</sub> + ع<sub>٤٣</sub> ح<sub>٤٣</sub> + ع<sub>٤٤</sub> ح<sub>٤٤</sub> + ع<sub>٤٥</sub> ح<sub>٤٥</sub> + ع<sub>٤٦</sub> ح<sub>٤٦</sub> + ع<sub>٤٧</sub> ح<sub>٤٧</sub> + ع<sub>٤٨</sub> ح<sub>٤٨</sub> + ع<sub>٤٩</sub> ح<sub>٤٩</sub> + ع<sub>٥٠</sub> ح<sub>٥٠</sub> + ع<sub>٥١</sub> ح<sub>٥١</sub> + ع<sub>٥٢</sub> ح<sub>٥٢</sub> + ع<sub>٥٣</sub> ح<sub>٥٣</sub> + ع<sub>٥٤</sub> ح<sub>٥٤</sub> + ع<sub>٥٥</sub> ح<sub>٥٥</sub> + ع<sub>٥٦</sub> ح<sub>٥٦</sub> + ع<sub>٥٧</sub> ح<sub>٥٧</sub> + ع<sub>٥٨</sub> ح<sub>٥٨</sub> + ع<sub>٥٩</sub> ح<sub>٥٩</sub> + ع<sub>٦٠</sub> ح<sub>٦٠</sub> + ع<sub>٦١</sub> ح<sub>٦١</sub> + ع<sub>٦٢</sub> ح<sub>٦٢</sub> + ع<sub>٦٣</sub> ح<sub>٦٣</sub> + ع<sub>٦٤</sub> ح<sub>٦٤</sub> + ع<sub>٦٥</sub> ح<sub>٦٥</sub> + ع<sub>٦٦</sub> ح<sub>٦٦</sub> + ع<sub>٦٧</sub> ح<sub>٦٧</sub> + ع<sub>٦٨</sub> ح<sub>٦٨</sub> + ع<sub>٦٩</sub> ح<sub>٦٩</sub> + ع<sub>٧٠</sub> ح<sub>٧٠</sub> + ع<sub>٧١</sub> ح<sub>٧١</sub> + ع<sub>٧٢</sub> ح<sub>٧٢</sub> + ع<sub>٧٣</sub> ح<sub>٧٣</sub> + ع<sub>٧٤</sub> ح<sub>٧٤</sub> + ع<sub>٧٥</sub> ح<sub>٧٥</sub> + ع<sub>٧٦</sub> ح<sub>٧٦</sub> + ع<sub>٧٧</sub> ح<sub>٧٧</sub> + ع<sub>٧٨</sub> ح<sub>٧٨</sub> + ع<sub>٧٩</sub> ح<sub>٧٩</sub> + ع<sub>٨٠</sub> ح<sub>٨٠</sub> + ع<sub>٨١</sub> ح<sub>٨١</sub> + ع<sub>٨٢</sub> ح<sub>٨٢</sub> + ع<sub>٨٣</sub> ح<sub>٨٣</sub> + ع<sub>٨٤</sub> ح<sub>٨٤</sub> + ع<sub>٨٥</sub> ح<sub>٨٥</sub> + ع<sub>٨٦</sub> ح<sub>٨٦</sub> + ع<sub>٨٧</sub> ح<sub>٨٧</sub> + ع<sub>٨٨</sub> ح<sub>٨٨</sub> + ع<sub>٨٩</sub> ح<sub>٨٩</sub> + ع<sub>٩٠</sub> ح<sub>٩٠</sub> + ع<sub>٩١</sub> ح<sub>٩١</sub> + ع<sub>٩٢</sub> ح<sub>٩٢</sub> + ع<sub>٩٣</sub> ح<sub>٩٣</sub> + ع<sub>٩٤</sub> ح<sub>٩٤</sub> + ع<sub>٩٥</sub> ح<sub>٩٥</sub> + ع<sub>٩٦</sub> ح<sub>٩٦</sub> + ع<sub>٩٧</sub> ح<sub>٩٧</sub> + ع<sub>٩٨</sub> ح<sub>٩٨</sub> + ع<sub>٩٩</sub> ح<sub>٩٩</sub> + ع<sub>١٠٠</sub> ح<sub>١٠٠</sub> + ع<sub>١٠١</sub> ح<sub>١٠١</sub> + ع<sub>١٠٢</sub> ح<sub>١٠٢</sub> + ع<sub>١٠٣</sub> ح<sub>١٠٣</sub> + ع<sub>١٠٤</sub> ح<sub>١٠٤</sub> + ع<sub>١٠٥</sub> ح<sub>١٠٥</sub> + ع<sub>١٠٦</sub> ح<sub>١٠٦</sub> + ع<sub>١٠٧</sub> ح<sub>١٠٧</sub> + ع<sub>١٠٨</sub> ح<sub>١٠٨</sub> + ع<sub>١٠٩</sub> ح<sub>١٠٩</sub> + ع<sub>١١٠</sub> ح<sub>١١٠</sub> + ع<sub>١١١</sub> ح<sub>١١١</sub> + ع<sub>١١٢</sub> ح<sub>١١٢</sub> + ع<sub>١١٣</sub> ح<sub>١١٣</sub> + ع<sub>١١٤</sub> ح<sub>١١٤</sub> + ع<sub>١١٥</sub> ح<sub>١١٥</sub> + ع<sub>١١٦</sub> ح<sub>١١٦</sub> + ع<sub>١١٧</sub> ح<sub>١١٧</sub> + ع<sub>١١٨</sub> ح<sub>١١٨</sub> + ع<sub>١١٩</sub> ح<sub>١١٩</sub> + ع<sub>١٢٠</sub> ح<sub>١٢٠</sub> + ع<sub>١٢١</sub> ح<sub>١٢١</sub> + ع<sub>١٢٢</sub> ح<sub>١٢٢</sub> + ع<sub>١٢٣</sub> ح<sub>١٢٣</sub> + ع<sub>١٢٤</sub> ح<sub>١٢٤</sub> + ع<sub>١٢٥</sub> ح<sub>١٢٥</sub> + ع<sub>١٢٦</sub> ح<sub>١٢٦</sub> + ع<sub>١٢٧</sub> ح<sub>١٢٧</sub> + ع<sub>١٢٨</sub> ح<sub>١٢٨</sub> + ع<sub>١٢٩</sub> ح<sub>١٢٩</sub> + ع<sub>١٣٠</sub> ح<sub>١٣٠</sub> + ع<sub>١٣١</sub> ح<sub>١٣١</sub> + ع<sub>١٣٢</sub> ح<sub>١٣٢</sub> + ع<sub>١٣٣</sub> ح<sub>١٣٣</sub> + ع<sub>١٣٤</sub> ح<sub>١٣٤</sub> + ع<sub>١٣٥</sub> ح<sub>١٣٥</sub> + ع<sub>١٣٦</sub> ح<sub>١٣٦</sub> + ع<sub>١٣٧</sub> ح<sub>١٣٧</sub> + ع<sub>١٣٨</sub> ح<sub>١٣٨</sub> + ع<sub>١٣٩</sub> ح<sub>١٣٩</sub> + ع<sub>١٤٠</sub> ح<sub>١٤٠</sub> + ع<sub>١٤١</sub> ح<sub>١٤١</sub> + ع<sub>١٤٢</sub> ح<sub>١٤٢</sub> + ع<sub>١٤٣</sub> ح<sub>١٤٣</sub> + ع<sub>١٤٤</sub> ح<sub>١٤٤</sub> + ع<sub>١٤٥</sub> ح<sub>١٤٥</sub> + ع<sub>١٤٦</sub> ح<sub>١٤٦</sub> + ع<sub>١٤٧</sub> ح<sub>١٤٧</sub> + ع<sub>١٤٨</sub> ح<sub>١٤٨</sub> + ع<sub>١٤٩</sub> ح<sub>١٤٩</sub> + ع<sub>١٥٠</sub> ح<sub>١٥٠</sub> + ع<sub>١٥١</sub> ح<sub>١٥١</sub> + ع<sub>١٥٢</sub> ح<sub>١٥٢</sub> + ع<sub>١٥٣</sub> ح<sub>١٥٣</sub> + ع<sub>١٥٤</sub> ح<sub>١٥٤</sub> + ع<sub>١٥٥</sub> ح<sub>١٥٥</sub> + ع<sub>١٥٦</sub> ح<sub>١٥٦</sub> + ع<sub>١٥٧</sub> ح<sub>١٥٧</sub> + ع<sub>١٥٨</sub> ح<sub>١٥٨</sub> + ع<sub>١٥٩</sub> ح<sub>١٥٩</sub> + ع<sub>١٦٠</sub> ح<sub>١٦٠</sub> + ع<sub>١٦١</sub> ح<sub>١٦١</sub> + ع<sub>١٦٢</sub> ح<sub>١٦٢</sub> + ع<sub>١٦٣</sub> ح<sub>١٦٣</sub> + ع<sub>١٦٤</sub> ح<sub>١٦٤</sub> + ع<sub>١٦٥</sub> ح<sub>١٦٥</sub> + ع<sub>١٦٦</sub> ح<sub>١٦٦</sub> + ع<sub>١٦٧</sub> ح<sub>١٦٧</sub> + ع<sub>١٦٨</sub> ح<sub>١٦٨</sub>



الى ! سرعة قدرها  $c$  حاه وكذا يكون

$$\frac{c}{c} = \frac{c}{c} + \frac{c}{c} + \dots + \frac{c}{c}$$

$$\frac{c}{c} = \frac{c}{c} + \frac{c}{c} + \dots + \frac{c}{c}$$

وبالجمع والتحويل يحدث

$$\frac{c}{c} + \left( \frac{c}{c} + \frac{c}{c} + \dots + \frac{c}{c} \right) = \frac{c}{c} + \frac{c}{c} + \dots + \frac{c}{c} \quad (1)$$

فاذا كان  $\theta$  رمز الزاوية الواقعة بين اتجاهي الحركة في (1)  $\theta$  رمز الاكبر مقادير السرعة  $c$   $\theta$

$$\frac{c}{c} + \dots + \frac{c}{c} = \frac{c}{c} \text{ يكون}$$

$$\left( \frac{c}{c} + \frac{c}{c} + \dots + \frac{c}{c} \right) > \frac{c}{c} \quad \text{او}$$

$$\left( \frac{c}{c} + \frac{c}{c} + \dots + \frac{c}{c} \right) < \frac{c}{c} \quad \left( \frac{c}{c} \right)$$

وهذا المقدار ينعدم حينما يزيد  $\theta$  الى ما لا نهاية مع بقاء  $\theta$  ثابتا وعلى ذلك فتى آل كثير الاضلاع الى المخني فالمعادلة (1) تؤول الى

$$\frac{c}{c} = \frac{c}{c} + \frac{c}{c}$$

وهي المعادلة التمهاتعين السرعة في اى نقطة من نقط المخني بدلالة السرعة الابتدائية والارتفاع الرأسى الذى سقط منه المتحرك

وحذف الرمز  $\theta$  الموضوع تحت السرعة  $c$  يكون

$$\frac{c}{c} = \frac{c}{c} + \frac{c}{c}$$

تنبيه - قد فرض فيما تقدم ان المتحرك غير مرئى وان متحرك على تقدير المخني بتأثير قوة التثاقل وذلك لئلا يتحرك المتحرك المذكور ملاصقا للمخني وقد يتحرك المتحرك السائر على مخني هذا المخني في شروط مخصوصة الا ان الفرض المذكور سابقا يمكن توضيحه بتصور ان المصراع !... عبارة عن انبوبة مضلعة تؤول في النهاية الى انبوبة مخنية قطرها الداخل صغير وكاف بالضبط لمرور المتحرك وحينئذ فحالة السير على مخني تكون محقة لان السرعة التى يأخذها المتحرك في اى نقطة تكون مساوية لسرعة متحرك سائر على تقدير المخني أو عديبه حيث انها تبقى على الدوام ماسة له

وينتج من ذلك أولا اذا خرج المتحرك من نقطة ٢ من السكون يكون  $\frac{c}{c} = \frac{c}{c}$  اعنى ان السرعة المكتسبة لجسم خارج من السكون ومتحرك على مخني أملس يساوى السرعة التى يكتبها الجسم الساقط بحرية من الارتفاع نفسه وزيادة على ذلك يمكن التعبير عن المعادلة  $\frac{c}{c} = \frac{c}{c} + \frac{c}{c}$  بأن يقال

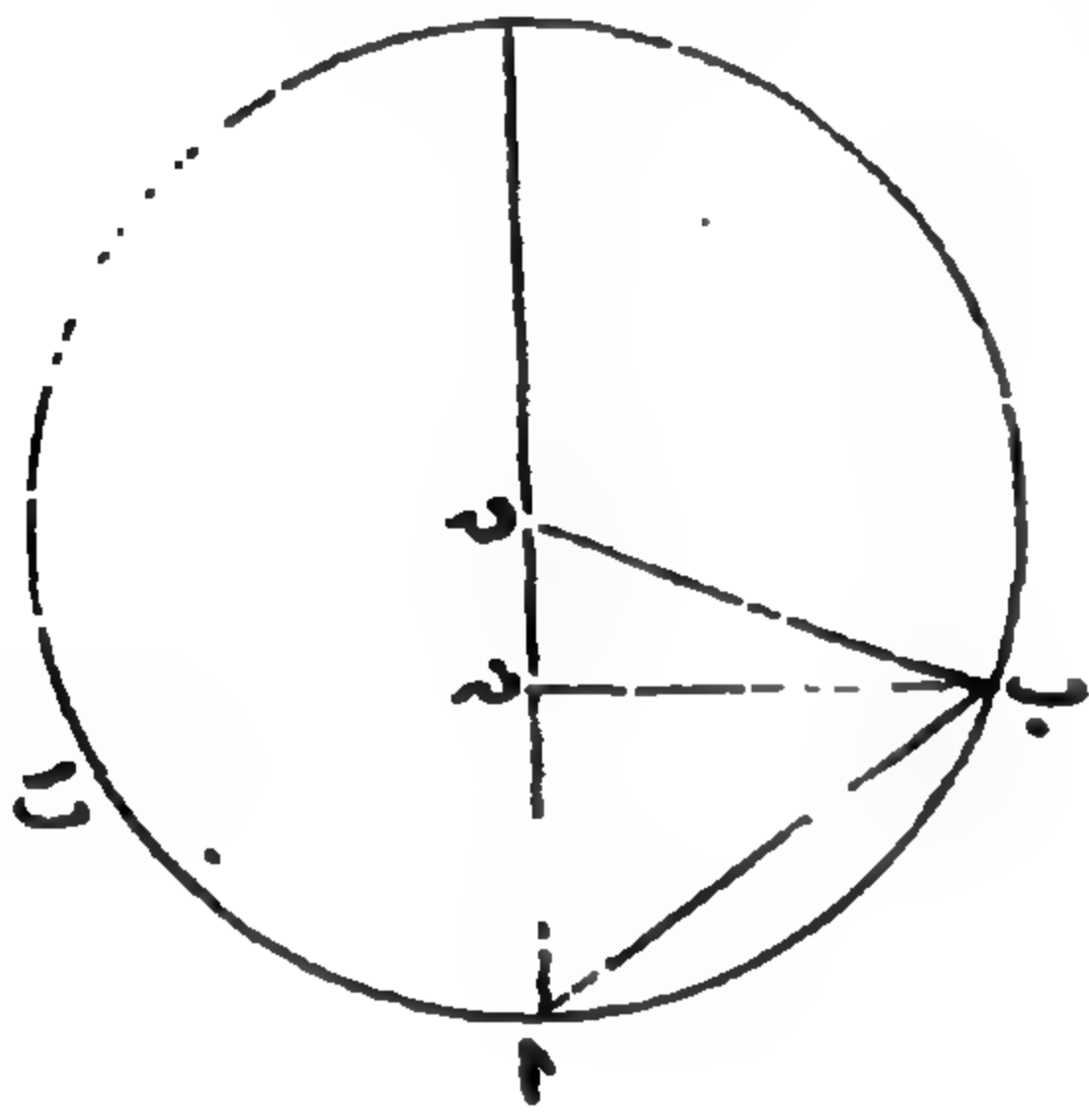
مربع السرعة في اى نقطة مثل لم يساوى مربع السرعة في اى نقطة أخرى مثل ٢ زائد مربع السرعة التى يكتبها المتحرك بواسطة التثاقل لو خرج من السكون قاطعا المسافة الرأسية عينها وهذه النتيجة

غير متعلقة بشكل المنحنى

وثانيا إذا صعد جسم على منحنى فإن الارتفاع الرأسى الذى يصل اليه يساوى الارتفاع الرأسى الذى يسقط منه بحيث يكون له عند انتهاء السقوط السرعة التى صعد بها وذلك لأن الجسم فى صعوده تنافس سرعته بنفس الكيفية التى تزايد بها فى نزوله فإذا كان  $g$  سرعة المتحرك فى أى نقطة من حركة على المنحنى  $a$   $g$  سرعته بعد قطع المسافة الرأسية  $h$  من ابتداء تلك النقطة يكون

$$g^2 = g^2 - 2gh$$

وحينئذ إذا كان  $a$   $g$  شكلا  $g$  بنفيا موجودا فى مستو رأسى  $g$  أو طى نقطة منه والمزان  $a$   $g$  متماثلين ومتساويين فإن المتحرك فى نزوله على  $a$  يكون له سرعة مساوية للسرعة التى يرتفع فيها إلى النقطة  $a$  والسرعة التى يأخذها المتحرك فى ارتفاعا متساوية عند صعوده ونزوله تكون متساوية والزمن الكلى للصعود يكون مساويا للزمن الكلى للنزول



شكله

ومن الواضح انه متى وصل المتحرك الى  $a$  فإنه ينزل ثانيا الى  $a$  ويرتفع الى  $a$  ويستمر على ذلك بمعنى أن الحركة تصير مترددة أى ارتجاجية والزمن اللازم للروى من  $a$  الى  $a$  يسمى زمن الرجعة وثالثا إذا فرض ان  $a$   $g$  قوس من محيط دائرة نصف قطره  $g$  ونقطة  $a$  هى أو طى نقطة  $a$   $g$  نصف القطر الرأسى  $a$   $g$  عمودى على  $a$   $g$  سرعة المتحرك فى نزوله من السكون من نقطة  $a$  الى أو طى نقطة  $a$  يكون

$$g^2 = g^2 - 2gh = \frac{g^2}{\cos^2 a} = \frac{g^2}{\sin^2 a} \quad \text{أو} \quad g = \frac{g}{\sin a}$$

بمعنى ان السرعة فى أو طى نقطة تتغير بالنسبة لوتر قوس النزول

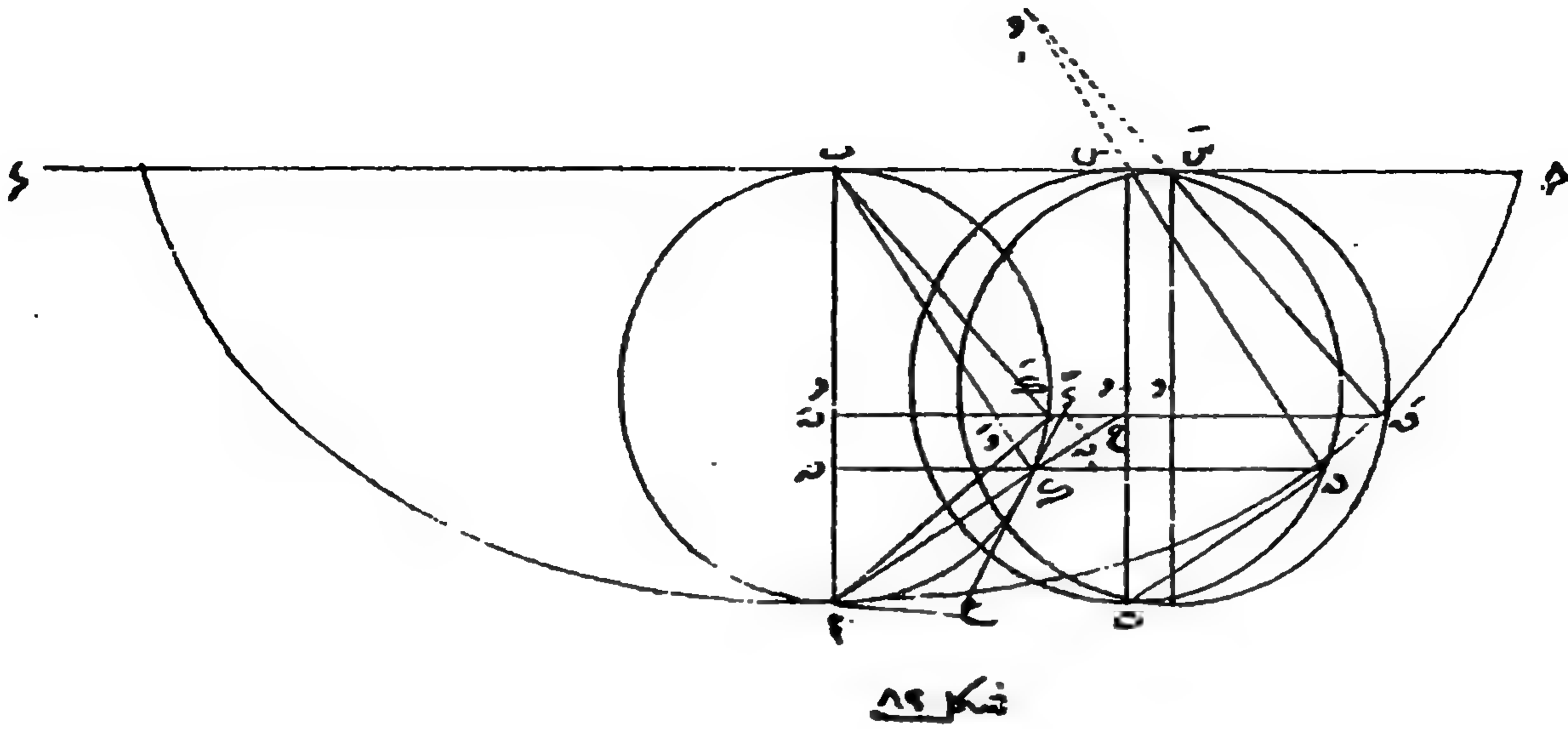
وهذا الأمر يحصل بعينه إذا فرض ان النقطة المادية مربوطة فى طرف جبل غير قابل للتمدد طوله  $a$  وطرفه الثانى مثبت فى نقطة  $g$

تنبيه - الزمن اللازم لسقوط متحرك من السكون من نقطة  $a$  الى أو طى نقطة  $a$  لا يبقى ثابتا غالبا بل تتغير بتغير نقطة  $a$  لأنه إذا كان المنحنى سكلويديا فإن زمن السقوط الى أو طى نقطة يبقى ثابتا مهما كان وضع النقطة التى يخرج منها المتحرك

وبعبارة أخرى ان زمن الرجعة على منحنى سكلويدى محوره رأسى ورأسه أسفل يكون ثابتا مهما كان طول قوس الرجعة ولذلك يسمى المنحنى السكلويدى بمعنى الازمنة المتساوية وخاصية المنحنى السكلويدى هذه لها أهمية عظيمة فى نظرية التباديل وانتشارها وسنبرهن عليها الآن الا اننا نترك ان نتكلم أولا على خواص المنحنى السكلويدى فنقول -



تعريف - اذا تدحرجت دائرة ت د س التي مركزها و في مستو واحد على خط مستقيم ح د و شكل ٨٤



شكل ٨٤

فان اي نقطة ثابتة على المحيط ترسم منحني ح د و ا يسمى منحنيا سكلويديا وحينئذ اذا فرضنا ان ح د و ا هو المنحنى المتكون من لغة كاملة للدائرة الراسية وان ح د و ا هما النقطتان اللتان فيها تترك النقطة الراسية المستقيم ح د و ا ثم تعود اليه وان س د و ت هو وضع محيط الدائرة حينما تكون النقطة الراسية في د وان ب ك ا وضعها حينما تكون النقطة الراسية على اعظم بعد من ح د و ا يرى بديهيا ان جزئي المحنى ح د ا و ب ك ا يكونان متساويين ومتشابهين

ثم ان للمستقيم ا ب الذي يقطع ح د بالعمود عليه يسمى المحور وان ح د يسمى القاعدة وان نقطة ا تسمى رأس المنحنى السكلويدى

اذا انقر هذا ورسم مستقيم ح د و عموديا على ا ب ووصل د س ا و ت يقال حيث ان النقطة الراسية ح د و تخرج من ح د وان كل نقطة من نقط القوس س د و كانت مماسة للخط ح د س فيكون قوس ح د س = ح د س وحيث ان الخط ح د مساو لنصف المحيط ب ك ا المساوى لنصف المحيط س د و فيكون قوس ح د س = ح د س = ح د حيث ان ح د مساو ومواز الى ح د س

وحينئذ اذا فرضنا ان المحيط يبتدى في التدحرج من الوضع ب ك ا ومع النقطة الراسية في ا فتى وصلت هذه النقطة الى وضع مثل ح د يكون قوس ا ك = ح د س = ح د ويكون ايضا

اولا ان ح د ت يكون مماسا للمنحنى السكلويدى في نقطة ح د وذلك لانه متى آتت النقطة الراسية في ح د فان الدائرة الراسية تكون مماسة للخط ح د في نقطة س ونقطة س هذه تبقى ساكنة لحظة من الزمن أى انها تصير مركز دوران وقتى والدائرة تدور حينئذ حول نقطة س وعليه فتترك نقطة ح د في اتجاه عمودى على ح د أى ان س د يكون عموديا على المنحنى السكلويدى في نقطة ح د وحينئذ

الخط

[illegible]

وكذا حيث ان  $c$  مواز للمماس للمخني السكلويدى في نقطة  $o$  فيكون عند النهاية مساويا للقوس  $oq$  و  
واذن تكون الزيادة  $oq$  للقوس السكلويدى عند النهاية ضعف الزيادة المقابلة لها للوتر  $ac$   
وحيث ان القوس  $ac$  والوتر  $ac$  بمقدار من نقطة  $a$  فبناء على ما ذكر يكون القوس  $oq$  و  
مساويا الى ضعف الوتر  $ac$  او ضعف  $t$  و

لأجل إنشاء بندول يرتج في فتن كلويدي معن نفرض ان  $\alpha$  شكله هو المحور  $h$ ، قاعدة  
الكلويد المعلوم ونفرض أيضا أن  $h$



فهم نفرض كذلك ان سرقت من احدى هذه المت  
وضعت اياك انا للداشيتين الراستين  
للخمين ومتاسين معا في نقطة من وان

ك ١ هـ وضعنا المنقطتين الراسيتين ونصل ك ص ١ ص ٢ هـ  
فيكون قوس هـ ص ٢ ص ٣ هـ ر ف = قوس ص ٣ ك



وبسبب تساوى الدائرتين تكون الزاويتان  $\widehat{د ح ا}$   $\widehat{د ص ب}$  متساويتين وعليه يكون  $\widehat{د ص ك}$  خطا مستقيما

ولكن  $\widehat{د ص ك}$  مساو للمخفى  $\widehat{د ك ح}$  ونقطة  $\widehat{د ك ا}$  عمودى للمخفى  $\widehat{د ح ا}$  في نقطة  $هـ$  وايضا فان القوس  $\widehat{د ح ك}$  يساوى ضعف القوس  $\widehat{د ك هـ} = \widehat{هـ د ك}$

وحينئذ اذا فرض خيط طوله يساوى طول نصف المخفى السكلويدى  $\widehat{د ك ح}$  وثبتت احدى نهايتيه في نقطة  $د$  وكان ملازما دائما للمخفى السكلويدى  $\widehat{د ك ح}$  بحيث يكون مشدودا وغير قابل للتمدد فيكون على الدوام مساويا للمخفى السكلويدى المذكور ونهايته الاخرى ترسم المخفى السكلويدى  $\widehat{د ح ا}$

وحينئذ فتتصل هذه الطريقة العملية لانشاء بندول يرتج على منحنى سكلويدى وهى انه اذا فرض نصفنا مخنيين سكلويديين ماديين  $\widehat{د ك ا}$   $\widehat{د ح ا}$  شكل ١٤ موضوعين بحيث يكون لهما تماس مشترك في نقطة  $د$  وفرض انه ثبت في نقطة  $د$  طرف خيط رفيع طوله مساو لطول نصف المخفى السكلويدى  $\widehat{د ك ح}$  وربطت بالنهاية الاخرى  $هـ$  للخيط المذكور نقطة مادية فهذه النقطة ترتج في المخفى السكلويدى  $\widehat{د ح ا}$  بحيث ان الخيط المذكور يخل من على  $د$  حينما ترسم نقطة  $هـ$  المخفى  $\widehat{د ح ا}$  ثم يلتف من نفسه على  $د$  حينما ترسم النقطة المذكورة المخفى  $\widehat{د ك ا}$  وهكذا نصف قطر الاختاء في احدى نقطة مثل  $هـ$  من المخفى السكلويدى يساوى  $\widehat{هـ د ك} = \widehat{د هـ ص} =$  ضعف العمودى على المخفى في النقطة المذكورة كما هو واضح من شكل ١٤

وسمع ذلك فيمكن الوصول الى ذلك مباشرة بواسطة شكل ١٤ لانه اذا وصل  $د ك ا$   $د ك هـ$  فالمستقيم الاول يقطع  $ا ك$  في نقطة  $و$  ثم ان المستقيمين  $د س ا$   $د س هـ$  العمودين للمخفى في نقطتي  $هـ$   $ا$  يتقاطعا في نقطة  $و$  التى هى مركز الاختاء في نقطة  $هـ$  وحيث ان  $د و$   $ا و$  موازيان على التناظر الى  $د ك ا$   $د ك هـ$  وان  $د هـ = د ك \times د و$  عند النهاية فيكون

$$د و = د ك = د و \times د ك = د هـ \text{ عند النهاية}$$

اعنى ان نصف قطر الاختاء يساوى ضعف الخط العمودى لايجاد الزمن الذى فيه تنزل نقطة مادية على منحنى سكلويدى معكوس يقال نفرض ان  $ع$  شكل ١٤ هى النقطة التى يخرج منها المتحرك من السكون وان  $ع هـ$  خط افقى يقابل محور السكلويد  $ا ب$  في نقطة  $هـ$  ثم نرسم على  $ا هـ$  محيط دائرة ولكن  $د هـ$   $ا هـ$   $د هـ$  احدائى نقطتين قريبتين من بعضها ويقابلان هذا المحيط في نقطتي  $د$   $ا$  ثم نصل  $هـ د$   $ا هـ$   $د ا$  فان الخط الاخير يقطع  $د ك$  في نقطة  $م$  وحينئذ يكون

$$\text{قوس } ا هـ = \sqrt{د ا \times د هـ} = \sqrt{\frac{د ا \times د هـ}{د ا}} = \sqrt{\frac{د ا \times د هـ}{د ا}} = \sqrt{\frac{د ا \times د هـ}{د ا}}$$

وبمثل ذلك يكون

$$\text{قوس } د هـ = \sqrt{د هـ \times د ا} = \sqrt{\frac{د هـ \times د ا}{د هـ}} \text{ واذن يكون}$$


$$\frac{\sqrt{ac}}{\phi_1} \sqrt{\phi_1} = \frac{\sqrt{a \cancel{\phi_1} c}}{\phi_1} \sqrt{\phi_1} = \sqrt{a \cancel{\phi_1} c}$$
$$\frac{P_1}{\rho \cdot g} \sqrt{\frac{V_{شماره}}{Q}} = \frac{P_1}{\rho \cdot g} \sqrt{\frac{V_{شماره}}{Q}} = \frac{P_2}{\rho \cdot g} \sqrt{\frac{V_{شماره}}{Q}} + \frac{P_1}{\rho \cdot g} \sqrt{(V_1 - V_2)}$$

وحيث إذا جمعنا الأزمان الصغيرة المتتالية المبتدئة من نقطة ع نحصل الزمن اللازم لقطع المسافة ع ه ولكن مجموع الزوايا المقابلة للزمن المذكور هو زاوية ع ه د وحيث أن قوس قطع المسافة ع ه = زاوية ع ه د  $\sqrt{\frac{2g}{h}}$

وينج من ذلك أولا حينئذ في ١ فان الزاوية ع هـ هـ نصير ع هـ = ١ =  $\frac{1}{2}$  واذن فزمن قطع المسافة من ع الى ١ يساوي  $\frac{1}{2} \sqrt{\frac{1}{g}}$ .

وبعد ان يأتي المتراك في ١ يصعد على النصف الآخر اء من المنحنى السكوبيدي الى ان يصل الى نقطة  
 ع بحيث يكون اء = اء وزمن الصعود على اء يكون مساويا الى زمن النزول على اء وعليه يكون  
 زمن الرحلة الكاملة من ع الى ع مساويا الى  

$$ط = \sqrt{\frac{2a}{g}}$$

وثانينا حيث ان زمن الرحلة في المنحنى السكودي لا يتعلق بوضع النقطة التي يتبدى منها الحركة فان الزمن



يكون ثابتا مهما كان مقدار قوس الرجة وبعبارة أخرى ان المنحنى السكويدي هو منحنى الارض المتساوية  
وثالثا اذا وضع منحنى سكويديان  $هـ ا ي$  و  $هـ ك ل$  متساويان معا في نقطة  $هـ$  بحيث يكون المماس  
المشترك رأسيا ثم ثبت طرف خيط مساو لطول احدهما في نقطة  $ي$  و ربط في الطرف الآخر نقطة مادية  
فان هذه النقطة ترجع في المنحنى السكويدي  $هـ ا ي$  بنفس الكيفية التي ترجع بها نقطة مادية مطلقة على  
منحنى سكويدي مادي  $هـ ا ي$

فاذا كان  $ل$  رمز الطول لخيط المذكور أعنى لطول البندول يكون  $ل = ا ي = ب$  ويكون زمن الرجة  
من سكون الى آخر مساويا الى  $ط \sqrt{\frac{ل}{ا}}$

واذن ففي المحل الواحد من سطح الأرض يتغير زمن الرجة بالنسبة لجذر طول البندول  $ا ي$  بالنسبة الى  $ل$   
ورابعا اذا اخذ جزء صغير جدا من المنحنى السكويدي من ابتداء  $ا$  شكل  $ا ب ي$  فري ان هذا الجزء يتحد  
بتقريب كاف مع جزء من الدائرة المارة بنقطة  $ا$  التي نصف قطرها  $ا ي$  ومركزها نقطة  $ي$   
وحينئذ اذا ارجع بندول طوله  $ل$  على قوس دائري ذي سعة صغيرة جدا وكافية لحصول الرجة فان زمن  
الرجة يساوي

$$ط \sqrt{\frac{ل}{ا}}$$

وخامسا اذا كان  $ل$  رمز الطول ببندول الثواني اي البندول الذي يمر من السكون الى السكون في ثانية  
 $ا$  ل رمز الطول ببندول يرجع رجة واحدة في ثواني عددها  $هـ$  اي زمن رجة  $هـ$  من الثواني يكون

$$ا = ط \sqrt{\frac{ل}{هـ}} \quad ب = ط \sqrt{\frac{ل}{ا}}$$

ومنها يحدث  $ا = ب$

طول بندول الثواني - طول بندول الثواني في عرض لندرو وجد بالتجربة انه يساوي  $٣٩١٣٨٦$  بوصة  
ومن مقدار الطول  $ل$  هذا يمكن ايجاد مقدار عجلة الثقالة لأن

$$ا = ط \sqrt{\frac{ل}{ا}} \quad ومنها يحدث$$

$$هـ = ط ل = ٤٨ و ٤٨٦ بوصة = ٣٩١٩ قدم$$

وسيق من ذلك انه اذا كان  $هـ$  عجلة الثقالة في عمليتين مختلفتين  $ا ب$  من سطح الأرض فيهما يرجع البندول  
رجات (اي يدق دقات) عددها  $هـ$  على التناظر في زمن معين فمن السهل المقارنة بين  $هـ$  بدلالة  
 $هـ$

وذلك لأنه اذا كان  $ز$  هو الزمن المعلوم يكون

$$\frac{ز}{هـ} = ط \sqrt{\frac{ل}{هـ}} \quad \frac{ز}{ا} = ط \sqrt{\frac{ل}{ا}}$$

ومنها يحدث

$$\left(\frac{ز}{هـ}\right) = \left(\frac{ز}{ا}\right) \quad او$$

$$\frac{ز}{هـ} = \frac{ط \sqrt{\frac{ل}{هـ}}}{هـ} = \frac{ط \sqrt{\frac{ل}{ا}}}{ا} = \frac{ز}{ا} \quad قريبا اذا كان  $هـ$  صغيرا جدا بالنسبة$$

الى ج

اذا أخذ بندول الثواني الى قمة جبل ارتفاعه  $h$  وكان المطلوب إيجاد مقدار عدد الدقات التي يفقد هذا البندول في يوم يقال

تقرض ان عجلة التناقل تتغير على حسب عكس مربع البعد من مركز الأرض ونزول نصف قطر الأرض بالرمز  $r$  ولجملتي التناقل في سفح الجبل وفي قمته بالرمزين  $h$  و  $r$  على التناظر وحينئذ يكون

$$h = r \times \frac{r^2}{r^2 + h^2}$$

فاذا كان  $r$  هـ هما زمن الرجعة في سفح الجبل وفي قمته على التناظر يكون

$$r = \frac{2\pi}{\sqrt{g}} \sqrt{r} \quad h = \frac{2\pi}{\sqrt{g}} \sqrt{h}$$

واذا كان  $h$  و  $r$  عدد الدقات في زمن واحد في سفح الجبل وفي قمته على التناظر يكون

$$h = r = \frac{2\pi}{\sqrt{g}} \sqrt{h}$$

$$\frac{h}{r} = \frac{r}{h} = \frac{r^2 + h^2}{r^2} = 1 + \frac{h^2}{r^2} \quad \text{أو} \quad \frac{h}{r} = \frac{r^2}{r^2 + h^2} = \frac{1}{1 + \frac{h^2}{r^2}} \quad \text{تقريب}$$

فاذا كان  $h =$  ميلا واحدا  $h = 1609$  ميل  $h = 1609 \times 1609 = 2588881$  يكون

$$h - r = \frac{1609 \times 1609 \times 1609}{1609 \times 1609} = 1609$$

أعني بندول الثواني يفقد في هذه الحالة نحو ١٦٠٩ دقة في ٢٤ ساعة

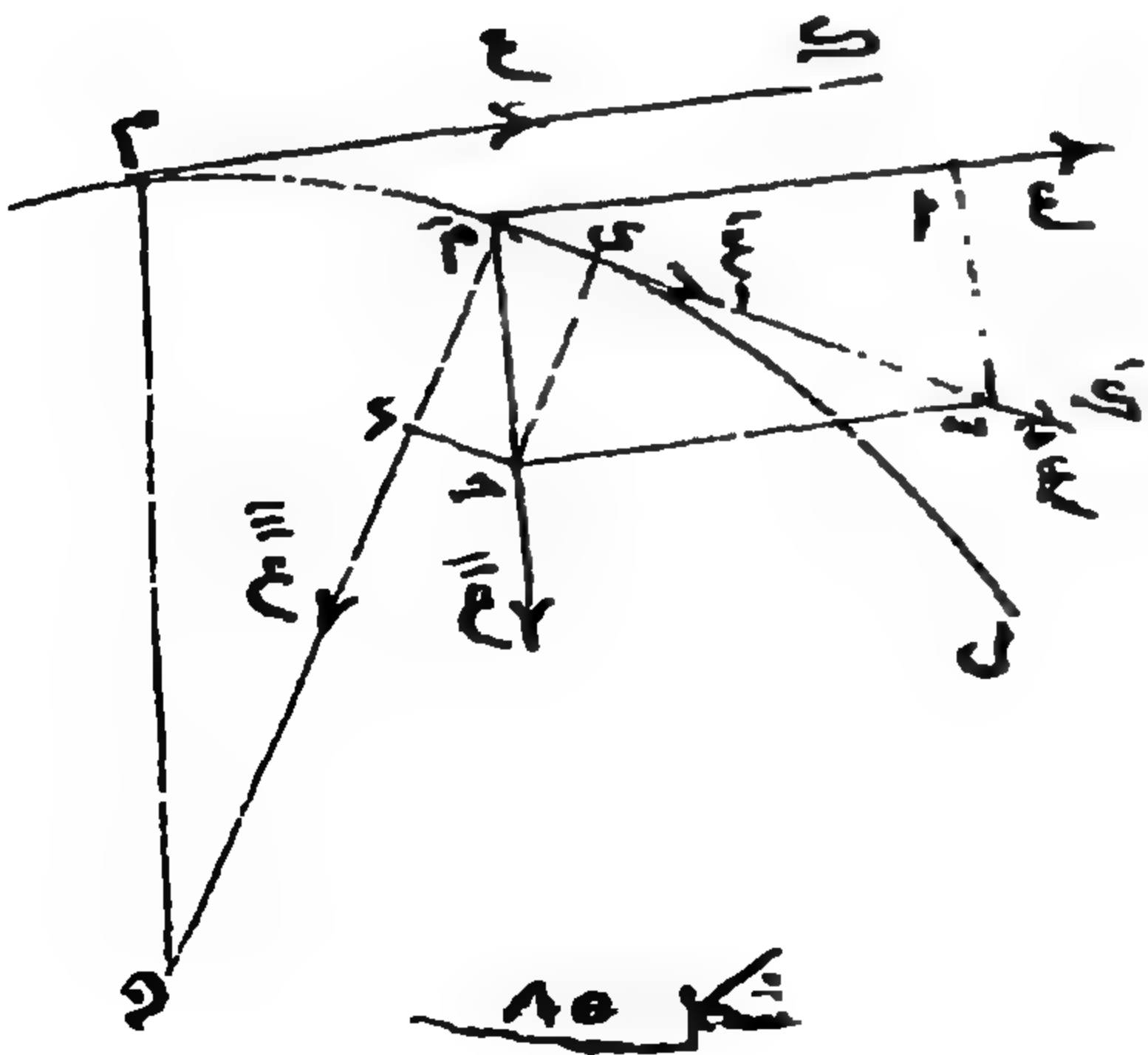
في الجلسات المماسية والعمودية والكلية في التمرك المخفي

متى كان متحرك نقطة متغيا فإتجاه سرعتها يتغير في كل لحظة فضلا عن تغير مقدارها وحينئذ يقتضي ان نعتبر خلاف العجلة في إتجاه المماس التي تسمى بالعجلة المماسية عجلة أخرى في إتجاه الخط العمودي تسمى بالعجلة العمودية ثم عجلة ثالثة تسمى بالعجلة الكلية ولنوضح ذلك فنقول

اذا فرض ان  $m$  أم شكله وضعان متساويان قريبان جدا من بعضهما للترك على خط سيره  $m$  ل مطابقا

للزمنين  $m$  و  $m'$  الذين لا يفترقان عن بعضهما الا بمقدار يسير جدا ورمزنا السرعة المتحرك في الوضع  $m$  على إتجاه المماس  $m$  ك بالرمز  $v$  والسرعة في الوضع  $m'$  على إتجاه المماس  $m'$  ك بالرمز  $v'$  فيمكن تحليل السرعة  $v$  الى سرعتين بحيث تكون احدها مساوية وموازية للسرعة  $v'$  ولكن السرعة الأخرى  $m' = h = g$

ثم نحل السرعة  $v'$  الى سرعتين احدها على إتجاه المماس  $m$  ك ولكن  $m' = y = g$  والأخرى على إتجاه الخط العمودي



شكل ١٥



م م للمعنى في نقطة م ولكن م = ع

وحيث ان زاوية ا م ب او م ب ح صغيرة جدا بقدر ما يراد بسبب قرب نقطة م من نقطة م بقدر ما يراد فالكنت العمودى حى لا يفرق الا بمقدار صغير جدا بقدر ما يراد عن قوس الدائرة الذى مركزه ب ونصف قطره ب ح وحينئذ يكون ب ح = م = م = ع

ولكن م ب = ب ح + م ح من الشكل حينئذ يكون

$$م ب = ب ح + م ح$$

واذا رمزنا للزمن الصغير جدا الذى هو الفرق بين تراءى بالرمز م يكون

$$\frac{ع - ع}{م} = \frac{ع}{م} \text{ وباخذ نهاية الطرفين يكون}$$

$$\frac{ع}{م} = \frac{ع}{م} \text{ نها}$$

اعنى ان نها  $\frac{ع}{م}$  عبارة عن النهاية التى تميل اليها النسبة بين ازدياد السرعة المماسية وبين ازدياد الزمن م المستعمل لحصول هذه الزيادة وهى ما تسمى بالهجرة المماسية

وحيث فالنهاية التى تميل اليها النسبة  $\frac{ع}{م}$  تسمى بالهجرة العمودية والنهاية التى تميل اليها النسبة  $\frac{ع}{م}$  تسمى بالهجرة الكلية أى ان

نها  $\frac{ع}{م}$  تسمى بالهجرة المماسية

نها  $\frac{ع}{م}$  تسمى بالهجرة العمودية

نها  $\frac{ع}{م}$  تسمى بالهجرة الكلية

الارتباط الواقع بين الهجرة المماسية والعمودية والكليّة

أولاً من حيث ان الهجرة المماسية هى نهاية نسبة ازدياد السرعة ع على ازدياد الزمن م فتكون هى المستقيمة برتبة أولى للسرعة بدلالة الزمن

ويفهم من ذلك ان الهجرة المماسية فى التحرك الحثي هى عين الهجرة فى التحرك المستقيم

وثانياً اذا كان م هو العمودى للمعنى فى نقطة م فمك م م م يمكن اعتباره كمك مستقيم الاضلاع وحينئذ يكون مك حى ب مشابهاً لمك م م م بسبب تعامد اضلاعها ومنها يحدث

$$حى : ب :: م : م :: م : م$$

$$\frac{حى}{م} = \frac{ع}{م} \times \frac{م}{م} \div م$$

$$\frac{حى}{م} = \frac{ع}{م} \text{ نها}$$

ولكن عند النهاية مك = ع م يؤول الى ما يسمى بنصف قطر الاضلاع الذى يرمز له بالرمز م وحينئذ يكون

$$\frac{حى}{م} = \frac{ع}{م} \text{ نها}$$

وحيث ان  $\frac{H}{E} = \frac{H}{E} = \frac{H}{E} = \frac{H}{E}$  = الجلة العمودية فاذا رمز للجلة العمودية المذكورة بالرمز  $\frac{H}{E}$  يكون

$$\frac{H}{E} = \frac{H}{E}$$

اعني ان الجلة العمودية تساوي خارج قسمة مربع سرعة المتحرك على نصف قطر انحناء خط السير وثالثا من مثلث  $\frac{H}{E}$  القائم الزاوية في  $\frac{H}{E}$  يحدث

$$\frac{H}{E} = \frac{H}{E} + \frac{H}{E} \quad \text{أو} \quad \left(\frac{H}{E}\right) = \left(\frac{H}{E}\right) + \left(\frac{H}{E}\right)$$

وبأخذ نهاية الطرفين يحدث

$$\frac{H}{E} = \frac{H}{E} + \frac{H}{E} \quad \text{أو} \quad \frac{H}{E} = \frac{H}{E} + \frac{H}{E}$$

حيث ان  $\frac{H}{E}$  عبارة عن مربع الجلة الكلية  $\frac{H}{E}$   $\frac{H}{E}$  عبارة عن مربع الجلة المماسية  $\frac{H}{E}$   $\frac{H}{E}$  عبارة عن مربع الجلة العمودية فينتد اذا رمزنا للجلة الكلية بالرمز  $\frac{H}{E}$  وللجلة المماسية بالرمز  $\frac{H}{E}$  يكون

$$\frac{H}{E} = \frac{H}{E} + \frac{H}{E}$$

اعني ان الجلة الكلية يمكن حسابها كوتر مثلث قائم الزاوية احد ضلعي المحيطين بالقائمة الجلة المماسية والضلع الآخر الجلة العمودية

وينتج من ذلك اولا حينما تكون الجلة العمودية معدومة فالجلة الكلية تساوي الجلة المماسية ولكن حيث كانت الجلة العمودية تساوي  $\frac{H}{E}$  فينتد انعدامها لا يقع الا اذا كانت السرعة  $\frac{H}{E}$  معدومة بالكلية اعني انه لا يوجد متحرك أصلا أو ان نصف قطر الانحناء  $\frac{H}{E}$  يكون مقداره الى ما لا نهاية له اعني ان خط السير يكون خطا مستقيما وحيث انه لا يجوز انعدام السرعة بوجود الحركة فينتد انعدام الجلة العمودية يدل على ان خط السير مستقيم

وثانيا حينما تكون الجلة الكلية ثابتة المقدار والاتجاه لخط السير يكون قطعاً مكافئاً لأنه اذا اعتبرنا اتجاه السرعة الابتدائية  $\frac{H}{E}$  محور السينات واتجاه الجلة الكلية محورا الصادات بفرض انعدام الجلة الكلية المذكورة يتحرك المتحرك على اتجاه محور السينات متحركاً منتظماً ويكون

$$\frac{H}{E} = \frac{H}{E}$$

واذا كان الأمر بالعكس بأن كانت الجلة الكلية هي الموجودة فقط فالمتحرك يتحرك على اتجاه محور الصادات متحركاً منتظماً ويكون

$$\frac{H}{E} = \frac{H}{E}$$

وبوجود هاتين الحركتين في آن واحد بسبب وجود السرعة الابتدائية والجلة الكلية معا يمكن



الحصول على خط السير بحذف  $r$  من المعادلتين المذكورتين وحيث يحدث

$$v = \frac{c}{\epsilon} \times \sin$$

وهي معادلة قطع مكافئ منسوب الى المماس والى القطر الذى يمر بنقطة التماس  
الضغط على مخن - اذا تحركت نقطة مادية على مخن سكلويدى محوره رأسى شكل ٥٣ بتأثير الشاقل  
وكان المطلوب إيجاد الضغط على المخن المذكور يقال

اذا فرض ان  $m$  هو مجسم المتحرك السائر على تقعر المخن وان  $r$  هو رد الفعل او الضغط الذى  
يحدثه المخن المادى على المتحرك المذكور فى جهة التقعر المساوى للضغط الذى يحدثه ذلك المتحرك  
على المخن فى الجهة المضادة يكون  $\frac{r}{m}$  هو العجلة الناشئة عن هذا الضغط واذا رمزنا بالرمز  $h$  للزاوية  
التي يكونها العمودى للسطح مع الخط الرأسى فمن حيث ان قوة الشاقل تؤثر الى أسفل فيكون  
 $h$  حاص  $h$  هي عجلة عجلة الشاقل المؤثرة فى اتجاه  $h$  ك  $\frac{r}{m}$  - حاص  $h$  هو مقدار العجلة  
الكلية المؤثرة فى اتجاه العمودى للسطح ولكن من حيث ان المقدار المذكور عبارة عن العجلة العمودية  
التي مقدارها بموجب ما تقدّم هو  $\frac{r}{m}$  فيكون

$$\frac{r}{m} = \frac{r}{m} - h \text{ حاص } h \text{ ومنها يحدث}$$

$$r = m \left( \frac{r}{m} + h \text{ حاص } h \right)$$

وهي المعادلة المطلوبة التي يتعين منها مقدار الضغط على المخن  
وينتج من ذلك أولا اذا رسم المتحرك مخنيا سكلويديا يربطه بخيط كما تقدّم فشدّة الخيط الواقعة  
على المتحرك تكون مساوية للضغط على المخن أى ان شدّة الخيط فى أى وضع مثل  $y$  ك  $h$  شكل ٥٤  
تكون مساوية الى  $m \left( \frac{r}{m} + h \text{ حاص } h \right)$

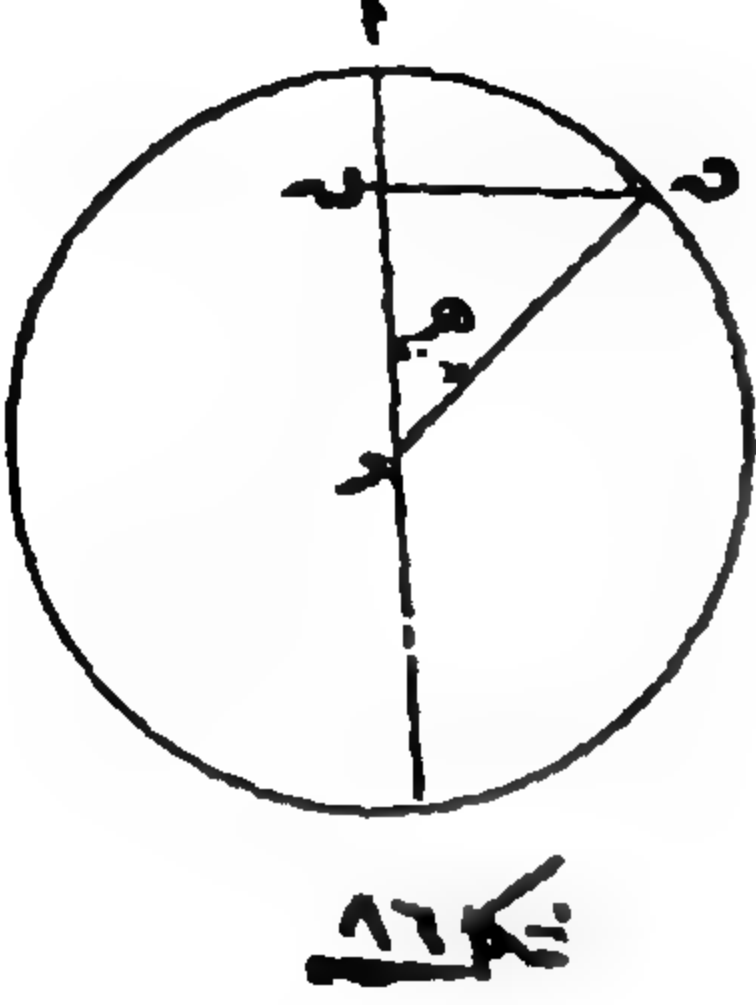
وثانيا اذا تحرك متحرك على مخن ما بتأثير أى قوة وكان  $r$  رمزاً للعجلة فى اتجاه العمودى على السطح  
معتبرة موجبة فى جهة التقعر فبناء على ما تقدّم يكون

$$r = m \left( \frac{r}{m} - v \right)$$

وثالثا حيث ان المخن يحدث قوة دفع فقط على المتحرك فاذا صار مقدار  $r$  سالبا فى حالة ما (بمعنى  
ان المخن يحدث قوة جذب) فان المتحرك يترك المخن فى النقطة التي فيها  $r = 0$ . لانه متى  
مر الجسم من هذه النقطة فان مقدار  $r$  تتغير اشارته من الايجاب الى السلب  
فاذا كان المتحرك مارا فى ابوابه مخنية قطرها الداخل صغير جدا بدلا من تحركه على مخن بسيط فان اتجاه  
الضغط الذى تحدثه الابوابة على المتحرك يتغير فى نقطة مثل النقطة السابقة بمعنى انه اذا كان  
المتحرك فى احد جانبي النقطة فان الضغط يؤثر فى جهة تقعر المخن واذا كان المتحرك فى الجهة  
الآخرى من النقطة المذكورة فان الضغط يؤثر فى جهة تحديق المخن وبالعكس

ولنوضح القواعد المتقدمة بالمسالتين الآتيتين فتقول:

المسألة الأولى - متحرك نازل من السكون على قوس من دائرة رأسية ملسا والمطلوب معرفة الوضع الذي يترك فيه المتحرك المذكور تلك الدائرة



لذلك نفرض ان  $c$  هي سرعة المتحرك في وضع ماء مثل  $هـ$  شكل  $٨٦$  حينما ينزل على الدائرة وأن  $١$  هو اتجاه القطر الرأسى  $١$  وهو المركز  $١$  هو نصف القطر الرأسى ثم نمد  $هـ$  أفقيا ونفرض ان زاوية  $هـ$  و  $١$  وان  $ر$  هو الضغط الحادث من المحيط على المتحرك المائل لابعاد المتحرك المذكور عن نقطة  $و$  وحينئذ يكون

$$ع = c \times ١ = ١$$

حيث ان المتحرك خارج من السكون من نقطة  $٢$  ومن حيث ان نصف قطر الانحناء واحد في كل نقطة ويساوى  $هـ$  فيكون  $\frac{ع}{هـ}$  هو مقدار العجلة في نقطة  $هـ$  في الاتجاه  $هـ$  و لكن حيث ان  $هـ$  هو محالة عجلة التناقل في الاتجاه  $و$  فيكون  $هـ$  هي العجلة الكلية للمتحرك المحالة في الاتجاه  $هـ$  و يحدث

$$\frac{ع}{هـ} = هـ - \frac{٢}{هـ} \text{ ومنها يكون}$$

$$ر = م (هـ - \frac{ع}{هـ})$$

$$\text{وحيث ان } ع = c \times ١ = ١ \text{ هـ} = (١ - هـ) \text{ فيكون}$$

$$ر = م (١ - هـ)$$

ومن هذه المعادلة يتعين مقدار الضغط في أى نقطة مثل  $هـ$  ومتى كان  $هـ$  أكبر من  $\frac{٢}{هـ}$  يكون  $ر$  موجبا ويبقى المتحرك مما سأل للمخنى ولكن متى زاد  $هـ$  بحيث يصير  $هـ$  أصغر من  $\frac{٢}{هـ}$  فإن  $ر$  يصير سالبا ويلزم ان يحدث عن المخنى قوة جذب لكى يبقى المتحرك ملاصقا له وحينئذ ففي النقطة التى فيها  $هـ = \frac{٢}{هـ}$  تتغير اشارة  $ر$  من الايجاب الى السلب ويترك المتحرك المخنى ولكن في النقطة التى فيها  $هـ = \frac{٢}{هـ}$  يكون  $١ = \frac{٢}{هـ}$  وبعد ان يترك المخنى المذكور يبتدى فى رسم منحنى قطع مكافئ

المسألة الثانية - متحرك يدور فى مستو رأسى مربوط فى طرف خيط غير من طرفه الآخر ثابت والمطلوب ايجاد مقدار الشد الواقع على الخيط المذكور فى وضع ما وتعين الشروط اللازمة لأجل ان يرسم المتحرك محيطا كاملا

لذلك نفرض ان  $٨٦$  هي الطرف الثابت للخيط الذى طوله  $١$  و وضع المتحرك حينما يكون الخيط  $هـ$  و صانعا مع الرأسى  $١$  زاوية قدرها  $هـ$  وحينئذ يكون

$$١ = ١ - هـ$$



واذا فرض أن ش رمز شد الخيط حينما يكون المتحرك في نقطة ه وأن ع ه السرعة حينما يكون المتحرك في ا ا ه  
على التناظر يكون  $ع = ع + ح \times ا = ع + ح (١ - ح ا ه)$

وحيث أن عجلة شد الخيط في الاتجاه ه ه هي ش وعجلة عجلة التناقل في الاتجاه ه ه المذكور هي  
ح ا ه فيكون ش + ح ا ه هو مقدار العجلة الكلية في اتجاه ه ه وعليه يكون  
 $ش + ح ا ه = \frac{ع}{ه} = \frac{ع}{ه} + ح (١ - ح ا ه)$

ومنها يحدث

$$ش = م \left[ \frac{ع}{ه} + ح (١ - ح ا ه) \right]$$

وهي المعادلة التي يتعين منها مقدار شد الخيط في أي وضع كان  
ويرى من ذلك أن مقدار ش يكون نهاية صغرى حينما يكون ح ا ه = ١ اعني حينما تكون ه ه =  
أي عند ما تكون نقطة ه ه في نقطة ٢ ثم يأخذ مقدار ش في الازدياد بازدياد ه ه الى أن تكون  
ه ه = ط أي حينما يكون المتحرك في أوطى نقطة وحينئذ يكون مقدار ش نهاية عظمى  
ولاجل أن يرسم للترك محيطا كاملا يجب أن لا يكون شد الخيط سائبا أبدا اذ أن في هذه الحالة يكون الخيط غير مشدود فاذا جعلنا أصغر  
مقادير ش مساويا للصفر أي جعلنا ش = ٠ حينما يكون ه ه = ٠ يكون

$$\frac{ع}{ه} + ح (١ - ح ا ه) = ٠ \quad \text{ومنها يحدث}$$

$$ع = ح ه \quad \text{أو} \quad ع = ص ه$$

ومن هذه المعادلة يتعين مقدار السرعة الأصغر ما يمكن للمتحرك في وضعه الأعلى ما يكون حتى  
يمكن أن يرسم محيطا كاملا

وحيث أن السرعة الأكبر ما يمكن تكون في النقطة السفلى فاذا كان ع = ص ه ه  
يكون مقدار السرعة العظمى مساويا الى ص ه ه

وعلى هذا تكون المعادلة التي يتعين منها مقدار شدة الخيط هي ش = م ع (١ - ح ا ه)  
وحيث أن النهاية العظمى لهذا المقدار تحقق حينما يكون ح ا ه = ١ اعني حينما يكون المتحرك في  
أوطى نقطة فتكون قوة الشد في هذه الحالة مساوية الى

$$م \times ح = ثقل المتحرك$$

وبناء على ما ذكر يرى أنه لاجل أن يرسم المتحرك محيطا كاملا يلزم تحقق الشرطين الآتيين  
أولا أن لا تكون السرعة في أوطى نقطة أصغر من ص ه ه

وثانيا أن الخيط يمكن أن يتحمل شدا مساويا لسته أمثال ثقل المتحرك على الأقل  
طريقة لتعيين مرونة الكرات

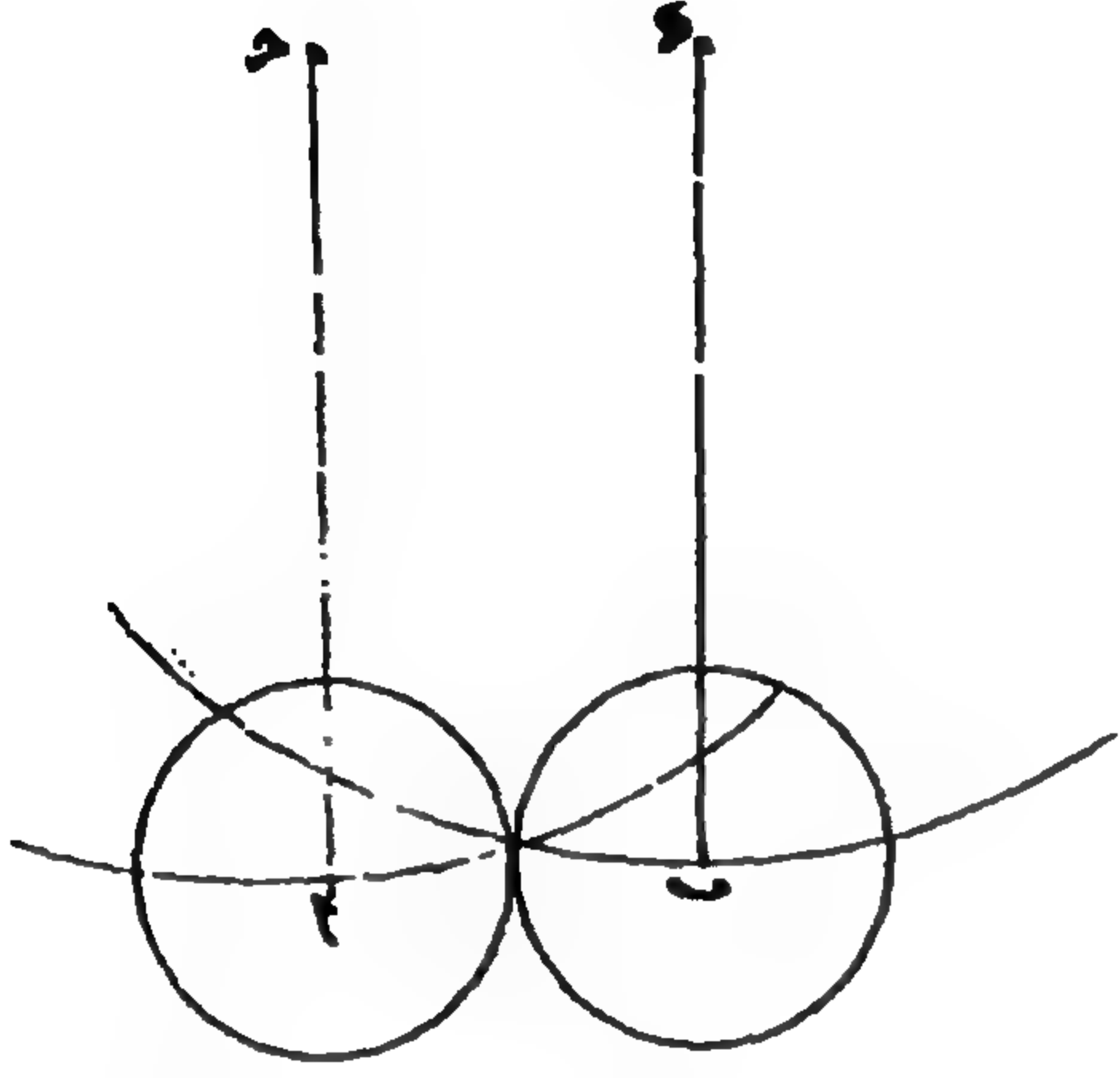
قد استعمل نوتون لتعيين مرونة المواد المختلفة الطريقة الآتية وهي

أنه علق كرتين ا ب شكل ٨٧ في نقطتين ثابتتين ح ا و جينطين متوازيين وجعلهما متساوين

في نهايتي

فإنه يتحرك قطرياً أفقيّاً

وحيث إذا أخرجت الكرتان عن الوضع الرأسى بمقدار قوسين معلومين فإن السرعتين اللتين تصادم بهما الكرتان المذكورتان يمكن إيجادهما كما تقدم (بموجب النتيجة الثالثة من التنبيه المذكور في بحث الحركة على منحنى)



شكل ٥٧

وبواسطة توضيب هذين القوسين بطريقة مناسبة يمكن أن تصادم الكرتان في أعلى وضع لهما وبملاحظة القوسين اللذين ترسمهما الكرتان المذكورتان ثانياً يمكن تعيين السرعتين اللتين يتصلان بهما بعد التصادم ويمكن بناء على ذلك تعيين معامل المرونة

وتجارب من هذا القبيل وجد المعلم فوقون أن معامل مرونة الكرات المجدولة من الصوفى هو  $\frac{1}{4}$  والكرات التى من الصلب نحو ذلك تقريباً والكرات التى من الفلين أقل من ذلك بقليل والعاج  $\frac{1}{8}$  والزجاج  $\frac{1}{10}$  وقد ذكر أنه يلزم تصحيح هذه المعاملات من الخطأ الحاصل من مقاومة الهواء ثم إذا أخرجت الكرة م من وضعها الأسمى وتركت لتصادم الكرة ١ الساكنة فإن سرعة كل منها بعد التصادم تكون عين السرعة التى تحصل بناء على القواعد التى ذكرت في بحث التصادم

وإذا فرض أن الكرتين كانتا من خشب وكان بأحدهما عنصر صغير من الصلب لمس كرة ١ بعد التصادم فتعديل القوسين اللذين تخرج بهما الكرتان يمكن إعطاء الكرتين المذكورتين عند التصادم سرعتين مناسبتين لعكس حجمهما وبواسطة تخيل أحدهما بالرصاص يمكن جعل النسبة بين حجمهما حسب الإرادة وعليه فتبقى الكرتان في سكون بعد التصادم ويفهم من ذلك أن كمية الحركة المتساويتين والمختلفتين الجهة يتماحيان معاً

والى هنا تم طبع اللازم تدريسه لتلاميذ السنة الثانية من مدرسة المهندسخانة الخديوية على حسب البروجرام وعلى الله حسن التكال





















